已知 N_m 是一个和 x、v_x 以及时间 t 有关的函数，即 $N_m(x,v_x,t)$。此处讨论的问题与时间无关，故可将其看做一个二元函数 $N_m(x,v_x)$，且 N_m 满足方程：

$$v_x\frac{\partial N_m}{\partial x}=-\frac{N_m-N_m^0}{\tau_{th}^{'}} \tag{1}$$

令 $\delta n_m=N_m-N_m^0$, 可得：

$$v_x\frac{\partial \delta n_m}{\partial x}=-\frac{\delta n_m}{\tau_c} \tag{2}$$

通过解这个偏微分方程(2)得：

$$\delta n_m(x,v_x>0)=c_1\exp\left(-\frac{1}{|v_x\tau_c|}x\right) \tag{3}$$

$$\delta n_m(x,v_x<0)=c_2\exp\left(-\frac{1}{|v_x\tau_c|}(d-x)\right) \tag{4}$$

则：

$$\begin{aligned}\overline{n}_m(x)&=\frac{1}{(2\pi)^3}\int n_m\mathrm{d}v_x\\&=\int_0^{10^6}\left[c_1\exp\left(-\frac{1}{v_x\tau_c}x\right)+c_2\exp\left(-\frac{1}{v_x\tau_c}(d-x)\right)\right]\mathrm{d}v_x\end{aligned} \tag{5}$$

故当 $x=0$ 时，有 $\overline{n}_m(0)=n_0$, 即：

$$\int_0^{10^6}\left[c_1+c_2\exp\left(\frac{d}{v_x\tau_c}\right)\right]\mathrm{d}v_x=n_0 \tag{6}$$

当 $x=d$ 时，有 $\overline{n}_m(d)=0$, 即：

$$\int_0^{10^6}\left[c_1\exp\left(-\frac{d}{v_x\tau_c}\right)+c_2\right]\mathrm{d}v_x=0 \tag{7}$$

联立式(6)及式(7)可得：

$$\begin{cases}c_1\displaystyle\int_0^{10^6}\mathrm{d}v_x+c_2\int_0^{10^6}\exp\left(-\frac{d}{v_x\tau_c}\right)\mathrm{d}v_x=n_0\\ c_1\displaystyle\int_0^{10^6}\exp\left(-\frac{d}{v_x\tau_c}\right)\mathrm{d}v_x+c_2\int_0^{10^6}\mathrm{d}v_x=0\end{cases} \tag{8}$$

令：

$$a=\int_0^{10^6}\mathrm{d}v_x,\quad b=\int_0^{10^6}\exp\left(-\frac{d}{v_x\tau_c}\right)\mathrm{d}v_x$$

故可得:

$$\begin{cases} ac_1 + bc_2 = n_0 \\ bc_1 + ac_2 = 0 \end{cases} \tag{9}$$

则:

$$c1 = \frac{\begin{vmatrix} n_0 & b \\ 0 & a \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix}} = \frac{a}{a^2 - b^2} n_0, \quad c2 = \frac{\begin{vmatrix} a & n_0 \\ b & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix}} = -\frac{b}{a^2 - b^2} n_0 \tag{10}$$

将式(10)代回式(5)可得 $\overline{n}_m(x)$ 表达式.

同理可得:

$$j_m(x) = \int_0^{10^6} v_x \delta n_m \mathrm{d} v_x \tag{11}$$

所得表达式过于复杂，这里不列出，可见Mathematica中所示。

又由文献可知: $R_{nl} \propto \frac{j_m(d)}{n_0}$, 故 $C = -2DK$, 其中 K 为比例系数，则:

$$j_m(x) = \frac{C}{K} \frac{n_0}{\lambda} \frac{\exp(x/\lambda)}{1 - \exp(2x/\lambda)} \tag{12}$$

由第一次计算结果可知 $\lambda \approx 9.4 \mu m$，而 $C \approx -4.2 \times 10^{-4} \Omega$ ，将其绘制成曲线与这次所得 $j_m(x)$ 曲线进行比较，如下图所示:

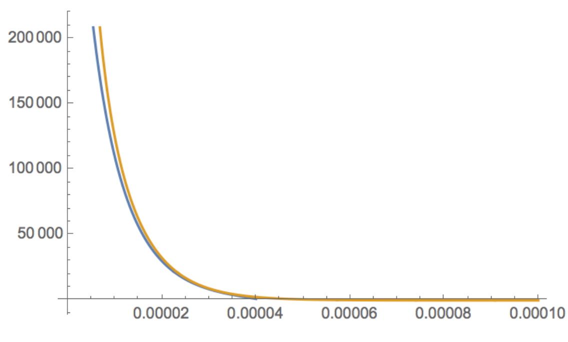

图 1: 图中蓝色曲线为本次计算所得曲线，黄色曲线为第一次模拟所得

调节参数可得比例系数 $K \approx 1.6 \times 10^{-4} \Omega \cdot s/m^2$。