

# Voting as a Lottery

Analyse détaillée de l'article de Attanasi et al. (2017)

Abdourahamane TRAORE, Noa BIGARD, Yanis MESSERLI,  
Zineb EL BACHIRI - Master QAE

Université de Franche-Comté

Février 2025

# Plan de la Présentation

## 1. Introduction

- ▶ Contexte et problématique
- ▶ Notions clés

## 2. La Loterie Législative

- ▶ Modélisation du vote comme une loterie
- ▶ Choix du seuil de majorité optimal
- ▶ Influence des biais comportementaux

## 3. Le Jeu Constitutionnel

- ▶ Négociation constitutionnelle et prise de décision
- ▶ Influence des préférences des électeurs
- ▶ Rôle des minorités et du statu quo

## 4. Conclusion

- ▶ Synthèse des résultats
- ▶ Implications et perspectives

# Introduction

## Problématique et Objectifs

- ▶ Pourquoi certaines décisions nécessitent-elles une supermajorité ?
- ▶ Certaines décisions politiques requièrent plus qu'une majorité simple (ex : Sénat américain, UE).
- ▶ L'article explore comment les électeurs prennent leurs décisions sous incertitude.
- ▶ Quels sont les effets de l'aversion au risque, aux pertes et de la surconfiance sur le seuil de décision ?

# Systèmes de Vote

- ▶ Étude des mécanismes de prise de décision collective.
- ▶ Différents types de vote : majorité simple (50% + 1 voix), supermajorité ( $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ) et unanimité (100%).
- ▶ Impact sur la rapidité de prise de décision et la protection des minorités.
- ▶ Exemple : Dans l'Union Européenne, certaines décisions nécessitent une double majorité.

## Arbitrage Décision/Protection

- ▶ Compromis entre l'efficacité et la stabilité des décisions.
- ▶ Une majorité simple favorise la rapidité, mais peut marginaliser les minorités.
- ▶ Une supermajorité protège les minorités mais ralentit la prise de décision.
- ▶ Exemple : Le Sénat américain impose 60 votes sur 100 pour limiter le passage de lois controversées.

## Loterie et Incertitude

- ▶ Le vote est assimilé à une loterie où l'issue est incertaine.
- ▶ Chaque électeur doit estimer ses chances de victoire ou de défaite.
- ▶ L'incertitude pousse certains électeurs à soutenir des supermajorités.
- ▶ Influence des informations et des sondages sur les croyances électorales.
- ▶ Exemple : Lors du référendum du Brexit, l'incertitude a influencé les comportements des électeurs.

## Aversion au Risque et Rationalité Limitée

- ▶ Les électeurs évitent l'incertitude et préfèrent des décisions sécurisées.
- ▶ Influence des biais cognitifs sur la prise de décision.
- ▶ Explication de la préférence pour des supermajorités dans certaines conditions.
- ▶ Exemple : Les réformes fiscales nécessitent souvent des supermajorités pour éviter des fluctuations brutales.

# Règles Constitutionnelles

- ▶ Justification des supermajorités dans les constitutions.
- ▶ Protection contre les décisions arbitraires et les changements trop rapides.
- ▶ Certaines constitutions exigent des votes qualifiés pour les modifications majeures.
- ▶ Exemples : révision de la Constitution française (3/5 du Parlement), amendements constitutionnels aux États-Unis (2/3 du Congrès + 3/4 des États).

# Hypothèses du Modèle

- ▶ Modèle probabiliste du vote.
- ▶ Assemblée de taille  $n$ , avec électeurs votant entre  $\alpha$  et  $\beta$ .
- ▶ Chaque électeur a une **probabilité subjective**  $p_i$  de voter  $\alpha$ .
- ▶ Chaque électeur a un **poids de vote**  $w_i$ .
- ▶ Le total des votes suit une **distribution normale** :

$$X_\alpha \sim \mathcal{N}(\mu_\alpha, \sigma_\alpha^2)$$

# Confiance et Optimisme

Confiance et optimisme sont deux concepts distincts dans le modèle.

Confiance :

- Dépend des espérances conditionnelles des votes ( $I_\alpha, I_\beta$ ) et du poids de vote  $w_j$ .
- Un agent est confiant si  $I_\alpha + w_j > I_\beta$ .

Optimisme :

- Est une perception subjective de la probabilité  $p$  d'être dans la majorité.
- Modifie la perception de  $RASQ_j$ , ce qui influence le seuil  $q_j^*$ .

Différence :

- La confiance est un élément structurel du modèle. - L'optimisme est un biais psychologique, qui modifie la perception de la probabilité de victoire.

## Espérances Conditionnelles $I_\alpha$ et $I_\beta$

Espérances conditionnelles :  $I_\alpha$  est l'espérance du nombre de votes en faveur de la réforme.  $I_\beta$  est l'espérance du nombre de votes contre la réforme.

Un agent est confiant si :

$$I_\alpha + w_j > I_\beta$$

Il est non-confiant si :

$$I_\alpha + w_j < I_\beta$$

Effet sur l'utilité espérée : - Si  $j$  est confiant,  $EU_j(L_j(q))$  est concave. - Si  $j$  est non-confiant,  $EU_j(L_j(q))$  est convexe.

# Utilité Espérée et Condition de Premier Ordre (CP0)

L'utilité espérée d'un électeur  $j$  dépend des probabilités associées à chaque issue :

$$EU_j(L_j(q)) = Pr_j\{\alpha, q\} \cdot u(\alpha) + Pr_j\{\beta, q\} \cdot u(\beta) + Pr_j\{S, q\} \cdot u(S)$$

**Composition :**

- ▶  $Pr_j\{\alpha, q\}$  : probabilité que la réforme passe → utilité  $u(\alpha)$ .
- ▶  $Pr_j\{\beta, q\}$  : probabilité d'être dans la minorité → utilité  $u(\beta)$ .
- ▶  $Pr_j\{S, q\}$  : probabilité du statu quo → utilité  $u(S)$ .

**Condition de Premier Ordre (CP0) :**

$$f_a(q_j^0) - w_j \cdot (u(\alpha) - u(S)) = f_b(q_j^0) \cdot (u(S) - u(\beta))$$

**Interprétation :**

- ▶ En réarrangeant, on obtient le seuil optimal  $q_j^0$ .

## Ratio Avantage-Statu Quo $RASQ_j$

Le ratio  $RASQ_j$  mesure le rapport entre l'avantage perçu du statu quo et le gain attendu d'une majorité favorable :

$$RASQ_j = \frac{u(S) - u(\beta)}{u(\alpha) - u(S)}$$

Interprétation intuitive :

- ▶  $u(\alpha)$  : utilité si la réforme passe.
- ▶  $u(\beta)$  : utilité si la réforme échoue.
- ▶  $u(S)$  : utilité du statu quo (situation actuelle).

Que signifie  $RASQ_j$  ?

- ▶ Si  $RASQ_j > 1$  : l'électeur valorise le statu quo et préfère un seuil élevé.
- ▶ Si  $RASQ_j < 1$  : l'électeur préfère la réforme et veut un seuil plus bas.

Effet des biais comportementaux :

- ▶ **Optimisme** ( $p$  élevé)  $\rightarrow RASQ_j$  diminue  $\rightarrow$  seuil  $q_j^*$  plus bas.
- ▶ **Aversion au risque** ( $\alpha$  élevé)  $\rightarrow RASQ_j$  augmente  $\rightarrow$  seuil  $q_j^*$  plus élevé.

## Proposition 1 : Seuil Optimal $q_j^0$

Définition du seuil optimal :

$$q_j^0 = \frac{m}{2} + \frac{\sigma^2 \ln RASQ_j}{w_j + l_\alpha - l_\beta}$$

Interprétation : -  $q_j^0$  est le seuil optimal sans biais comportementaux. - Plus  $RASQ_j$  est grand, plus  $q_j^0$  est élevé. - Plus  $l_\alpha + w_j > l_\beta$ , plus  $q_j^0$  est bas.

## Seuil Optimal Ajusté $q_j^*$

Formule du seuil optimal ajusté :

$$q_j^* = q_j^0 + \frac{\sigma^2 \ln(1 + \alpha)}{w_j + \mu_\alpha}$$

Effets des biais : - L'aversion au risque ( $\alpha$ ) augmente  $q_j^*$ .

- Le pouvoir de vote ( $w_j$ ) diminue  $q_j^*$ .
- L'optimisme ( $p$ ) diminue  $RASQ_j$ , donc réduit  $q_j^*$ .

Conclusion :

- Un électeur très prudent et pessimiste exige une supermajorité.
- Un électeur influent et optimiste préfère une majorité simple.

## Récapitulatif

La confiance est intégrée dans le modèle via  $I_\alpha, I_\beta, w_j$ .

- L'optimisme agit via  $p$ , influence  $RASQ_j$  et réduit  $q_j^*$ .
- Proposition 1 :  $q_j^0$  est déterminé par la confiance et  $RASQ_j$ .
- Proposition 2 :  $q_j^*$  est modifié par l'aversion au risque, le pouvoir de vote et l'optimisme.

Effet combiné :

- Les électeurs prudents et pessimistes veulent une supermajorité.
- Les électeurs confiants et optimistes préfèrent une majorité simple.

## Proposition 3

**L'individu averse au risque.**

| Effet                                 | Conséquences                        |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| Préférence pour des règles strictes   | Supermajorités élevées, unanimité   |
| Moins sensible à son pouvoir de vote. | Améliore la position des minorités  |
| Favorise le statu quo                 | Ralentit les changements politiques |

Table – Tableau des effets et conséquences

# Mise à jour bayésienne des croyances

## Principe :

- ▶ Un agent ajuste sa croyance sur sa probabilité d'être en majorité après réception d'une information.
- ▶ Bonne nouvelle : seuil de majorité plus bas.
- ▶ Mauvaise nouvelle : seuil de majorité plus élevé.

# Mise à jour bayésienne des croyances

## Principe :

- ▶ Un agent ajuste sa croyance sur sa probabilité d'être en majorité après réception d'une information.
- ▶ Bonne nouvelle : seuil de majorité plus bas.
- ▶ Mauvaise nouvelle : seuil de majorité plus élevé.

## Formule :

$$q_j^{(0|s)} = \frac{m}{2} + \frac{\sigma_s^2 \ln RASQ_j}{w_j + \mu_{(\alpha|s)} - \mu_{(\beta|s)}}$$

$\sigma_s^2$  : précision de l'information

$w_j$  : pouvoir de vote de  $j$

$\frac{m}{2}$  : majorité simple

$\mu_{(\alpha|s)} - \mu_{(\beta|s)}$  : différences entre les croyances révisées

$RASQ_j$  : l'avantage relatif du statu quo pour  $j$

# Surconfiance et Proposition 4

**Définition :** *psychologically distorted reaction to new information* (Attanasi et al., [2017]).

## Proposition 4 :

Si l'individu est suffisamment surconfiant, alors :

- ▶ Surestime le soutien après une bonne nouvelle ⇒ seuil bas .
- ▶ Surestime l'opposition après une mauvaise nouvelle ⇒ seuil élevé.
- ▶ Accentue la polarisation des préférences de vote.

# Le jeu constitutionnel

## Pourquoi une négociation constitutionnelle ?

- ▶ Éviter de renégocier à chaque vote.
- ▶ Protéger les minorités tout en assurant une prise de décision efficace.
- ▶ Réduire les conflits futurs.

## Objectif :

- ▶ déterminer un seuil de majorité optimal sous contrainte des préférences hétérogènes

# Le jeu constitutionnel

De l'utilité individuelle

$$EU_j(L_j(q)) = Pr_j\{\alpha, q\} \cdot u_j(\alpha) + Pr_j\{\beta, q\} \cdot u_j(\beta) + Pr_j\{r, q\} \cdot u_j(S)$$

on obtient, par l'agrégation :

$$\max_{q \in [q^s, m]} \prod_{j=1}^n [EU_j(L_j(q)) - u_j(z)]$$

## Existence et unicité d'un accord

- ▶ Soit  $\mathbf{Q} \subseteq [q^s, m]$  l'ensemble des seuils acceptables tel que  $EU_j(L_j(q)) - u_j(z) > 0 \forall j$
- ▶ L'accord constitutionnel est toujours atteint si  $Q \neq \emptyset$ .
- ▶ Si les préférences sont concaves, un unique seuil optimal  $q^N$  est garanti :

$$q^N = \operatorname{argmax}_{q \in [q^s, m]} \prod_{j=1}^n [EU_j(L_j(q)) - u_j(z)]$$

- ▶ Assure un cadre stable et prévisible.

# Négociation constitutionnelle

- ▶ Négociation de Nash : Choix d'un seuil de majorité pour l'analyse des préférences individuelles.
- ▶ Facteurs influençant la négociation
  - ▶ Pouvoir de vote ( $w$ )
  - ▶ Optimisme ( $p$ )
  - ▶ Aversion au risque (RASQ)
- ▶ Effets des changements dans les préférences individuelles
  - ▶ Figure 1 Membre confiant.
  - ▶ Figure 2 Membre non confiant.

## Figure 1 : Membre confiant

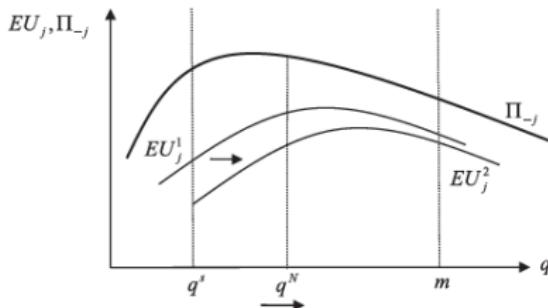


Fig. 1. Confident -  $q^N$  increases  $\left( \Pi_{-j}(q) = \prod_{i \in N \setminus j} [EU_i(L_i(q)) - u_i(\emptyset)] \right)$ .

Figure – Fonction d'utilité d'un membre confiant.

- ▶ La courbe d'utilité est concave.
- ▶ Le membre  $j$  préfère initialement des seuils plus bas.
- ▶ Si ses préférences changent pour une aversion au risque, sa courbe d'utilité ( $EU_j$ ) se déplace vers le bas et vers la droite, il pousse pour des seuils plus élevés.

## Figure 2 : Membre non confiant

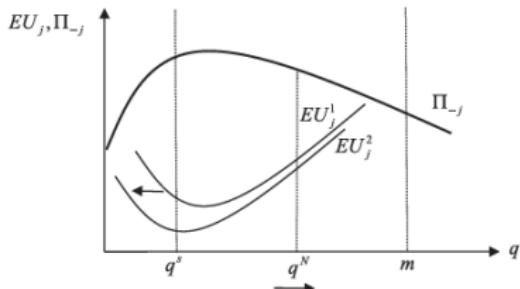


Fig. 2. Non-confident -  $q^N$  increases if  $EU_j$  is convex enough.

### Figure – Fonction d'utilité d'un membre non confiant.

- ▶ La courbe d'utilité est convexe.
- ▶ Le membre j préfère initialement des seuils plus élevés.
- ▶ Si ses préférences changent, sa courbe d'utilité ( $EU_j$ ) se déplace vers le bas et vers la gauche, il pousse pour des seuils encore plus élevés.

## Analyse des Figures 1 et 2

- ▶ Les accords constitutionnels sur les règles de vote sont influencés par les asymétries de pouvoir et les préférences individuelles.
- ▶ Les membres qui anticipent être dans la minorité ou qui sont plus averses au risque ont plus de poids dans la négociation.
- ▶ Cela conduit souvent à des constitutions avec des règles de vote protectrices.
- ▶ Ce modèle montre l'importance des facteurs comportementaux et asymétries de pouvoir dans la conception des règles de vote.

# Conclusion

- ▶ **Règles de vote et incertitude**
  - ▶ Influencent la probabilité d'un résultat.
  - ▶ Les individus averses au risque, moins puissants ou moins optimistes préfèrent des seuils plus élevés.
- ▶ **Négociation constitutionnelle**
  - ▶ Les minorités et les membres averses au risque poussent pour des seuils de majorité plus élevés.
- ▶ **Exemples réels**
  - ▶ Des constitutions comme celle de l'Inde ou le Traité de Lisbonne de l'UE agissent en ce sens pour protéger les minorités.
- ▶ **Extension possible**
  - ▶ Explorer les négociations législatives avec des propositions endogènes pour des règles de vote plus décisives.