נוה גורש

209399757

תרגיל 7 - חלק תיאורטי

משימה ב: מה משימה 1 בינו להדפיס את a כמספר בבסיס n.

נחשב את ~~הפקודה~~ הסיבוכיות של הפונ' הרקורסיבית:

$T(a) = 1 \cdot T\left(\frac{a}{n}\right) + 3$

לפי נוסחת המאסטר נקבל

$f(a) = O(a^0)$

$\log_b a = \log_n 1 = \underline{0}$

נשים לב

$\Theta(f) = 1 = \Theta(a^0 \log_n^0 a)$

כלומר עבור $c = 0$, $k = 0$

$\Theta(f) = \Theta(a^c \log_n^k a)$

ולכן לפי המשפט

$\boxed{\Theta(\log_n a) = T(a)} = \Theta(1 \cdot \log_n a)$

שאלות

1)

$T_1(n) = 6n^2$ $T_2(n) = n^2 \log(n)$

א. מתקיים

$\lim_{n\to\infty} \frac{T_2}{T_1} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2 \log(n)}{6n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\log(n)}{6} = \infty$

ולכן $T_1 = O(T_2)$

ב. כפי שראינו

$\lim_{n\to\infty} \frac{T_2(n)}{T_1(n)} = \underline{\infty > c}$

כאשר $c>0$

ולכן $\boxed{T_1 \neq \Omega(T_2)}$

ג. $T_1 \neq \Omega(T_2)$ ולכן $\boxed{T_1 \neq \Theta(T_2)}$

ד. קל לראות שמתקיים $T_1 = O(T_2)$ ($T_1 \neq \Theta(T_2)$)

אז T_1 עדיף בהרבה

$T_1(n) = \frac{3}{2}n^2 + 7n - 4$ $T_2(n) = 8 \cdot n^2$

א. מתקיים

$\lim_{n\to\infty} \frac{T_2}{T_1} = \lim_{n\to\infty} \frac{8n^2}{\frac{3}{2}n^2 + 7n - 4} = \lim \frac{8}{\frac{3}{2} + \frac{7}{n} - \frac{4}{n^2}} = \frac{8}{\frac{3}{2}} = \underline{\frac{16}{3} > 0}$

ולכן $\boxed{T_1(n) = O(T_2(n))}$

ב. $\lim_{n\to\infty} \frac{T_2}{T_1} = \frac{16}{3} < \infty$ ולכן $\boxed{T_1 = \Omega(T_2)}$

Scanned by CamScanner

ג. מאחר ו- $T_1 = O(T_2)$ וגם $T_1 = \Omega(T_2)$

מתקיים $\boxed{T_1 = \Theta(T_2)}$ = Θ

ב. מאחר ו- $T_1 = \Theta(T_2)$ אנו צריכים לעבוד על שני הצדדים

ניתן להסיק שעבור T_2 המקדם של n הכי גבוה יותר

מאשר המקדמים של n ב T_1 ולכן עבור n גדול מספיק

(צורכת נכונה) $\boxed{\text{ולכן } T_1 \text{ מהיר מ } T_2}$ $T_1(n) < T_2(n)$

$T_1(n) = n^4$ $\quad T_2(n) = n^3\log(n)$

א. $\lim_{n\to\infty} \frac{n^3\log(n)}{n^4} = \lim_{n\to\infty} \frac{\log(n)}{n} = 0$

לופיטל

ולכן $T_1(n) \neq O(T_2(n))$

ב. $\lim_{n\to\infty} \frac{T_2}{T_1} = 0$

ולכן $\boxed{T_1(n) = \Omega(T_2(n))}$

ג. $T_1 \neq O(T_2)$ ולכן $\boxed{T_1 \neq \Theta(T_2)}$

ד. $T_1(n) = \Omega(T_2(n))$ ו- $T_1 \neq \Theta(T_2)$

ולכן $\boxed{T_2 \text{ עדיף בבירור}}$

ב. $T(0) = 1$ $\quad T(n) = T(n-2) + \frac{n}{4}\cdot 4 + 2$

$\boxed{T(n) = \underbrace{T(n-2)}_{\text{רקורסיב}} + \underbrace{2n}_{\text{לולאת while}} + 2}$

נחשב זמן ריצה אסימפטוטי

$T(n) = 2 + 2n + T(n-2) = 2 + 2n + 2 + 2(n-2) + T(n-4)$

$= \ldots = 2\cdot\frac{n}{2} + 2(n + (n-2) + \ldots)$

כמות הפעמים שמוסיפים 2

$\frac{n}{2}\cdot\frac{n}{4}$

$= n + 2\sum_{i=0}^{n/2}(n-2i) = n + 2\sum_{i=0}^{n/2} 2i = n + 4\sum_{i=0}^{n/2} i$

$\sum_{i=0}^{n/2} i = \frac{n^2}{4} \longrightarrow \boxed{T(n) = n + n^2}$

ולכן $\boxed{T_n = \Theta(n^2)}$

(3

$$T(n) = 3 + 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{2}\cdot 4 + \left(\frac{n}{2}\right)^2\cdot\frac{5}{4}$$

ג פעולות חיבור — ב רקורסיה — א פעולות סה"כ בשלב

נפשט משוואה המשוואה:

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 2n + \frac{5}{4}n^2 + 3$$

$n^{\log_b a} = n$ $\quad \frac{5}{4}n^2+2n+3 = f(n) = O(n^2)$ $\quad a=2 \quad b=2$

ניתן לראות

$\cancel{f(n)=\Omega(n^{\log_b})}$

$\cancel{\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n^3} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0}$ $\quad$ ש $\leftarrow$ $f(n)=\Omega(n^{\log_b a}) = \Omega(n)$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\frac{5}{4}n^2+2n+3} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n}{n}}{\frac{5}{4}n+2+\frac{3}{n}} = \lim\frac{1}{\frac{5}{4}n+2} = 0$$

ולכן $f(n)=\Omega(n^{\log_b a})$

ולכן לפי משפט המאסטר:

$$\boxed{T(n) = \Theta\left(\underbrace{\frac{5}{4}n^2+2n+3}_{f(n)}\right) = \Theta(n^2)}$$

(ג $T(n) = T(n-1) + c\cdot\log(n),\ T(1)=d$

נחשב את $T(n)$

$$T(n) = T(n-1) + c\cdot\log(n)$$
$$= T(n-2) + c\cdot\log(n) + c\cdot\log(n-1)$$
$$= \ldots = T(1) + c(\log(n!))$$
$$T(n) = d + c\log(n!) \le d + c\cdot\log(n^n) = \Theta(n\log n)$$

$\boxed{T(n) = O(n\log n)}$ כלומר

ה. $T(n) = 6T\left(\frac{1}{2}n\right) + n^3,\ T(1)=T(2)=T(3)=d$

$n^{\log_b a} = n^{2.58}$ $\quad a=6 \quad b=2$

$\lim_{n\to\infty}\frac{n^{\log_2 6}}{n^3} = 0$ $\quad$ לכן $f(n)=n^3$ נקבל לראות ש

$f(n)=\Omega(n^{\log_b a})$ $\quad$ ולכן לפי משפט המאסטר מקרה 3 ש

$\boxed{T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n^3)}$ מתקיים

n-זוגי כאשר, $T(n) = T(n-2) + \log n$ .3

$$T(n) = \log n + T(n-2) = \log n + \log n-2 + T(n-4)$$

$$T(n) = d + \log(n!!)$$

$$\Sigma n! = \Theta(n \log n)$$

$$\boxed{T(n) = \Theta(n \log n)}$$

[illegible]