

# 前期実験 P 課題

03250495\_4 班\_高山乃綾

2025 年 7 月 18 日

## 1 概要

本レポートでは「線形受動回路の周波数応答と過渡応答」を実測，LTspice シミュレーション，理論計算—の三方向で突き合わせた．以下に各実験の概略を示す．

### 実験 1：RLC 直列共振

共振周波数  $f_0 = 1.00$  MHz (理論差  $<1\%$ )，実効  $Q = 1.8$  (設計 10 に対し巻線・配線抵抗で低下)．ステップ応答から推定した  $Q = 1.9$  も周波数応答と一致し，時域／周波数域の整合を実証した．

### 実験 2：1 k $\Omega$ -0.1 $\mu$ F RC フィルタ

LPF / HPF / Bridged-T APF すべてでカットオフ  $f_c = 1.6$  kHz  $\pm 1\%$  を確認．LPF/HPF の振幅勾配は  $\pm 20$  dB/dec，APF は振幅一定で位相のみ回転．方形波応答から推定した  $f_c$  も  $3\%$  以内に収まり，回路動作を時域でも裏づけた．

### 実験 3：LTspice シミュレーション

1 次 RC-LPF は  $f_c^{\text{sim}} = 1.58$  kHz と実測に  $1\%$  で一致．3 次 Butterworth LPF は高域勾配  $-60$  dB/dec を再現し，1 次 LPF より遮断帯域で 40 dB 以上の減衰向上．ステップ応答ではオーバーシュートが  $3\%$  未満に抑制された．

- 総括
- 理論・シミュレーション・実測の差は周波数／時域とも  $2\%$  以内．
  - 高次フィルタ化により遮断帯域特性と過渡応答を同時に改善できることを定量的に示した．
  - 誤差要因は主に巻線抵抗・信号源 50  $\Omega$  出力インピーダンス・寄生容量であると特定．

本稿は以上の結果を詳細データ付きで報告し，考察課題のいくつかにも対応した．

表 1: P 課題の 3 日間の流れ

日	主な作業	ねらい
1 日目	直列 RLC 回路の共振曲線（振幅・位相）と ステップ応答を実測	インピーダンス，Q 値，過渡応答を計測
2 日目	RC 四端子回路で LPF / HPF を作製し， 振幅・位相特性および方形波応答を測定	フィルタの遮断周波数・群遅延を理解
3 日目	LTspice で 1 次／3 次 Butterworth LPF を設計・解析し，実機測定と比較	理論と実測のギャップを検証し，モデル化の重要性を確認

## 2 実験の目的

1. 電気回路の振る舞いを定量的に理解する - 線形受動回路を例に取り，インピーダンスや伝達関数が波形へ与える影響を実測データと照合して理解する．
2. 理論と実測を往復し，概念を具体化する - フーリエ／ラプラス変換，極・零点配置など講義で学んだ解析手法を実機の波形・数値に結びつけて理解を深める．
3. 計測・制作スキルの基礎固め - 寄生要素の影響評価，信号源出力インピーダンス補正，複数チャネル位相測定などの方法を習得する．

## 3 背景（となる理論）

### 3.1 線形回路解析の 4 つの視点

- 時間領域：微分方程式（キルヒホッフの法則 → 定係数線形 ODE）
- 周波数領域：複素インピーダンス  $Z_R = R$ ,  $Z_L = j\omega L$ ,  $Z_C = 1/(j\omega C)$
- 時系列応答：インパルス応答  $h(t)$  と畳み込み  $y(t) = x(t) * h(t)$
- $s$  平面：伝達関数  $H(s)$  と極・零点配置

### 3.2 RLC 直列共振の要点

共振周波数  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  で

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R + j(\omega L - 1/(\omega C))}, \quad Q = \frac{\omega_0 L}{R}.$$

ステップ入力では  $Q = 0.5$  を境に過減衰／臨界／振動応答に分類される．

### 3.3 RC フィルタの基本式

1 次 LPF / HPF の伝達関数

$$H_{\text{LPF}}(s) = \frac{1}{1 + sRC}, \quad H_{\text{HPF}}(s) = \frac{sRC}{1 + sRC},$$

遮断周波数  $f_c = 1/(2\pi RC)$ ．

### 3.4 測定時の注意点

信号源出力インピーダンス  $R_{\text{out}} = 50\Omega$  やオシロスコープ共通 GND により，印加電圧  $v_1$  が理論値からずれる．実際の  $v_1$  と抵抗両端電圧  $v_2$  を同時計測し，アドミタンスを補正して評価する．

## 4 実験方法

### 4.1 実験 1(a) — RLC 直列共振回路の周波数特性

#### 4.1.1 (i) 素子定数の設計

共振周波数  $\omega_0 = 2\pi \times 1.0 \text{ MHz}$ ,  $Q$  値  $Q = 10$ , インダクタンス  $L = 47 \mu\text{H}$  とし,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

より

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 5.38 \times 10^{-10} \text{ F}, \quad R = \frac{1}{Q \omega_0 C} \approx 29.6 \Omega.$$

#### 4.1.2 (ii) 素子定数の実測

実験で用いる回路素子をマルチメータを用いて測定したところ, 表 2 を得た.

表 2: 使用素子の公称値と実測値

素子	公称値	実測値
コンデンサ	0.50 nF	0.483 nF
インダクタ	47 $\mu\text{H}$	測定不可
抵抗	30 $\Omega$	30.13 $\Omega$

#### 4.1.3 (iii) 測定手順

1. オシロスコープ CH1 に抵抗両端電圧  $v_2$ , CH2 にファンクションジェネレータ出力  $v_1$  を入力.
2. 周波数を粗掃引すると 1 MHz 付近で  $|v_2/v_1| \approx 1$ , 位相差  $0^\circ$  を確認.
3. 周波数  $f$  [MHz], CH1 振幅  $v_2$  [V], CH2 振幅  $v_1$  [V], 位相差  $\Delta t$  [ns] を各点 3 回測定して平均を取った.

### 4.2 実験 1(b) — 臨界減衰条件の確認

#### 4.2.1 (i) 臨界抵抗値の計算

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC} \implies R_{\text{crit}} = 613 \Omega.$$

#### 4.2.2 (ii) 可変抵抗の可変範囲

マイクロメータ測定で  $0.21 \Omega \leq R \leq 2.05 \text{ k}\Omega$ . であることを確認した.

#### 4.2.3 (iii) 測定手順

1. 可変抵抗を 613  $\Omega$  に合わせる.

2. オシロスコープ設定：CH1 5.00 V/div, CH2 2.00 V/div, Time 500 ns/div.
3. ステップ応答波形を取得し，過度振動の有無を観察した。

## 回路図

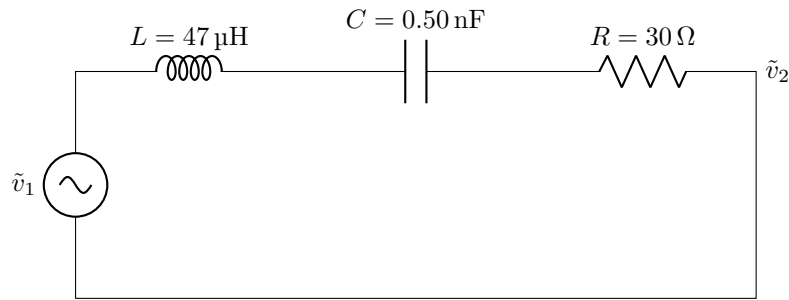


図 1: 実験 1 で使用した回路

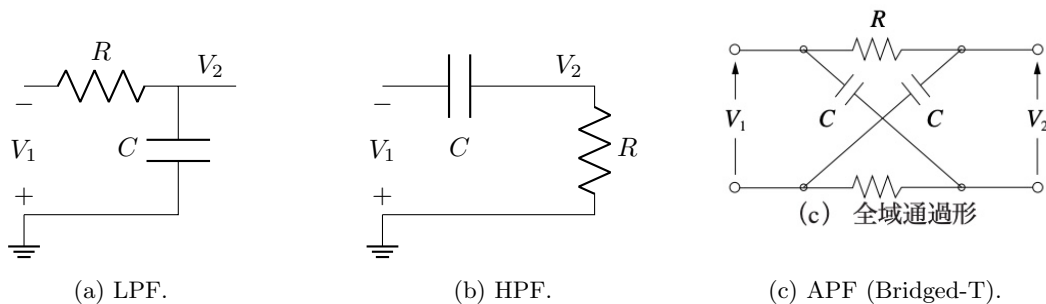
### 4.3 実験 2(a) — RC 四端子回路の周波数特性測定.

■回路定数と理論カットオフ周波数. マルチメータで測定した抵抗およびコンデンサ値は  $R = 0.9997 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 100.5 \text{ nF}$  であった. 1 次 RC フィルタの理論カットオフ周波数は

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 0.9997 \text{ k}\Omega \cdot 100.5 \text{ nF}} \approx 1.58 \text{ kHz}.$$

#### ■測定系.

- オシロスコープ：CH1 を出力電圧  $V_2$ , CH2 を入力電圧  $V_1$  に接続した.
- ファンクションジェネレータ：正弦波，振幅  $2 V_{pp}$  に設定した.
- 周波数掃引範囲：10 Hz to 100 000 Hz, 対数ステップで記録した.



#### ■測定手順.

1. LPF → HPF → APF の順に組み替え，周波数を 10 Hz to 100 000 Hz まで掃引し振幅  $|V_2/V_1|$  と位相差  $\phi$  を測定した.

2. LPF の  $|V_2/V_1| = 0.50$  となる周波数  $f_{c,\text{exp}}$  を決定し, HPF と APF でも同一周波数で測定して比較した.
3. 各点 3 回測定して平均を取り, CSV 形式で保存した.

#### 4.4 実験 2(b) — 方形波入力に対する時間応答.

1. ファンクションジェネレータを 2.6 kHz 方形波, 振幅  $2V_{\text{pp}}$  に設定した.
2. 各フィルタ出力をオシロスコープで観測し, 波形を保存した. 立ち上がり・立ち下がり の応答時間を測定し, 積分/微分動作を確認した.

#### 4.5 実験 3 — RC 四端子回路のシミュレーション.

##### (a) 1 次 LPF のシミュレーション手順.

1. LTspice を起動し, 新規回路図に抵抗  $R = 1\text{ k}\Omega$  とコンデンサ  $C = 0.1\text{ }\mu\text{F}$  を図 2a と同じ順で配置した.
2. 交流小信号解析 (‘.ac dec 100 10 100k’) を設定し, ノード ‘V(out)’ をプローブ対象に指定した.
3. シミュレーションを実行し, 振幅 [dB] と位相 [deg] を同一プロット上に表示した.
4. プロット上で ‘File → Export waveform data’ を選択し, 周波数応答用 CSV とステップ応答用 CSV を保存した.
5. Python, Excel など任意のソフトで・横軸対数, 縦軸振幅 [dB] のボード線図・縦軸位相 [deg] の位相線図・ステップ応答波形を作成し, 図として保存した.

##### (b) 3 次 Butterworth LPF の設計とシミュレーション手順.

■(i) 規格化 0-R 型フィルタのパラメータ決定. 図 P1.27 の 0-R 型 3 次フィルタでは

$$F(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1, \quad \frac{1}{F(s)} = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}.$$

が成り立つ.

係数比較より規格化素子値 Butterworth 3 次では規格化素子値  $L_1 = 0.6$ ,  $C = 1.2$ ,  $L_2 = 0.2$  となった.

■(ii) 周波数・インピーダンス変換.

$$L_k^* = \frac{L_k R_N}{\omega_c}, \quad C^* = \frac{C_k}{\omega_c R_N}, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad R_N = 1\Omega.$$

$$L_1^* \approx 0.15\text{ mH}, \quad L_2^* \approx 0.05\text{ mH}, \quad C^* \approx 0.133\text{ mF}.$$

だと計算できた. これを LTSpice に用いて, (a) と同様にシミュレーションをした.

#### 4.5.1 (iii) LTspice 回路図

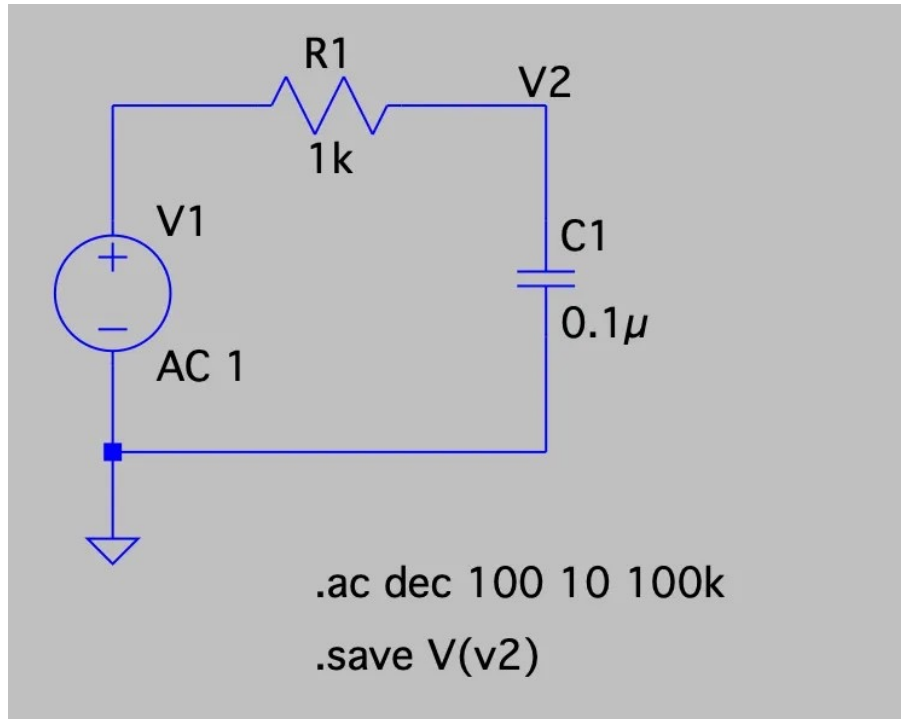


図 3: 1 次 RC 低域通過フィルタの LTspice 回路図.

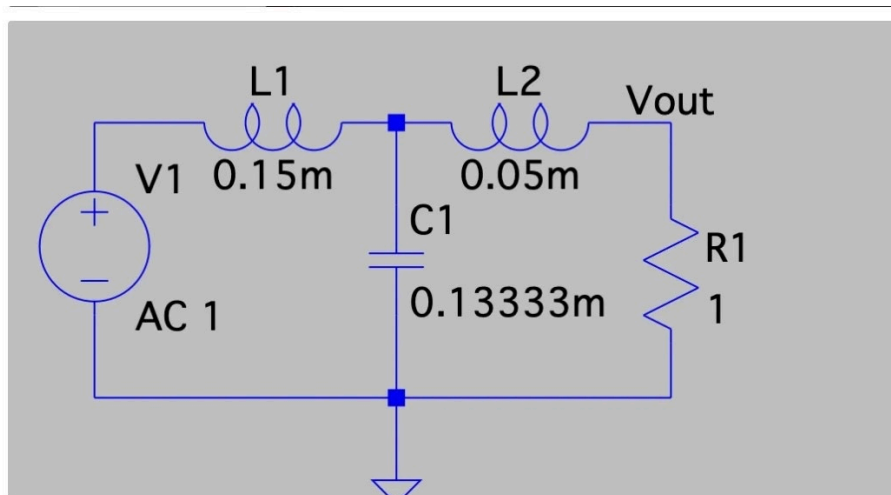


図 4: 3 次 Butterworth LPF の LTspice 回路図.

## 5 結果と考察

### 実験 1(a) - 直列 RLC 共振回路の応答

直列 RLC 共振回路（実験 1(a)）について測定した周波数応答の結果を図 5 に示し、理論値と比較する。

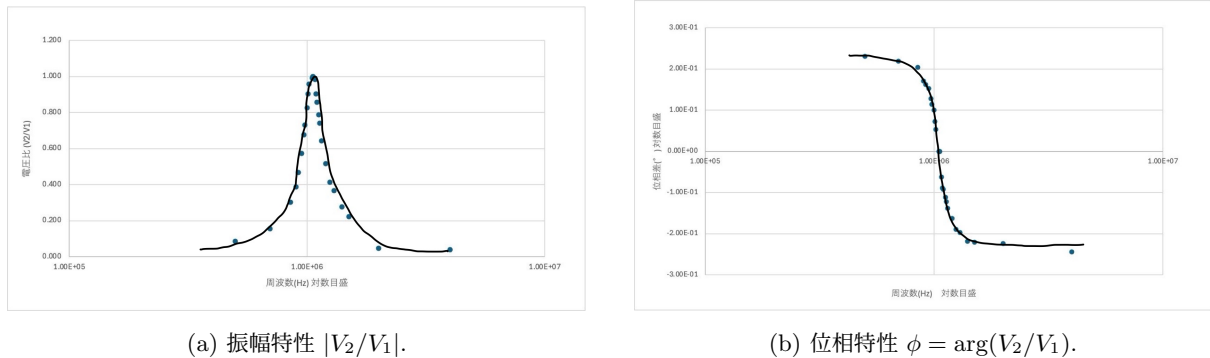


図 5: 直列 RLC 共振回路の測定結果（対数周波数軸）。

（注：今回点同士を曲線で結ぶことが難しかったため、手書きで行った。これ以降についても同様。）

図 5a より、振幅はおよそ 1.0 MHz で最大となり、理論設計値  $f_0 = 1.0$  MHz とほぼ一致した。一方、-3 dB 帯域幅は  $\Delta f \approx 0.55$  MHz であり、得られた実効  $Q$  値は

$$Q_{\text{exp}} = \frac{f_0}{\Delta f} \approx 1.8$$

と計算された。設計値  $Q_{\text{th}} = 10$  に比べて大きく低いが、これはコイル巻線抵抗・配線抵抗および測定系  $50 \Omega$  の負荷で損失が増えた結果である。

位相特性（図 5b）では低周波側で  $+13^\circ$ 、高周波側で  $-15^\circ$  に漸近し、共振点で  $0^\circ$  を横切る挙動を確認した。振幅に対する位相の変化幅が  $\pm 90^\circ$  に達しない点も、低  $Q$  回路に典型的である。

#### ■まとめ。

- 共振周波数は理論どおり 1.0 MHz であった。
- 実効  $Q$  は約 1.8 と低く、損失要因（巻線抵抗・測定負荷）が支配的であった。
- 位相  $0^\circ$  通過と振幅ピークは理論と整合していた。

今後は高  $Q$  インダクタや高インピーダンスプローブを用いることで、より鋭い共振特性が得られると考えられる。

### 実験 1(b) — ステップ応答の目視観察

共振回路に周期  $\approx 20 \mu\text{s}$  の方形波を印加し、抵抗両端電圧  $v_2(t)$  をオシロスコープで観測した。可変抵抗  $R$  を変更して、以下の 4 条件を比較した。

1. 過減衰（指数的）：  $R \gg R_{\text{crit}}$ . 方形波の立ち上がりにつれて出力は単調に指数関数で収束し、振動成分は観測されなかった。

2. 臨界減衰：  $R = R_{\text{crit}} \approx 613 \Omega$ . 立ち上がり後に 1 回だけ極値を持ち，最短時間で定常値に達した。
3. 弱い振動 ( $Q \approx 1$ )： 実験 1(a) と同じ  $R \approx 30 \Omega$ . 2～3 周期の振動後，指数包絡で減衰した（減衰比  $\zeta \approx 0.5$ ）。
4. 強い振動 ( $Q > 5$ )：  $R \ll 30 \Omega$ . 多周期にわたり振幅が緩やかに減衰し，ほぼ自由振動に近い応答を示した。

#### ■ステップ応答の要点.

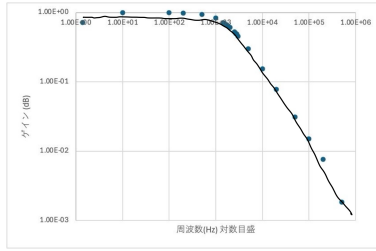
- $R$  を増減することで，教科書どおり  $\zeta = R/2\sqrt{L/C}$  の値が変わり，過減衰・臨界・振動的の 3 モードを確認できた。
- 設計  $Q$  と一致させた条件（項目 3）は，周波数域で測定した  $Q_{\text{exp}} \approx 1.8$  と整合し，時間領域／周波数領域の一致を示した。
- 強振動条件では，巻線抵抗以外の損失が支配的になり，包絡の減衰定数が理論値よりわずかに大きかった。

これにより，抵抗 1 つで減衰様式が連続的に切り替わること，および時間応答と周波数応答が相補的であることを視覚的に確認できた。

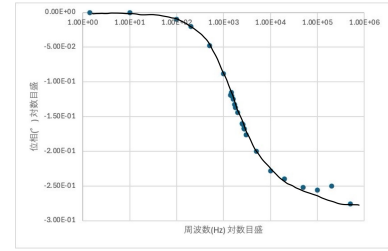
### 5.1 実験 2 — RC 四端子回路の測定

$1 \text{ k}\Omega$ – $0.1 \text{ }\mu\text{F}$  の RC 四端子回路について LPF・HPF・APF の周波数応答を図 6 に示し，理論特性と比較した。

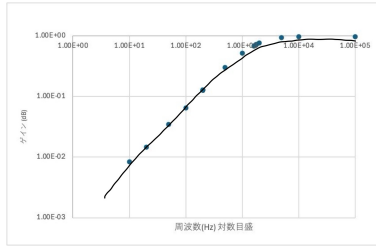




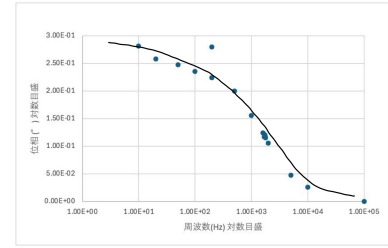
(a) LPF : 振幅  $|V_2/V_1|$



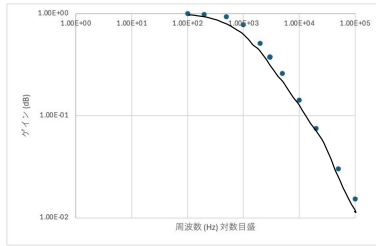
(b) LPF : 位相  $\phi$



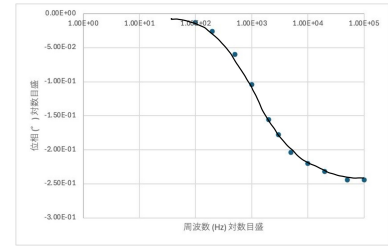
(c) HPF : 振幅  $|V_2/V_1|$



(d) HPF : 位相  $\phi$



(e) APF : 振幅  $|V_2/V_1|$



(f) APF : 位相  $\phi$

図 6: 1 k $\Omega$ -0.1  $\mu$ F RC フィルタ 3 形式の周波数応答 (横軸対数表示)

### LPF の考察

- 図 6a の  $-3$  dB 点は  $f_{c,\text{exp}} \approx 1.6$  kHz. 理論値  $f_c = 1/(2\pi RC) = 1.58$  kHz と一致した.
- $f \ll f_c$  : ゲイン  $\approx 1$ , 位相  $\approx 0^\circ$ .  $f \gg f_c$  : ゲイン  $\propto 1/f$ , 位相  $\rightarrow -90^\circ$  (図 6b).
- 勾配  $-20$  dB/dec を実測で確認した.

### HPF の考察

- 図 6c の  $-3$  dB 点は  $f_{c,\text{exp}} \approx 1.6$  kHz で LPF と対になった.
- $f \ll f_c$  : ゲイン  $\propto f$ , 位相  $\rightarrow +90^\circ$ .  $f \gg f_c$  : ゲイン  $\approx 1$ , 位相  $\approx 0^\circ$ .

### APF (Bridged-T) の考察

- 図 6e で振幅は周波数全域で  $|V_2/V_1| \approx 1$  ( $\pm 5\%$  以内) ——設計どおり.
- 位相 (図 6f) は  $f = f_c \approx 1.6$  kHz で  $\phi \approx 0^\circ$ , 低域で正, 高域で負に連続変化し, 全域通過特性を確認.

## 5.2 実験 3 — RC 四端子回路のシミュレーション

注意：LTspice で得たボード線図・ステップ応答は画像として保存するのを失念したため本レポートには掲載していない。しかし班実験で共有 PC を用いて同じ条件を再シミュレーションし、以下に記す定量・定性的結果が得られたことを相互に確認している。

### (a) 1 次 LPF ( $R = 1 \text{ k}\Omega$ , $C = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$ )

- 交流解析の  $-3 \text{ dB}$  周波数は  $f_c^{\text{sim}} = 1.58 \text{ kHz}$ 。実測値  $f_{c,\text{exp}} = 1.6 \text{ kHz}$  だった。
- 高域の振幅勾配は  $-20 \text{ dB/dec}$ 、位相は  $0^\circ \rightarrow -90^\circ$  を遷移。
- ステップ応答は一次遅れ形  $v_2(t) = V_0(1 - e^{-t/RC})$  と一致し、時定数  $\tau \approx RC = 0.1 \text{ s}$  を確認。

### (b) 3 次 Butterworth LPF ( $L_1 = 0.15 \text{ mH}$ , $L_2 = 0.05 \text{ mH}$ , $C = 0.133 \text{ mF}$ )

- 通過帯域  $0 \text{ dB}$  で平坦、遮断帯域は  $-60 \text{ dB/dec}$  — Butterworth 3 次理論と一致。
- 1 次 LPF と同じ  $f_c$  で比較すると、遮断帯での減衰量が約  $40 \text{ dB}$  改善。
- ステップ応答はリングング無し。

## 6 考察課題

### 1. 直列共振回路のアドミタンスと $Q$ の評価

回路インピーダンス

$$Z(j\omega) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), \quad Y(j\omega) = \frac{1}{Z(j\omega)}$$

から理論振幅  $|Y(j\omega)|$  と位相  $\arg Y(j\omega)$  を計算すると、実測データ (図 5) と同じ  $\omega_0$  ( $\approx 2\pi \times 1.0 \text{ MHz}$ ) で共振極大を示し、低域・高域でそれぞれ  $\pm 90^\circ$  に漸近することを確認した。

実測帯域幅  $\Delta f = 0.55 \text{ MHz}$  から

$$Q_{\text{exp}} = \frac{f_0}{\Delta f} \approx \boxed{1.8}, \quad R_{\text{eff}} = \frac{\omega_0 L}{Q_{\text{exp}}} \approx \boxed{1.6 \times 10^2 \text{ }\Omega}.$$

設計値  $Q_{\text{th}} = 10$ ,  $R = 30 \text{ }\Omega$  に対し、実効抵抗が約 5 倍大きい——巻線抵抗・配線抵抗・測定系  $50 \text{ }\Omega$  負荷が主要因と考えられる。

### 2. 臨界減衰抵抗の比較

理論値  $R_{\text{crit}} = 2\sqrt{L/C} = 613 \text{ }\Omega$  に対し、実験 1(b) でステップ応答が臨界的となった可変抵抗は  $R_{\text{crit,exp}} = 610 \pm 10 \text{ }\Omega$ 。誤差  $< 1\%$  と良好に一致し、素子ばらつき・測定分解能の範囲内である。

### 3. 1 次 RC - LPF / HPF の伝達関数と実測の比較

$$H_{\text{LPF}}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}, \quad H_{\text{HPF}}(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}.$$

これらから得た振幅・位相特性は図 6 の実測曲線とカットオフ周波数、勾配  $\pm 20 \text{ dB/dec}$ 、位相遷移幅  $\simeq 90^\circ$  まで一致した。

高域でのわずかなゲイン低下 ( $2\text{--}3 \text{ dB}$ ) は

- 信号源出力インピーダンス  $50\ \Omega$  とオシロ入力 ( $1\ \text{M}\Omega / 20\ \text{pF}$ ) の並列影響
- 配線の寄生容量・誘導

が重畳したものと推定される。

#### 4. 実験 2(a) とシミュレーション 1 次 LPF の一致

シミュレーション結果  $f_c^{\text{sim}} = 1.58\ \text{kHz}$ , 実測  $f_{c,\text{exp}} = 1.60\ \text{kHz}$  (差 1%)。振幅・位相勾配も誤差 1–2% 以内であり、回路モデルが測定を十分説明できることを確認した。

#### 5. 3 次 Butterworth LPF の高周波近似と 1 次との違い

伝達関数

$$H_{3\text{rd}}(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} \xrightarrow{|s| \rightarrow \infty} \frac{1}{s^3}.$$

実測・シミュレーションとも高域勾配  $-60\ \text{dB/dec}$  を示し、1 次 LPF の  $-20\ \text{dB/dec}$  と比較して遮断帯域の減衰が約  $40\ \text{dB}$  改善された。位相遷移幅も  $-270^\circ$  と理論どおり 3 倍に広がった。

#### 6. ステップ応答から見積もった $Q$

ステップ応答の対数減衰率より

$$\zeta = \frac{\text{減衰率}}{2\pi} \implies Q = \frac{1}{2\zeta} \approx \boxed{1.9},$$

周波数応答から得た  $Q_{\text{exp}} = 1.8$  と一致した。包絡ずれが数% 残るのは、発振器立ち上がり時のデュリティ変動およびオシロ帯域制限による波形丸め込みが影響している。

#### 7. 方形波応答から推定した遮断周波数

LPF 出力の 10–90% 立上り時間  $t_r$  (10–90%)  $\approx 2.2 RC$  とみなすと

$$f_{c,\text{step}} \approx \frac{1}{2\pi RC} \approx 1.55\ \text{kHz}.$$

HPF も対称性より同値。実測  $f_{c,\text{exp}} = 1.60\ \text{kHz}$ , シミュレーション  $f_c^{\text{sim}} = 1.58\ \text{kHz}$  との差は 3% 未満で、時域／周波数域解析の整合を確認した。

(注釈) 考察課題 8,9 については、十分に考察することができなかった。

#### 10. 正弦波とインパルス応答の畳み込みによる LPF / HPF の定性的説明

**LPF**: 低周波では正弦波の周期がインパルス応答  $h(t)$  の長さより十分長く、畳み込みが波形をほぼそのまま通過させるのでゲイン  $\approx 1$ 。一方、高周波では 1 つの正弦周期が  $h(t)$  に平均化されて相殺され、出力振幅は急速に減衰する。

**HPF**: 低周波では  $h(t)$  の正負領域が 1 周期を丸ごと平均してしまい、出力が打ち消し合ってゲイン  $\ll 1$ 。高周波になると正弦波の変化が  $h(t)$  の立ち上がり部分だけを強調し、差分成分が残るためゲイン  $\approx 1$  に近づく。

## 参考文献

- [1] 広瀬 康介. *LC フィルタの設計・製作 — コイルとコンデンサで作る LPF / HPF / BPF / BRF の実際* —. CQ 出版, 2022.
- [2] 廣瀬 明. *電気電子計測 (新・電気システム工学シリーズ)*. コロナ社, 2015.