Aufgabe 1: Kombinatorik

In einem Raum gibt es acht Lampen, die unabhängig voneinander ein- und ausgeschaltet werden können. Wie viele Beleuchtungsarten gibt es

a)

wenn fünf Lampen brennen sollen?

b)

wenn mindestens fünf Lampen brennen sollen?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeiten

In einer Fabrik werden die produzierten Werkstücke vor der Auslieferung überprüft. Hierfür werden für jedes Werkstück zwei Funktionstest durchgeführt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück beide Tests besteht, betrage $0,55$. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück den ersten Test besteht betrage $0,72$.

a)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück den zweiten Test besteht, wenn er bereits den ersten bestanden hat.

b)

Angenommen, die beiden Tests sind stochastisch unabhängig. Wie hoch ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück den zweiten Test besteht?

Aufgabe 3: Wahrscheinlichkeitsraum und Verteilungen

a)

Geben Sie die Axiome für einen Wahrscheinlichkeitsraum an.

b)

Geben Sie eine Konstante $c \in \mathbb{R}$ an, so dass die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 \text{ für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

ein Dichte auf $\mathbb{R}$ definiert.

Aufgabe 4: Zufallsvariable und Erwartungswert

a)

Die Zufallsvariablen X_1 und X_2 seien stochastisch unabhängig und im Intervall $[0,1]$ gleichverteilt. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen $Y = X_1 \cdot (X_2 - X_1)$.

b)

Formulieren Sie das schwache Gesetz der grossen Zahlen und erläutern Sie die Aussage.

Aufgabe 5: Hypothesentest

In der Zeitung lesen Sie, dass es im sonnigen Mannheim im Schnitt höchstens an 10 von 100 Tagen regnet. Sie möchten diese Hypothese überprüfen und beobachten hierfür an $n = 20$ Tagen das Wetter. Erstellen Sie einen geeigneten Hypothesentest. Wie sollte Ihre Entscheidungsregel dann lauten, wenn Sie sicherstellen möchten, dass die Hypothese mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $0,05$ unberechtigter Weise abgelehnt wird.

Verteilungsfunktion für die Binomialfunktion $P(x \leq k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \rho^i (1-\rho)^{n-i}$

	p	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
n	k										
20	0	0.3585	0.1216	0.0388	0.0115	0.0032	0.0008	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
	1	0.7358	0.3917	0.1756	0.0692	0.0243	0.0076	0.0021	0.0005	0.0001	0.0000
	2	0.9245	0.6769	0.4049	0.2061	0.0913	0.0355	0.0121	0.0036	0.0009	0.0002
	3	0.9841	0.8670	0.6477	0.4114	0.2252	0.1071	0.0444	0.0160	0.0049	0.0013
	4	0.9974	0.9568	0.8298	0.6296	0.4148	0.2375	0.1182	0.0510	0.0189	0.0059
	5	0.9997	0.9887	0.9327	0.8042	0.6172	0.4164	0.2454	0.1256	0.0553	0.0207
	6	1.0000	0.9976	0.9781	0.9133	0.7858	0.6080	0.4166	0.2500	0.1299	0.0577
	7		0.9996	0.9941	0.9679	0.8982	0.7723	0.6010	0.4159	0.2520	0.1316
	8		0.9999	0.9987	0.9900	0.9591	0.8867	0.7624	0.5956	0.4143	0.2517
	9		1.0000	0.9998	0.9974	0.9861	0.9520	0.8782	0.7553	0.5914	0.4119
	10			1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.9468	0.8725	0.7507	0.5881
	11				0.9999	0.9991	0.9949	0.9804	0.9435	0.8692	0.7483
	12				1.0000	0.9998	0.9987	0.9940	0.9790	0.9420	0.8684
	13					1.0000	0.9997	0.9985	0.9935	0.9786	0.9423
	14						1.0000	0.9997	0.9984	0.9936	0.9793
	15							1.0000	0.9997	0.9985	0.9941
	16								1.0000	0.9997	0.9987
	17									1.0000	0.9998
	18										1.0000