Aufgabe 1: Kombinatorik

Sie geben eine Party und laden 10 Leute ein.

a)

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 10 Gäste an einen Tisch mit 10 Stühlen zu setzen?

b)

Jeder Gast soll mit jedem anderen Gast anstoßen. Wie oft klirren die Gläser?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeiten

In einer Fabrik werden die produzierten Werkstücke vor der Auslieferung überprüft. Hierfür werden für jedes Werkstück hintereinander zwei Funktionstest durchgeführt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück beide Tests besteht, betrage 0.5. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück den ersten Test besteht betrage 0.6.

a)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück den zweiten Test besteht, wenn er bereits den ersten bestanden hat.

b)

Angenommen, die beiden Tests sind stochastisch unabhängig. Wie hoch ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück den zweiten Test besteht?

Aufgabe 3: Wahrscheinlichkeitsraum und Verteilungen

a)

Was versteht man unter einem Laplace-Experiment?

b)

Geben Sie eine Konstante $c \in \mathbb{R}$ an, so dass die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} cx^3 \text{ für } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

ein Dichte auf $\mathbb{R}$ definiert.

Aufgabe 4: Zufallsvariablen und Erwartungswert

a)

Die Zufallsvariablen X_1 und X_2 seien stochastisch unabhängig und im Intervall $[0, 2]$ gleichverteilt. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen $Y = 2 \cdot X_1 \cdot X_2 + X_1^2$.

b)

Erklären Sie die Aussage des zentralen Grenzwertsatzes anhand eines Beispiels.

Aufgabe 5: Hypothesentest

In den Nachrichten sehen Sie, dass es im sonnigen Schwetzingen im Schnitt an höchstens 20 von 100 Tagen regnet. Sie möchten diese Hypothese überprüfen und beobachten hierfür an $n = 20$ Tagen das Wetter. Erstellen Sie einen geeigneten Hypothesentest. Wie sollte Ihre Entscheidungsregel dann lauten, wenn Sie sicherstellen möchten, dass die Hypothese mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0.025 unberechtigter Weise abgelehnt wird.

Verteilungsfunktion für die Binomialfunktion $P(x \leq k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \rho^i (1-\rho)^{n-i}$

n	k \ p	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
20	0	0.3585	0.1216	0.0388	0.0115	0.0032	0.0008	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
	1	0.7358	0.3917	0.1756	0.0692	0.0243	0.0076	0.0021	0.0005	0.0001	0.0000
	2	0.9245	0.6769	0.4049	0.2061	0.0913	0.0355	0.0121	0.0036	0.0009	0.0002
	3	0.9841	0.8670	0.6477	0.4114	0.2252	0.1071	0.0444	0.0160	0.0049	0.0013
	4	0.9974	0.9568	0.8298	0.6296	0.4148	0.2375	0.1182	0.0510	0.0189	0.0059
	5	0.9997	0.9887	0.9327	0.8042	0.6172	0.4164	0.2454	0.1256	0.0553	0.0207
	6	1.0000	0.9976	0.9781	0.9133	0.7858	0.6080	0.4166	0.2500	0.1299	0.0577
	7		0.9996	0.9941	0.9679	0.8982	0.7723	0.6010	0.4159	0.2520	0.1316
	8		0.9999	0.9987	0.9900	0.9591	0.8867	0.7624	0.5956	0.4143	0.2517
	9		1.0000	0.9998	0.9974	0.9861	0.9520	0.8782	0.7553	0.5914	0.4119
	10			1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.9468	0.8725	0.7507	0.5881
	11				0.9999	0.9991	0.9949	0.9804	0.9435	0.8692	0.7483
	12				1.0000	0.9998	0.9987	0.9940	0.9790	0.9420	0.8684
	13					1.0000	0.9997	0.9985	0.9935	0.9786	0.9423
	14						1.0000	0.9997	0.9984	0.9936	0.9793
	15							1.0000	0.9997	0.9985	0.9941
	16								1.0000	0.9997	0.9987
	17									1.0000	0.9998
	18										1.0000