

Stochastik für Informatiker



Dr. rer. nat. Johannes Riesterer

Aufgabe

Beim Lottospiel werden ohne zurücklegen 6 Zahlen aus 49 gezogen. Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

- 1 Alle 6 Gewinnzahlen richtig zu tippen.
- 2 Genau 5 richtige Gewinnzahlen zu tippen.
- 3 Mindestens 3 richtige Gewinnzahlen zu tippen.
- 4 Alle 6 Gewinnzahlen sind gerade.

Aufgabe

Drei Bits werden über einen digitalen Nachrichtenkanal übertragen. Jedes Bit kann falsch oder richtig empfangen werden.

- 1 Geben Sie den Ereignisraum Ω an.
- 2 Wie viele Elemente besitzt Ω ?
- 3 Es sei $A_i := \{ \text{i-tes Bit ist verfälscht} \}$. Geben Sie A_1 an.

Aufgabe

Es sei $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$.

- ① Welche der folgenden Mengen sind σ -Algebren?

$$A = \{\emptyset, \Omega\}$$

$$B = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2, 3\}, \{4\}\}$$

$$C = \{\emptyset, \Omega, \{1, 2\}, \{3, 4\}\}$$

- ② Geben Sie die kleinste Sigma-Algebra über Ω an, in der die Mengen $\{1\}$ und $\{2\}$ enthalten sind.

Aufgabe

Bei einer Qualitätskontrolle können Werkstücke zwei Fehler haben, den Fehler A und den Fehler B . Aus Erfahrung ist bekannt, dass ein Werkstück mit Wahrscheinlichkeit 0.05 den Fehler A , mit Wahrscheinlichkeit 0.01 beide Fehler und mit Wahrscheinlichkeit 0.03 nur den Fehler B hat.

- 1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Werkstück den Fehler B ?
- 2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Werkstücke fehlerfrei, beziehungsweise fehlerhaft?
- 3 Bei einem Werkstück wurde der Fehler A festgestellt, während die Untersuchung auf Fehler B noch nicht erfolgt ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat es auch den Fehler B ?

Aufgabe

- 1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Werkstücke fehlerfrei, falls es den Fehler B nicht besitzt?
- 2 Sind die Ereignisse Werkstück hat Fehler A und Werkstück hat Fehler B unabhängig?

Aufgabe

In einer Urne befinden sich 4 schwarze und 6 weiße Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen, wobei die erste Kugel zurückgelegt wird, bevor die Zweite gezogen wird. Zeigen Sie, dass das ziehen einer Schwarzen oder Weißen Kugel im zweiten Zug stochastisch unabhängig davon ist, welche Kugel im ersten Zug gezogen wurde. Gilt das auch, wenn nach dem ersten Zug die Kugel nicht zurückgelegt wird?

Aufgabe

Es sei $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
 $R = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ und
 $X : \Omega \rightarrow R; X(a, b) := a + b$. Berechnen Sie $\mathbb{E}(X)$.