

Zusammenfassung Oberstufe Physik

Drei Jahre auf 20 Seiten

Noah Peeters
Autor

Schüler, Otto-Hahn-Gymnasium Geesthacht, Germany

Jonas Peeters
Autor

Schüler, Otto-Hahn-Gymnasium Geesthacht, Germany

Merlin Brandt
Lektor

Schüler, Otto-Hahn-Gymnasium Geesthacht, Germany

Til Blechschmidt
Lektor

Schüler, Otto-Hahn-Gymnasium Geesthacht, Germany

August 2017

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei unserem Physiklehrer Herrn Stephan Wulff bedanken, der uns über die letzten zweieinhalb Jahre erfolgreich den Inhalt der folgenden Seiten beigebracht hat und und trotz der neuen Anstellung in Trittau zwei Mal die Woche nach Geesthacht kommt, um uns bis zum Ende unserer Schulzeit zu begleiten.

Dabei bestand der Unterricht keinesfalls aus einschläfernden Frontalunterricht. Vielmehr wurden verschiedenste Experimente, Videos, Simulationen und die geschichtliche Entwicklung unser heutigen Physik sowie eine Vielzahl an glamourösen Überschriften in den stets strukturierteren Unterricht eingebracht, bei denen es niemals an Humor fehlte.

Inhaltsverzeichnis

1 Kinematik	3
1.1 Charakteristische Größen	3
1.2 Wichtige Bewegungen	3
1.2.1 Freier Fall	3
1.2.2 Waagerechter Wurf	3
1.2.3 Schräger Wurf	4
2 Dynamik	4
2.1 Charakteristische Größen	4
2.1.1 Impuls	4
2.1.2 Kräfte	4
2.1.3 Energien in der klassischen Mechanik	5
2.2 Anwendungen	5
2.2.1 Newtonpendel	5
2.2.2 Elastischer Stoß	5
2.2.3 Unelastischer Stoß	6
3 Schwingungen und Wellen	6
3.1 Charakteristische Größen	6
3.2 Herleitung von $y(t, x)$	7
3.3 Huygensches Prinzip	7
3.3.1 Beugung	8
3.3.2 Brechung	8
3.3.3 Reflexion	9
3.4 Harmonischer Oszillator	10
3.5 Fadenpendel	11
3.6 Doppelspalt	11
3.7 Überlagerung von harmonischen Schwingungen	12
3.7.1 Überlagerung gleicher Frequenzen	12
3.7.2 Überlagerung unterschiedlicher Frequenzen und Schwebung	12
3.8 Akustische Unschärfe	13
3.9 Dopplereffekt	13
3.9.1 Bewegter Sender	13
3.9.2 Bewegter Empfänger	13
3.9.3 Bewegter Sender und Empfänger	13
3.10 Stehende Wellen	14
3.10.1 Reflexion am festen Ende	14
3.10.2 Reflexion am losen Ende	14
3.11 Resonanz und Eigenschwingungen	14
4 Ladungen und Felder	14
4.1 Gravitationsfelder	14
4.1.1 Keplersche Gesetze	14
4.1.2 Gravitationskraft	14
4.1.3 Feldstärke	14
4.2 Elektrische Felder und Ladung	14
4.2.1 Charakteristische Größen	14
4.2.2 Feldlinien und Feldflächen	15
4.2.3 Elektrisches Feld	15
4.2.4 Coulomb-Kraft	15
4.2.5 Influence	15
4.2.6 Polarisation	15
4.2.7 Beschleunigung im elektrischen Feld	15
4.2.8 Plattenkondensator	15
4.2.9 Anwendungen	16
4.3 Magnetische Felder	17

4.3.1	Charakteristische Größen	17
4.3.2	Feldlinien	17
4.3.3	Magnetisches Feld	17
4.3.4	Lorenz-Kraft	18
4.3.5	Halleffekt	18
4.3.6	Elektronen auf einer Kreisbahn: Das Fadenstrahlrohr	19
4.3.7	Anwendungen	19
5	Quantenphysik des Lichtes	21
5.1	Lichtelektrischer Effekt (Photoeffekt)	21
5.1.1	Äußerer Photoeffekt	21
5.1.2	Röntgenspektren	23
5.2	Lichtquantenhypothese	24
5.3	Masse und Impuls von Photonen	24
5.4	Compton Effekt	25
6	Quantenobjekte	25
6.1	Eigenschaften von Photonen	25
6.2	Komplementarität	25
6.3	Superposition	25
6.4	Knallertest	25
6.5	Teilchen als Quantenobjekte	25

Abbildungsverzeichnis

1	Die Elongation bei dem Phasenwinkel φ	7
2	Beugung am Einzelpalt	8
3	Brechung beim Medienwechsel	9
4	Reflexion einer Welle	9
5	Das Federpendel mit der Auslenkung s	10
6	Skizze zum Fadenpendel	11
7	Darstellung der Interferenz am Doppelspalt auf einer geraden Projektionsfläche	12
8	Visualisierung der Schwebung	13
9	Elektrische Feldstärke wiegen.	16
10	Die Elektronenstrahlröhre	16
11	Der Halleffekt (Schematisch)	18
12	Das Fadenstrahlrohr (Schematisch)	19
13	Das Zyklotron (Schematisch)	20
14	Der Aufbau des Massenspektrometer (Schematisch)	20
15	Der Aufbau der Gegenfeldmethode (Schematisch)	22
16	Graphische Auswertung der Gegenfeldmethode	22
17	Bragg-Bedingung	23
18	Aufbau der Röntgenspektrenanalyse	23
19	Auswertung der Röntgenröhre	24

Tabellenverzeichnis

1	Charakteristische Größen der Kinematik	3
2	Charakteristische Größen der Dynamik	4
3	Charakteristische Größen für Schwingungen und Wellen	6
4	Charakteristische Größen für elektrische Felder und Ladungen	14
5	Charakteristische Größen für magnetische Felder	17

1 Kinematik

1.1 Charakteristische Größen

Größe	Einheit	Formel	Beschreibung
$s(t)$	m	$s(t) = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$	Die Position beschreibt, wie weit sich ein Objekt bewegt hat.
$v(t)$	m s^{-1}	$v(t) = \dot{s}(t) = a \cdot t + v_0$	Die Geschwindigkeit beschreibt, wie schnell sich ein Objekt relativ zu einem Bezugspunkt bewegt.
$a(t)$	m s^{-2}	$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t) = a$	Die Beschleunigung beschreibt, wie sich die Geschwindigkeit eines Objektes verändert.

Tabelle 1: Charakteristische Größen der Kinematik

1.2 Wichtige Bewegungen

1.2.1 Freier Fall

Der freie Fall ist eine idealisierte Bewegung ohne Energieverlust oder Reibung. Auf das Objekt wirkt im freien Fall nur die Gravitationskraft einer einzigen punktförmigen Masse. Das Objekt startet bei der Höhe h_0 ohne eine Geschwindigkeit. Die Beschleunigung a ist immer senkrecht nach unten gerichtet. Auf der Erde gilt näherungsweise $a = g \approx 9.81$. Damit ergibt sich das Bewegungsgesetz

$$h(t) = h_0 - \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (1)$$

1.2.2 Waagerechter Wurf

Der waagerechte Wurf ist wieder eine idealisierte Bewegung ohne Energieverlust oder Reibung. Auf das Objekt wirkt während des Fluges nur die Gravitationskraft einer einzigen punktförmigen Masse. Beim waagerechten Wurf startet das Objekt ebenfalls bei der Höhe h_0 und die Beschleunigung a ist ebenfalls senkrecht nach unten gerichtet. Das Objekt startet jedoch mit einer zur Beschleunigung *senkrecht* stehenden Geschwindigkeit $v_{x,0}$. Der waagerechte Wurf lässt sich als *Überlagerung* zweier Bewegungen, eine in x-Richtung und eine in y-Richtung, beschreiben:

$$h(t) = h_0 - \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (2)$$

$$x(t) = v_{x,0} \cdot t \quad (3)$$

Mithilfe von Gleichung 2 kann man nun die Zeit berechnen, die das Objekt braucht, um den Wurf zu beenden. Dafür wird h_0 mit 0 gleichgesetzt (unter der Annahme, dass sich auf Höhe 0 der Boden befindet):

$$h(t) = 0 = h_0 - \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (4)$$

$$t = \sqrt{\frac{2h_0}{a}} \quad (5)$$

Setzt man nun Gleichung 5 in Gleichung 3 ein, erhält man die Strecke, die während des Fluges in x-Richtung zurückgelegt wurde:

$$x(t) = v_{x,0} \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{a}} \quad (6)$$

1.2.3 Schräger Wurf

Der schräge Wurf ist eine besondere Form des waagerechten Wurfs, bei dem die Geschwindigkeit nicht senkrecht zur Beschleunigung steht. Der Winkel zwischen der initialen Geschwindigkeit v_0 und der zur Beschleunigung senkrecht stehenden Ebene wird mit α bezeichnet. Nun kann man die initiale Geschwindigkeit wie folgt in ihre x und y Komponente aufgeteilt werden:

$$v_{x,0} = \cos(\alpha) \cdot v_0 \quad (7)$$

$$v_{y,0} = \sin(\alpha) \cdot v_0 \quad (8)$$

Mit diesen beiden Geschwindigkeiten kann man wieder den Wurf als zwei überlagerte Bewegungen betrachten:

$$h(t) = h_0 - \frac{a}{2} \cdot t^2 - v_{y,0} \cdot t = h_0 - \frac{a}{2} \cdot t^2 - \sin(\alpha) \cdot v_0 \cdot t \quad (9)$$

$$x(t) = v_{x,0} \cdot t = \cos(\alpha) \cdot v_0 \cdot t \quad (10)$$

2 Dynamik

2.1 Charakteristische Größen

Größe	Einheit	Formel	Beschreibung
\vec{p}	kg m s^{-1}	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	Der Impuls.
\vec{F}	$\text{N}=\text{kg m s}^{-2}$	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	Die Kraft.
E	$\text{J}=\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$	$E_{kin}; E_{Pot}$	Die Energie.

Tabelle 2: Charakteristische Größen der Dynamik

2.1.1 Impuls

Der Impuls lässt sich umgangssprachlich als "Schwung" oder "Wucht" beschreiben. Er ist eine vektorielle Größe und sowohl zur Masse als auch zur Geschwindigkeit eines Körpers proportional:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad (11)$$

Da m eine skalare Größe ist, sind \vec{p} und \vec{v} gleich ausgerichtet.

Die Summe aller Impulse in einem abgeschlossenen System bleibt konstant.

Es gilt der Impulserhaltungssatz: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \vec{p} = const.$

2.1.2 Kräfte

Die Kraft ist eine vektorielle Größe und zur Masse sowie zur Beschleunigung des Körpers proportional:

$$\vec{F} = \vec{p} = m \cdot \vec{v} = m \cdot \vec{a} \quad (12)$$

Da m eine skalare Größe ist, sind \vec{F} und \vec{a} gleich ausgerichtet. Es gelten die Newton'schen Gesetze:

1. Wenn die Summe aller auf einen Körper wirkenden Kräfte null ist, bleibt die Geschwindigkeit konstant: $\vec{v} = const$ wenn $\vec{F} = 0$.
2. Es gilt $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$.
3. Zu jeder wirkende Kraft wirkt eine ihr vom Betrag her gleich große Kraft in die entgegengesetzte Richtung: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ (*Actio gleich Reactio*).

2.1.3 Energien in der klassischen Mechanik

Die Energie in einem abgeschlossenen System bleibt konstant. Es gilt der Energieerhaltungssatz: $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \vec{E} = \text{const.}$

Die Energie lässt sich in verschiedene Formen einteilen.

Kinetische Energie (Bewegungsenergie) Die kinetische Energie beschreibt die Energie, die in Form von Bewegung gespeichert ist. Sie lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (13)$$

Potenzielle Energie (Lageenergie) Die potenzielle Energie beschreibt die Energie, die in der Lage oder Position einer Masse gespeichert ist. Die potenzielle Energie einer sich in einem Feld befindenden Masse mit der Beschleunigung a lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$E_{pot} = m \cdot a \cdot s \quad (14)$$

Zusammen mit der Gleichung 12 erhält man:

$$E_{pot} = \vec{F} \cdot s \quad (15)$$

2.2 Anwendungen

2.2.1 Newtonpendel

Beim Newtonpendel hängen mehrere gleich schwere Kugeln mit jeweils der Masse m in einer Reihe an Fäden. Hebt man nun $n_1 \in \mathbb{N}$ Kugeln seitlich hoch und lässt sie dann schwingen, sodass es einen zentralen Stoß mit den restlichen Kugeln gibt, bei der die schwingenden Kugeln die Geschwindigkeit v haben, entfernen sich an der anderen Kugelreihenseite $n_2 \in \mathbb{N}$ Kugeln mit der Geschwindigkeit u . Um zu beweisen, dass $n_1 = n_2$ ist, muss man sowohl den Impuls- als auch den Energieerhaltungssatz anwenden, aus dem sich jedoch jeweils die Masse rauskürzen lässt:

$$\begin{aligned} p &= n_1 \cdot m \cdot v = n_2 \cdot m \cdot u \\ n_1 \cdot v &= n_2 \cdot u \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \cdot n_1 \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot n_2 \cdot m \cdot u^2 \\ n_1 \cdot v^2 &= n_2 \cdot u^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Nun kann man Gleichung 16 zu u umstellen, und diese anschließend in die Gleichung 17 einsetzen.

$$u = \frac{n_1 \cdot v}{n_2} \quad (18)$$

$$n_1 \cdot v^2 = n_2 \cdot \left(\frac{n_1 \cdot v}{n_2} \right)^2 \Leftrightarrow n_1 = n_2 \quad (19)$$

2.2.2 Elastischer Stoß

Treffen zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 und den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 elastisch aufeinander, kommt es zum elastischen Stoß. Wenn die Geschwindigkeiten nach dem Stoß mit u_1 und u_2 bezeichnet werden, gilt nach dem Impuls- und Energieerhaltungssatz:

Impulserhaltung:

$$\begin{aligned} p &= m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \\ m_1 \cdot (v_1 - u_1) &= m_2 \cdot (u_2 - v_2) \end{aligned} \quad (20)$$

Energieerhaltung:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}m_1 \cdot v_1 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_2 = \frac{1}{2}m_1 \cdot u_1 + \frac{1}{2}m_2 \cdot u_2 \\ m_1 \cdot (v_1^2 - u_1^2) &= m_2 \cdot (u_2^2 - v_2^2) \\ m_1 \cdot (v_1 - u_1)(v_1 + u_1) &= m_2 \cdot (u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \end{aligned} \quad (21)$$

Nun kann man Gleichung 20 in Gleichung 21 einsetzen:

$$\begin{aligned} m_2 \cdot (u_2 - v_2)(v_1 + u_1) &= m_2 \cdot (u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \\ v_1 + u_1 &= u_2 + v_2 \end{aligned} \quad (22)$$

Setzt man Gleichung 22 zu u_2 oder u_1 umgestellt in Gleichung 20 ein, erhält man Formeln für u_1 und u_2 :

$$u_1 = \frac{m_2(2v_2 - v_1) + m_1v_1}{m_1 + m_2} \quad (23)$$

$$u_2 = \frac{m_1(2v_1 - v_2) + m_2v_2}{m_1 + m_2} \quad (24)$$

2.2.3 Unelastischer Stoß

Treffen zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 und den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 unelastisch aufeinander, kommt es zum unelastischen Stoß. Das heißt, die Körper lösen sich nach dem Stoß nicht voneinander. Wenn die Geschwindigkeit des neuen Körpers nach dem Stoß mit u bezeichnet wird, gilt nach dem Impulserhaltungssatz:

$$p = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u \quad (25)$$

Für die Geschwindigkeit u ergibt sich nach Gleichung 25:

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \quad (26)$$

3 Schwingungen und Wellen

3.1 Charakteristische Größen

Größe	Einheit	Formel	Beschreibung
T	s		Die Zeit für eine vollständige Periode.
f	Hz	$\frac{1}{T}$	Das Reziprok der Zeit für eine vollständige Periode.
λ	m		Die räumliche Ausdehnung einer Periode.
c	m s^{-1}	$c = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}$	Die Geschwindigkeit der räumlichen Ausbreitung.
\hat{y}	m		Die Amplitude der Schwingung beschreibt die maximale Auslenkung.
ω	Hz	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	Die Winkelgeschwindigkeit des Zeigers im Zeigermodell.
$y(t, x)$	m	$\hat{y} \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$	Die Elongation beschreibt die Auslenkung einer Welle zu einem bestimmten Zeitpunkt t an einem bestimmten Ort x .
$v(t, x)$	m s^{-1}	$\hat{y} \cdot \omega \cdot \cos(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$	Die Geschwindigkeit beschreibt die Schwinggeschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt t an einem bestimmten Ort x .
$a(t, x)$	m s^{-2}	$-\hat{y} \cdot \omega^2 \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$	Die Beschleunigung beschreibt die Schwingbeschleunigung zu einem bestimmten Zeitpunkt t an einem bestimmten Ort x .

Tabelle 3: Charakteristische Größen für Schwingungen und Wellen

3.2 Herleitung von $y(t, x)$

Zum Zeitpunkt t hat die Welle $\frac{t}{T}$ von einer vollen Phase also von $2\pi = 360^\circ$ geschafft. Damit ist die Phase $\varphi = 2\pi \cdot \frac{t}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot t$. Die Elongation lässt sich mithilfe eines rechtwinkligen Dreiecks wie es in Abbildung 1 als $y = \hat{y} \cdot \sin(\varphi)$ bestimmen. Damit gilt

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \quad (27)$$

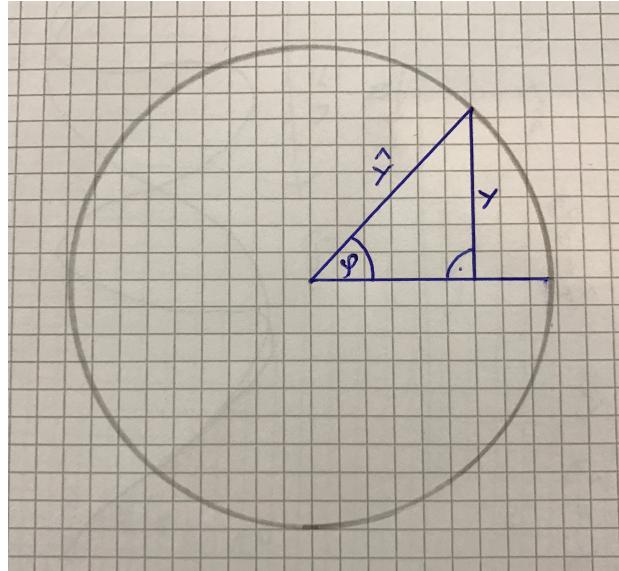


Abbildung 1: Die Elongation bei dem Phasenwinkel φ

Die Wellengleichung 27 muss nun um φ_0 erweitert werden, da an einem anderen Ort eine Phasenverschiebung herrscht:

$$y = \hat{y} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right) \quad (28)$$

Betrachtet man nun nicht den Ort $x_0 = 0$ sondern $x_0 = x$, setzt die Welle erst später ein, da die Strecke x erst zurückgelegt werden muss. Genauso gut kann man sagen, dass $\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0 = 0$ gilt, wenn die Welle den Ort $x_0 = x$ erreicht, also zum Zeitpunkt

$$t = \frac{x}{c} = \frac{x}{\frac{\lambda}{T}} = \frac{T \cdot x}{\lambda} \quad (29)$$

Damit ist der Winkel φ zum Ankunftszeitpunkt

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T \cdot x}{\lambda} + \varphi_0 &= 0 \\ \varphi_0 &= -\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T \cdot x}{\lambda} = -2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} \end{aligned} \quad (30)$$

Setzt man nun Gleichung 30 in Gleichung 28 ein, erhält man die Gleichung

$$y(t, x) = \hat{y} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}\right) = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \quad (31)$$

3.3 Huygenssches Prinzip

Das Huygenssche Prinzip nach Christian Huygens besagt, dass jeder Punkt einer Welle als Elementarwelle, also dem Ausgangspunkt einer neuen Welle, betrachtet werden kann.

Damit ist einfache Erklärung von Beugung, Brechung und Reflexion möglich.

3.3.1 Beugung

Beugung bzw. Diffraktion bezeichnet die Ablenkung einer Welle an einem Hindernis. So kann sich eine Welle auch in Räume ausbreiten die auf direktem Weg vom Ursprung der Welle nicht zu erreichen wären.

Sichtbar wird Beugung in dem Moment in dem sich eine Wellenfront durch einen Spalt bewegt, dessen Breite sich in der Größenordnung der Wellenlänge befindet.

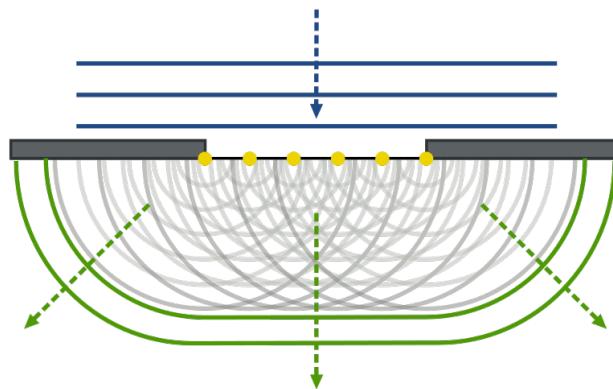


Abbildung 2: Beugung am Einzelspalt

So haben Schallwellen eine Wellenlänge die sich in der Größenordnung von z.B. einer Tür befinden, während Lichtwellen eine deutlich geringere Wellenlänge haben. Deswegen können wir um die Ecke hören, aber nicht sehen.

3.3.2 Brechung

Wenn an der Grenze zweier Medien eine Welle nicht senkrecht auftrifft, so ändert diese ihre Ausbreitungsrichtung. Dieses Phänomen lässt sich ebenfalls mit dem Huygensschen Prinzip erklären.

- Durch das schräge Auftreffen werden die Oszillatoren des zweiten Mediums zeitlich versetzt zu Schwingungen angeregt.
- Nach dem Huygensschen Prinzip ist jeder dieser Oszillatoren wieder der Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle.
- Die neuen Elementarwellen überlagern sich zu neuen Wellenfronten.
- Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit in dem neuen Medium anders ist findet eine konstruktive Überlagerung in einem anderen Winkel als dem Auftreffwinkel statt.

Beim Medienwechsel ändert sich darüber hinaus auch die Wellenlänge, da sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit ändert, während die Frequenz gleich bleibt.

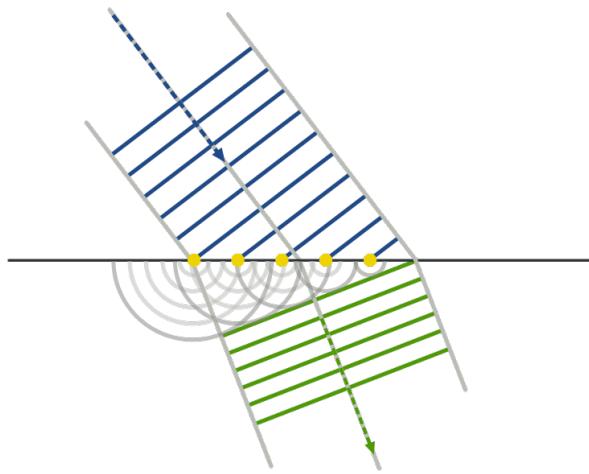


Abbildung 3: Brechung beim Medienwechsel

Dabei stehen Winkel und Geschwindigkeit im Folgenden Verhältnis zueinander, wobei α den Einfallwinkel, β den Ausfallwinkel und v_1 und v_2 die Geschwindigkeiten beschreiben:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{v_1}{v_2} \quad (32)$$

3.3.3 Reflexion

Trifft eine Welle auf ein Hindernis, wird diese dort reflektiert. Betrachtet man dabei die Oszillatoren vor dem Hindernis als Ausgangspunkt neuer Elementarwellen, lässt sich die Reflexion einfach erklären.

Der Radius der neuen Elementarwellen vergrößert sich proportional zur Zeit. In Abbildung 4 sieht man wie die ersten Kreise angewachsen sind, während der aktuelle Auf treffpunkt nach rechts wandert. Durch die Überlagerung der Elementarwellen bildet sich nun eine neue Wellenfront.

Der Einfallswinkel und der Austrittswinkel sind gleich.

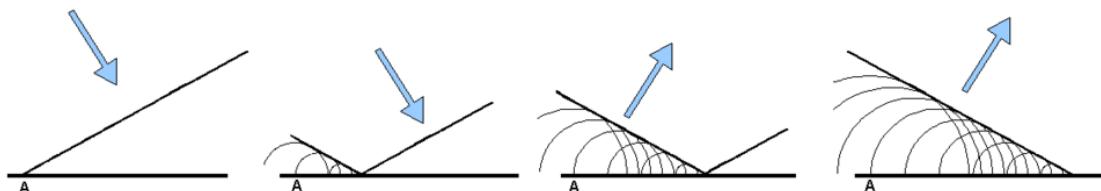


Abbildung 4: Reflexion einer Welle

3.4 Harmonischer Oszillatator

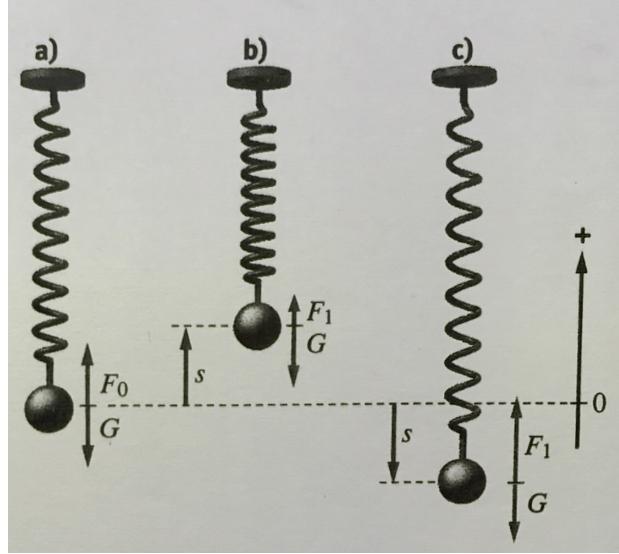


Abbildung 5: Das Federpendel mit der Auslenkung s

In der in Abbildung 5a dargestellten Gleichgewichtslage ist die nach oben gerichtete und damit positive Federkraft F_0 vom Betrag her genau so groß wie die nach unten gerichtete und damit negative Gewichtskraft G . Es gilt $G = -F_0$ und damit

$$F = G + F_0 = 0 \quad (33)$$

Wenn man den Körper wie in Abbildung 5b zu sehen um die Strecke s nach oben auslängt, wird F_1 kleiner: $F_1 = F_0 - Ds$. Mit der Näherung, dass G konstant bleibt, gilt:

$$F = G + F_1 = G + F_0 - Ds = -Ds \quad (34)$$

Analog wird F_1 bei einer Auslenkung nach unten größer: $F_1 = F_0 - Ds$. Da s in Abbildung 5c kleiner 0 ist, ist $-Ds$ positiv. Damit ist auch in Fall c die resultierende Kraft

$$F = G + F_1 = G + F_0 - Ds = -Ds \quad (35)$$

Die Rückstellkraft F ist also proportional zur Elongation s . Das negative Vorzeichen, beschreibt, dass die Kraft immer entgegen der Elongationsrichtung steht. Sie wirkt also immer zur Gleichgewichtslage.

$$F = -Ds \quad (36)$$

Mithilfe der Beschleunigungsgleichung $a(t) = -\hat{s} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ und Newtons Gleichung für die Kraft (Gleichung 12) erhalten wir:

$$F = m \cdot a = -m \cdot \hat{s} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (37)$$

Da $s = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ gilt, können wir die Gleichung 37 wie folgt vereinfachen:

$$F = m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot s \quad (38)$$

Diese können wir mit Gleichung 35 gleichsetzen und erhalten:

$$-m \cdot \omega^2 \cdot s = -Ds \Leftrightarrow D = m \cdot \omega^2 \quad (39)$$

Setzten wir nun $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ein, erhalten wir eine Formel für die Periodendauer T:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \quad (40)$$

3.5 Fadenpendel

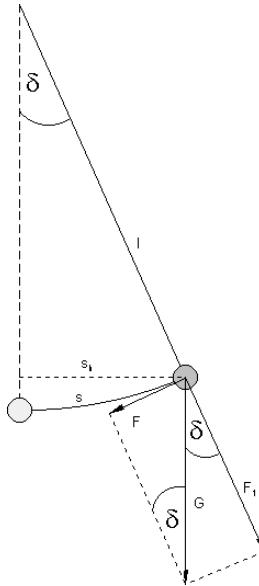


Abbildung 6: Skizze zum Fadenpendel

Beim Fadenpendel ist die Rückstellkraft parallel zur Tangente des Schwingkreises. Damit steht sie senkrecht auf dem Seil, an dem die schwingende Masse befestigt ist. Damit gilt

$$\begin{aligned} F &= G \cdot \sin(\delta) \\ &= m \cdot g \cdot \sin(\delta) \\ &= m \cdot g \cdot \sin\left(\frac{s}{l}\right) \end{aligned} \quad (41)$$

Wenn man nun die Vereinfachung annimmt, dass die direkte Entfernung zur Gleichgewichtslage s_h gleich der Entfernung auf dem Schwingkreises s bei kleinen Werten für δ ist, dann ist $\sin(\delta) = \frac{s_h}{l} \approx \frac{s}{l}$:

$$F = m \cdot g \cdot \frac{s}{l} = s \cdot \frac{m \cdot g}{l} \quad (42)$$

Damit ist F proportional zu s und das lineare Kraftgesetz $F = -DS$ mit $D = \frac{m \cdot g}{l}$ kann angewendet werden. Nun lässt sich die Periodendauer folgendermaßen bestimmen:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \\ &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{l}}} \\ &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \end{aligned} \quad (43)$$

3.6 Doppelspalt

Am Doppelspalt werden Interferenzmuster von zwei gleichen, in Phase schwingenden Wellen gezeigt. Dafür wird vor dem Doppelspalt eine Welle erzeugt, welche dann auf ein Hindernis mit zwei Spalten trifft. Deren Breite sollte sich in der Größenordnung der Wellenlänge der Welle befinden. Dadurch erhält man zwei Elementarwellen, die sich kreisförmig ausbreiten, die die gleiche Frequenz haben und die in Phase miteinander schwingen. Diese beiden neuen Wellen erzeugen dann ein Interferenzmuster welches zum Beispiel auf einer geraden oder gekrümmten Projektionsfläche betrachtet werden kann.

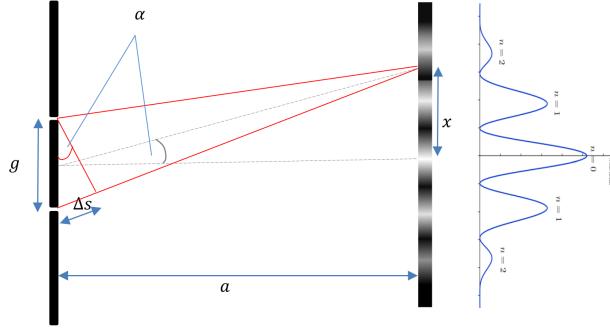


Abbildung 7: Darstellung der Interferenz am Doppelspalt auf einer geraden Projektionsfläche

δs ist die Wellenlänge, wenn s_1 und s_2 je die Distanz von den Spalten zum ersten Maximum ist. Entsprechend gilt $\frac{\delta s}{n}$ für das n -te Maximum. Mithilfe von Pythagoras ($a^2 + b^2 = c^2$) lässt sich dann folgende Gleichung für die Wellenlänge berechnen, vorausgesetzt es sind einige Werte gegeben:

$$\frac{\delta s}{n} = \lambda = \frac{\sqrt{l^2 + (x - \frac{g}{2})^2} - \sqrt{l^2 + (x + \frac{g}{2})^2}}{n} \quad (44)$$

3.7 Überlagerung von harmonischen Schwingungen

3.7.1 Überlagerung gleicher Frequenzen

Überlagert man zwei Schwingungen mit gleicher Frequenz erhält man wieder eine harmonische Schwingung mit derselben Frequenz. Phase und Amplitude ergeben sich aus vektorieller Addition. Es kommt bei Phasengleichheit zur konstruktiven Interferenz, bei einer Phasendifferenz von π zur destruktiven Interferenz.

3.7.2 Überlagerung unterschiedlicher Frequenzen und Schwebung

Überlagert man zwei Schwingungen mit unterschiedlichen Frequenzen f_1 und f_2 überlagern sie sich zu einer Schwebung. Es entsteht deshalb auch *keine* harmonische Schwingung. Die neue Schwingung hat die Grundfrequenz

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (45)$$

die Schwebungsfrequenz

$$f_s = |f_1 - f_2| \quad (46)$$

und die Modulationsfrequenz

$$f_{mod} = \frac{|f_1 - f_2|}{2} \quad (47)$$

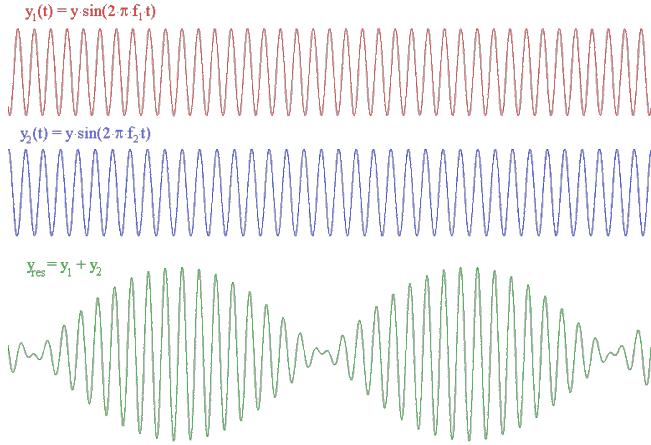


Abbildung 8: Visualisierung der Schwebung

3.8 Akustische Unschärfe

3.9 Dopplereffekt

Wenn der Empfänger oder der Sender sich bewegt, kommt es zum Dopplereffekt.

3.9.1 Bewegter Sender

Für den Empfänger ändert sich die Wellenlänge, dagegen bleibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit konstant. Bewegt sich der Sender um $\Delta s = v_S \cdot T$, dann ist die neue Wellenlänge beim Annähern $\lambda - v_S \cdot T$ und beim Entfernen $\lambda + v_S \cdot T$. Für die wahrgenommene Frequenz ergibt sich dann:

$$\begin{aligned}
f' &= \frac{c}{\lambda \mp v_S \cdot T} \\
&= \frac{c}{\frac{c}{f_0} \mp v_S \cdot T} \\
&= f_0 \cdot \frac{c}{c \mp v_S \cdot T \cdot f_0} \\
&= f_0 \cdot \frac{c}{c \mp v_S \cdot T \cdot \frac{1}{T}} \\
&= f_0 \cdot \frac{1}{1 \mp \frac{v_S}{c}}
\end{aligned} \tag{48}$$

3.9.2 Bewegter Empfänger

Hat man dagegen einen bewegten Empfänger ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit und die Wellenlänge bleibt erhalten. Bewegt sich der Empfänger mit der Geschwindigkeit v_E , dann ist die Geschwindigkeit der Welle beim nähren $c + v_E$ und beim entfernen $c - v_E$. Für die wahrgenommene Frequenz ergibt sich dann:

$$f' = \frac{c \pm v_E}{\lambda} = \frac{c \pm v_E}{\frac{c}{f_0}} = f_0 \cdot \frac{c \pm v_E}{c} = f_0 \cdot \left(1 \pm \frac{v_E}{c}\right) \tag{49}$$

3.9.3 Bewegter Sender und Empfänger

Bewegt sich sowohl der Sender als auch der Empfänger überlagern sich die beiden Effekte. Die resultierende Frequenz f' ist dann

$$f' = f_0 \cdot \frac{c \pm v_E}{c \mp v_S} \tag{50}$$

3.10 Stehende Wellen

3.10.1 Reflexion am festen Ende

Das feste Ende befindet sich immer in der Ruhelage, es ist ein Schwingungsknoten. Ein ankommender Wellenberg muss ausgeglichen werden. Daraus ergibt sich, dass die zurückkommende Welle immer die horizontal gespiegelte Welle ist ($y_2 = -y_1$). Das bedeutet, dass an einem festen Ende ein Phasensprung mit $\Delta\varphi = \pi = 180^\circ$ stattfindet. Überlagern sich beide Wellen kommt es zu einer stehenden Welle. Sie hat Schwingungsknoten im Abstand von $n \cdot \frac{\lambda}{2}; n \in \mathbb{N}$ von der Wand.

3.10.2 Reflexion am losen Ende

Da beim losen Ende die Welle nicht beeinflusst wird, gibt es keinen Phasensprung. Die Welle läuft einfach weiter nur in diesmal in die entgegengesetzte Richtung, sodass sie mit sich selbst interferieren kann. Die daraus entstehende stehende Welle hat Schwingungsknoten im Abstand von $n \cdot \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}; n \in \mathbb{N}$ von der Wand.

3.11 Resonanz und Eigenschwingungen

4 Ladungen und Felder

4.1 Gravitationsfelder

4.1.1 Keplersche Gesetze

1. Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.
2. Der von der Sonne zum Planeten gezogene Radiusvektor überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
3. Die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten verhalten sich wie die dritte Potenz der großen Halbachsen ihrer Bahnellipsen. Das heißt $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

4.1.2 Gravitationskraft

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (51)$$

4.1.3 Feldstärke

$$g = G \cdot \frac{m}{r^2} \quad (52)$$

4.2 Elektrische Felder und Ladung

4.2.1 Charakteristische Größen

Größe	Einheit	Formel	Beschreibung
I	A	$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$	Die Stromstärke.
Q	C = As	$Q = I \cdot \Delta t$	Die Ladung.
φ	V	$\varphi = \frac{E_{pot}}{Q}$	Das Potenzial.
U	V	$U = \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$	Die Spannung ist die Differenz zweier Potenziale.
P	$\text{W} = \text{J s}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$	$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$	Die Leistung bezeichnet die Energie, die in einer bestimmten Zeit umgesetzt wurde.
\vec{E}	NC^{-1}	$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{Q}$	Die elektrische Feldstärke an einem Ort des Feldes ist der Quotient aus der Kraft \vec{F}_{el} auf einen Körper an diesem Ort und seiner Ladung Q .

Tabelle 4: Charakteristische Größen für elektrische Felder und Ladungen

4.2.2 Feldlinien und Feldflächen

1. Feldlinien stehen in jedem Punkt senkrecht auf den Feldflächen.
2. Feldlinien beginnen auf positiv und enden auf negativ geladenen Körpern.
3. Feldlinien durchkreuzen sich nicht gegenseitig. Feldflächen durchkreuzen sich nicht gegenseitig.
4. Die Richtung der Feldlinien gibt in jedem Punkt die Richtung der Kraft \vec{F} , die auf eine positive Ladung an diesem Punkt, an.

4.2.3 Elektrisches Feld

Ein elektrisches Feld ist ein Raum, in dem auf elektrisch geladene Körper Kräfte ausgeübt werden. Jeder geladene Körper erzeugt ein elektrisches Feld.

Homogenes Feld In einem homogenen Feld verlaufen alle Feldlinien parallel zueinander. Ein solches Feld findet man im inneren eines Plattenkondensators.

Radiales Feld In einem radialen Feld verlaufen alle Feldlinien sternförmig auseinander. Ein solches Feld findet man bei einer freien, geladenen Kugel.

4.2.4 Coulomb-Kraft

$$\vec{F}_{el} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (53)$$

4.2.5 Influence

Influence ist die Verschiebung beziehungsweise Trennung der Ladung eines *leitenden* Körpers unter dem Einfluss einer elektrischen Kraft, die von äußeren Ladungen ausgeübt wird. Dadurch entsteht ein Plus- und ein Minuspol.

4.2.6 Polarisation

Bei der Polarisation sind die Elektronen in dem Körper *nicht* frei beweglich. Die Atome können sich jedoch nach der äußeren Ladung ausrichten. Dadurch entstehen viele kleine Plus- und Minuspole.

4.2.7 Beschleunigung im elektrischen Feld

Wird eine Körper mit der Ladung Q in einem elektrischen Feld mit der Spannung U beschleunigt, erhält der Körper

$$E_{kin} = Q \cdot U \quad (54)$$

Für ein Elektron gilt also

$$E_{kin} = e \cdot U \quad (55)$$

4.2.8 Plattenkondensator

Mithilfe der Definition der elektrischen Feldstärke $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$ und der Gleichung 15 erhält man:

$$E = \vec{F} \cdot d = Q \cdot \vec{E} \cdot d \quad (56)$$

Setzt man dies nun in die Gleichung $U = \frac{E}{Q}$ ein kann man die elektrische Feldstärke eines Plattenkondensators \vec{E} wie folgt berechnen:

$$\vec{E} = \frac{U}{d} \quad (57)$$

4.2.9 Anwendungen

Elektrische Feldstärke Um die elektrische Feldstärke zu ermitteln, kann man wie in Abbildung 9 ein Ladung in ein elektrisches Feld bringen und dieses wiegen. Wenn die Ladung Q und die Masse m des Körpers bekannt ist, kann man mit $\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{Q}$, $\vec{F}_g = m \cdot g$ und $m_{angezeigt} = \frac{\vec{F}_g + \vec{F}_{el}}{g}$ die elektrische Feldstärke \vec{E} bestimmen.

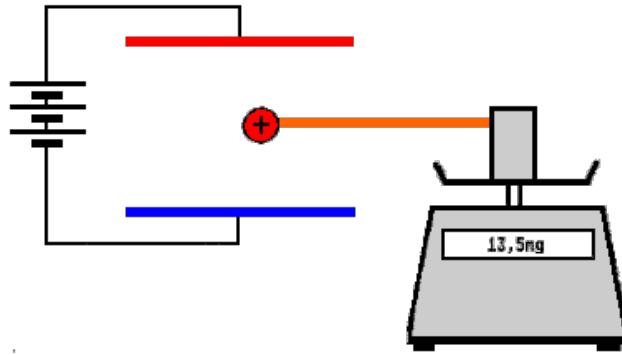


Abbildung 9: Elektrische Feldstärke wiegen.

Millikan-Versuch Beim Millikanversuch werden leicht geladene Öltröpfchen in einen Plattenkondensator gegeben. Wenn man die Spannung des Kondensators so einstellt, dass die Tröpfchen schwaben, gilt

$$F_G = F_{el} \Leftrightarrow m \cdot g = Q \cdot \vec{E} = Q \cdot \frac{U}{d} \quad (58)$$

Da man m aufgrund der kleinen Werte nicht direkt bestimmen kann, lässt man die Öltröpfchen in dem ausgeschalteten Plattenkondensator sinken. Aufgrund von Reibungskräften wird eine maximale Geschwindigkeit erreicht, mit der man dann durch die Formel $F_G = m \cdot g = F_R$ die Masse erhält.

Mit Gleichung 58 kann man die Ladung der Öltröpfchen bestimmen. Bei der Auswertung fällt auf, dass nur ganzzahlige Vielfache von $1.662 \cdot 10^{-29} C$ auftreten. Das lässt darauf schließen, dass dies eine *unteilbare* Elementarladung und damit die Ladung eines Elektrons sein muss.

Elektronenstrahlröhre Eine Elektronenstrahlröhre ist ein Gerät, in dem Elektronen erst beschleunigt und dann abgelenkt werden. Auf diese Weise ist es möglich zweidimensionale Bilder auf einen Schirm zu projizieren.

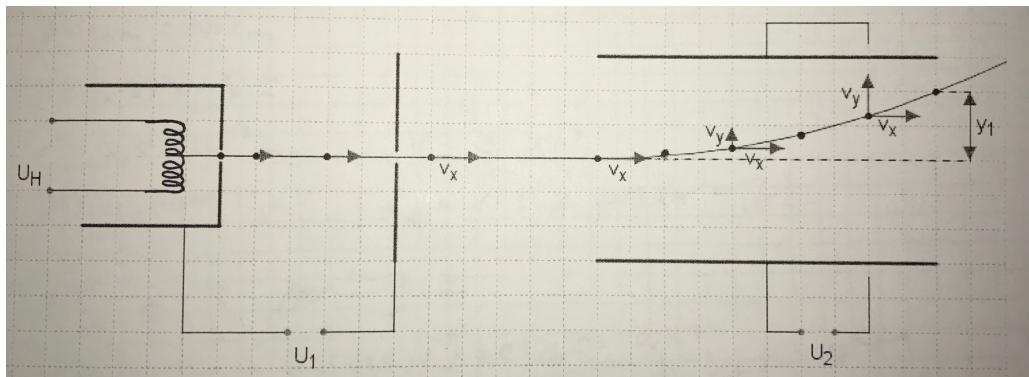


Abbildung 10: Die Elektronenstrahlröhre

Zuerst werden die Elektronen in dem ersten Plattenkondensator mit der Spannung U_1 beschleunigt. Dabei erhalten sich nach Gleichung 13 und 55 folgende Geschwindigkeit in x-Richtung:

$$\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_x^2 = e \cdot U_1 \Leftrightarrow v_x = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e}} \quad (59)$$

Die x-Geschwindigkeit ändert sich im zweiten Plattenkondensator mit dem Plattenabstand d und der Länge l nicht mehr, da hier nur eine Kraft in y-Richtung wirkt.

Das Elektron braucht nach dem Bewegungsgesetzen der Mechanik folgende Zeit um den zweiten Plattenkondensator zu durchlaufen:

$$t = \frac{l}{v_x} \Leftrightarrow t = \frac{l}{\sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e}}} \quad (60)$$

Setzt man $\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{Q}$ mit $\vec{E} = \frac{U}{d}$ (Gleichung 57) gleich, erhält man

$$\vec{F}_{el} = \frac{U_2}{d} \cdot e \quad (61)$$

Mit Newtons Gleichung $F = m \cdot a$ kann man die Beschleunigung in y-Richtung im zweiten Plattenkondensator berechnen:

$$a = \frac{U_2 \cdot e}{d \cdot m_e} \quad (62)$$

Die Ablenkung y_1 im zweiten Kondensator ist dann:

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_2 \cdot e}{d \cdot m_e} \cdot \frac{l^2}{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e}} = \frac{U_2 \cdot l^2}{4 \cdot U_1 \cdot d} \quad (63)$$

Die Geschwindigkeit v_y beträgt nach dem zweiten Kondensator:

$$v_y = a \cdot t = \frac{U_2 \cdot e}{d \cdot m_e} \cdot \frac{l}{\sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_1}{m_e}}} \quad (64)$$

4.3 Magnetische Felder

4.3.1 Charakteristische Größen

Größe	Einheit	Formel	Beschreibung
I	A	$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$	Die Stromstärke.
\vec{B}	$\text{NA}^{-1} \text{m}^{-1} = \text{T}$	$B = \frac{F_L}{I \cdot l}$	Die magnetische Feldstärke oder Flussdichte an einem Ort des Feldes ist der Quotient aus der Kraft \vec{F} auf einen Stromfluss mit der Stromstärke I und der Länge l .

Tabelle 5: Charakteristische Größen für magnetische Felder

4.3.2 Feldlinien

1. Feldlinien beginnen am Nordpol und enden am Südpol.
2. Feldlinien durchkreuzen sich nicht gegenseitig.

4.3.3 Magnetisches Feld

Analog zum elektrischen Feld, wie es in Abschnitt 4.2.3 definiert wurde, gilt: Ein magnetisches Feld ist ein Raum, in dem auf bewegte Ladungen Kräfte ausgeübt werden. Jeder bewegte Ladungen erzeugt ein magnetisches Feld.

Homogenes Feld In einem homogenen Feld verlaufen alle Feldlinien parallel zueinander. Ein solches Feld findet man im inneren eines Hufeisenmagneten, einer stromdurchflossenen Spule oder zwischen zwei Spulen (Helmholz-Spulenpaar).

4.3.4 Lorenz-Kraft

$$F_L = B \cdot I \cdot l = B \cdot Q \cdot \frac{l}{t} = B \cdot Q \cdot v \quad (65)$$

Die Lorenzkraft ist sowohl senkrecht zu den Feldlinien und damit zu \vec{B} als auch zu der Geschwindigkeit \vec{v} :

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{B} \times \vec{v} \quad (66)$$

Wenn man nicht mit Vektoren rechnet, kann man folgende Gleichung verwenden:

$$F = Q \cdot B \cdot v \cdot \sin(\alpha) \quad (67)$$

Für ein positive Ladung kann man die Drei-Finger- oder Rechte-Hand-Regel verwenden. Dabei steht der Daumen für die Richtung der Ladungsbewegung, der Zeigefinger für die magnetische Feldstärke und der Mittelfinger für die resultierende Lorenz-Kraft.

4.3.5 Halleffekt

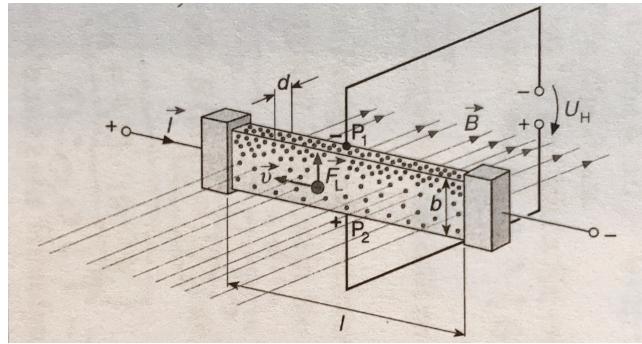


Abbildung 11: Der Halleffekt (Schematisch)

Die Hallspannung entsteht, wenn sich ein stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld befindet (vergleiche Abbildung 11). Auf die bewegten Ladungen wirkt nun die Lorenzkraft. Dadurch sammeln sich auf der einen Seite des Leiters viele Elektronen. Durch die Verschiebung entsteht in dem Leiter ein elektrisches Feld, dass entgegen der Lorenzkraft wirkt. Erst wenn $\vec{F}_L = -\vec{F}_{el}$ beziehungsweise $F_L = F_{el}$ erfüllt ist, erreicht man die konstante Hallspannung U_H , die an dem Leiter messbar ist:

$$\begin{aligned} F_L &= F_{el} \\ Q \cdot v \cdot B &= \frac{U_H}{b} \cdot Q \\ v \cdot B &= \frac{U_H}{b} \\ U_H &= v \cdot B \cdot b \end{aligned} \quad (68)$$

Bei einer Elektronendichte n und einem Leiterrvolumen $V = b \cdot d \cdot l$, kann man die Stromstärke folgendermaßen ausdrücken:

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ I &= \frac{n \cdot V \cdot e}{\Delta t} \\ I &= \frac{n \cdot b \cdot d \cdot l \cdot e}{\Delta t} \\ I &= n \cdot b \cdot d \cdot e \cdot v \\ v &= \frac{I}{n \cdot b \cdot d \cdot e} \end{aligned} \quad (69)$$

Setzt man Gleichung 69 in Gleichung 68 ein, erhält man folgende allgemeine Form:

$$U_H = \frac{1}{ne} \cdot \frac{IB}{d} \quad (70)$$

Den materialabhängigen Vorfaktor $\frac{1}{ne}$ bezeichnet man als die Hall-Konstante R_H .

4.3.6 Elektronen auf einer Kreisbahn: Das Fadenstrahlrohr

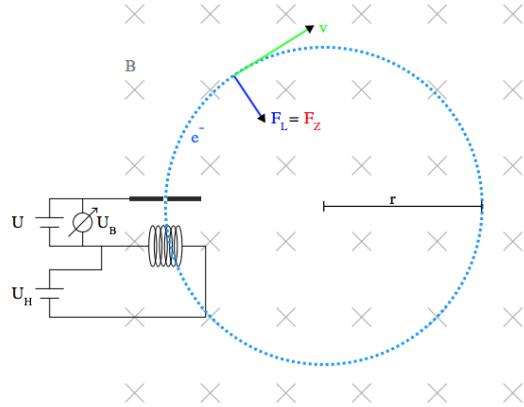


Abbildung 12: Das Fadenstrahlrohr (Schematisch)

Im Fadenstrahlrohr werden wie in Abbildung 12 dargestellt Elektronen mit der Spannung U beschleunigt und anschließend in ein von einem Helmholtz-Spulenpaar erzeugten homogenen Magnetfeld abgelenkt. Da die Lorentzkraft *immer* senkrecht zur Elektronenbewegung steht, erhalten die Elektronen nicht mehr kinetische Energie. Die Folge ist eine *konstante* Geschwindigkeit auf einer Kreisbahn. Da in jeder Kreisbahn für die zum Mittelpunkt gerichtete Zentripetalkraft gilt, kann man sie mit der zum Mittelpunkt gerichteten Lorenz-Kraft gleichsetzen.

$$\begin{aligned} F_L &= B \cdot e \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r} = F_Z \\ B \cdot e &= \frac{m \cdot v}{r} \\ \frac{e}{m} &= \frac{v}{B \cdot r} \end{aligned} \tag{71}$$

Setzt man nun $e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ zu v umgestellt ein, erhält man folgendes:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 \cdot B^2} \tag{72}$$

Historisch gesehen konnte mit dieser Formel das erste mal die Masse eines Elektrons bestimmt werden.

4.3.7 Anwendungen

Zyklotron Das Zyklotron (vergleiche Abbildung 13) besteht aus zwei D-förmigen Dosen, die von einem Magnetfeld durchsetzt werden. Zwischen den Dosen befindet sich ein elektrisches Feld, dass immer umgepolt werden muss, damit die Teilchen beschleunigt werden. Um zu ermitteln, mit welcher Frequenz die Spannung umgepolt werden muss, muss man die Lorentzkraft mit der Zentripetalkraft gleichsetzen:

$$\begin{aligned} \frac{m \cdot v_s^2}{r} &= Q \cdot v_s \cdot B \\ \frac{m \cdot v_s}{r} &= Q \cdot B \end{aligned} \tag{73}$$

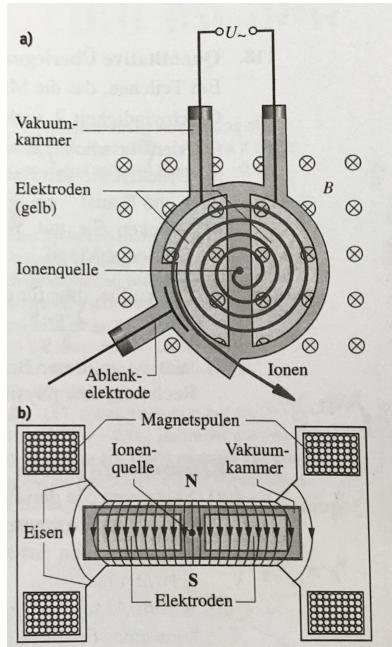


Abbildung 13: Das Zyklotron (Schematisch)

Da das Teilchen während einer vollen Periode eine Runde fliegen soll, muss die Geschwindigkeit $v_s = \frac{2\pi r}{T}$ sein. In Gleichung 73 eingesetzt, ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\begin{aligned} \frac{m \cdot \frac{2\pi r}{T}}{r} &= Q \cdot B \\ m \cdot \frac{2\pi}{T} &= Q \cdot B \\ f = \frac{1}{T} &= \frac{Q \cdot B}{2\pi \cdot m} \end{aligned} \quad (74)$$

Die Frequenz der Wechselspannung ist also unabhängig von der Geschwindigkeit, dem Bahnradius oder der Energie. Damit kann die Frequenz konstant gewählt werden und eine Beschleunigung auf kleinstem Raum wird möglich.

Massenspektrometer Das Massenspektrometer besteht aus zwei Teilen (siehe Abbildung 14): Dem Geschwindigkeitsfilter und dem eigentlichen Massentrenner. Es soll die Massen verschiedener geladener Teilchen bestimmen.

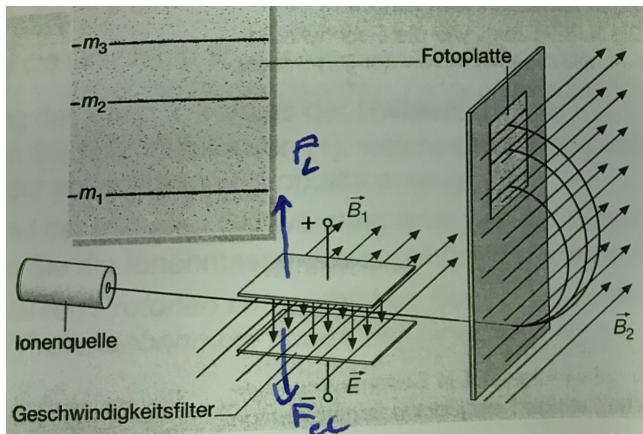


Abbildung 14: Der Aufbau des Massenspektrometer (Schematisch)

Geschwindigkeitsfilter Der Geschwindigkeitsfilter besteht aus zwei Feldern: Einem elektrischen mit der Feldstärke \vec{E} und einem magnetischen mit der Feldstärke \vec{B}_1 . Damit ein geladenes Teilchen den Geschwindigkeitsfilter gerade passiert und dann durch die Blende zum Massentrenner zu gelangen muss unter Vernachlässigung von Gravitation folgendes gelten:

$$\begin{aligned} F_L &= F_e \\ B \cdot Q \cdot v &= Q \cdot E \\ v &= \frac{E}{B} \end{aligned} \tag{75}$$

Es kommen also nur Teilchen mit einer spezifischen Geschwindigkeit durch den Geschwindigkeitsfilter. Alle anderen Teilchen werden entweder nach oben oder nach unten abgelenkt. Die Ladung spielt dabei keine Rolle.

Massentrenner Der Massentrenner besteht aus einem homogenen Magnetfeld mit der Feldstärke \vec{B}_2 und einer Fotoplatte. Treten die geladenen Teilchen in dieses Magnetfeld ein, werden sie auf einer Kreisbahn abgelenkt. Es gilt:

$$\begin{aligned} F_L &= B_2 \cdot Q \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r} = F_Z \\ B_2 \cdot Q &= \frac{m \cdot v}{r} \\ m &= \frac{B_2 \cdot Q \cdot r}{v} \end{aligned} \tag{76}$$

Da alle in das Magnetfeld eintreffenden Teilchen zuvor den Geschwindigkeitsfilter überwinden mussten, haben sie die Geschwindigkeit $v = \frac{E}{B_1}$:

$$\begin{aligned} m &= \frac{B_2 \cdot Q \cdot r}{\frac{E}{B_1}} \\ &= \frac{B_1 \cdot B_2 \cdot Q \cdot r}{E} \end{aligned} \tag{77}$$

Die Masse der Teilchen ist also nur von den bekannten Größen B_1 , B_2 , E und Q abhängig und lässt sich daher bestimmen.

Induktion und Lenz'sche Regel

5 Quantenphysik des Lichtes

5.1 Lichtelektrischer Effekt (Photoeffekt)

Unter dem Photoeffekt fasst man drei unterschiedliche Effekte zusammen:

5.1.1 Äußerer Photoeffekt

Beobachtungen:

1. Licht kann Elektronen aus einer Metallplatte herauslösen
2. Nur hochfrequentes (kurzwelliges) UV-Licht ist in der Lage Elektronen aus einer Zinkplatte herauszulösen. Dagegen geschieht dies nicht bei sichtbarem Licht einer Glühlampe, auch nicht bei beliebig großer Intensität.

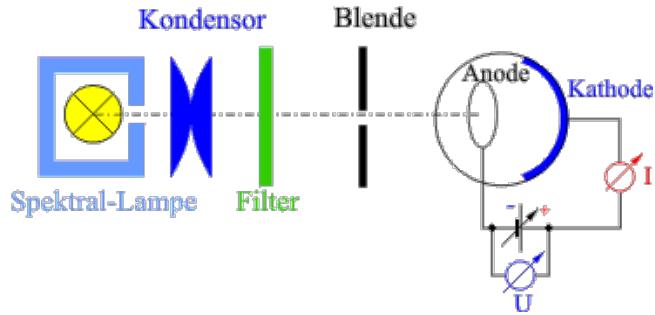


Abbildung 15: Der Aufbau der Gegenfeldmethode (Schematisch)

Diese Beobachtungen lassen sich nur mit "Energieportionen", den so genannten Photonen erklären.

Um mehr über den Zusammenhang der Frequenz und der Energie einer Photons zu erfahren, kann man die Gegenfeldmethode (vergleiche Abbildung 15) anwenden. Hier wird Licht auf eine Metallplatte gerichtet. Diese Metallplatte ist gleichzeitig die Kathode eines elektrischen Feldes. Erhöht man die Spannung U wird das elektrische Feld stärker. Die Elektronen erhalten $E_{kin} = Q \cdot U = e \cdot U$ in die ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzte Richtung. Erhöht man nun die Spannung langsam bis keine Elektronen mehr die Anode erreichen und damit der Photonenstrom I gleich 0 ist, kennt man die kinetische Energie, die die Elektronen von den Photonen erhalten haben. Führt man diesen Versuch für verschiedene Frequenzen und verschiedene Kathodenmaterialien durch erhält man folgenden Graphen:

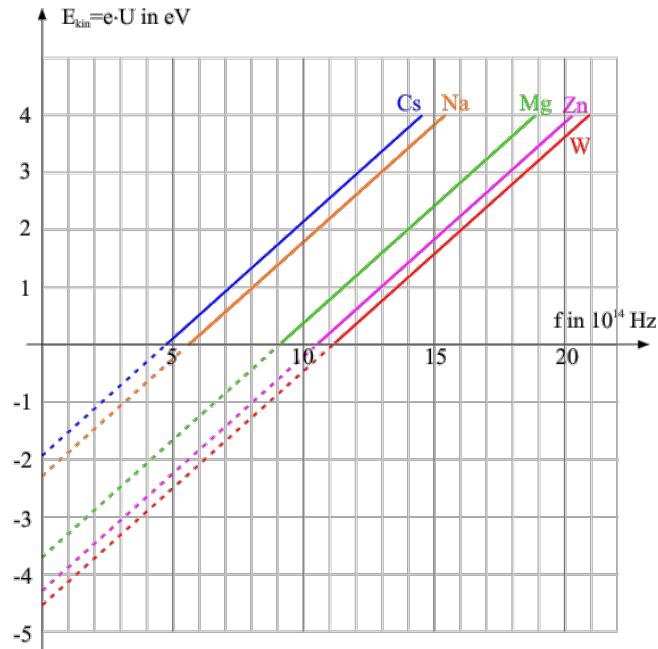


Abbildung 16: Graphische Auswertung der Gegenfeldmethode

Offensichtlich ist $\frac{\Delta E_{kin}}{\Delta f}$ konstant. Dieser Zusammenhang wird als das *Planck'sche Wirkungsquantum* beschrieben. Außerdem ist es Materialabhängig, wie viel Energie benötigt wird, um Elektronen aus den Metallplatten zu lösen. Diese Energie wird als die Austrittsenergie E_A bezeichnet. Wir haben also folgenden Zusammenhang:

$$h \cdot f = E_{kin} + E_A \quad (78)$$

Durch den Energieerhaltungssatzes und des Wissens, dass nirgends Energie verloren ging oder abgesehen von dem Licht dem System keine Energie zugeführt wurde muss $E_{kin} + E_A = E_{Ph}$ gelten. Damit haben wir einen Zusammenhang zwischen der Frequenz und der Energie eines Photons:

$$h \cdot f = E_{Ph} \quad (79)$$

Mithilfe des Graphen aus Abbildung 16 lässt sich das Planck'sche Wirkungsquantum als

$$h = 6.6397 \cdot 10^{-24} \text{ J s} \quad (80)$$

bestimmen.

5.1.2 Röntgenspektren

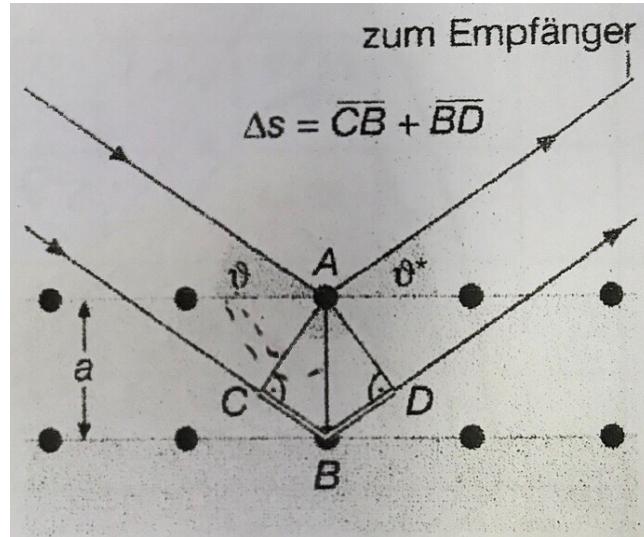


Abbildung 17: Bragg-Bedingung

Bragg-Bedingung Die Bragg-Bedingung beschreibt, welche Wellenlängen bei der Reflektion am Kristall wie in Abbildung 17 zu sehen ist verstärkt werden. Damit sich die Wellen konstruktiv überlagern, muss wie beim Doppelspalt $\Delta s = k \cdot \lambda, k \in \mathbb{N}$ erfüllt sein. Dabei ist $\Delta s = |\overline{CB}| + |\overline{BD}|$. Da $|\overline{CB}| = |\overline{BD}|$ gilt, kann folgender Zusammenhang aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta s}{2} &= |\overline{CB}| \\ \frac{\Delta s}{2} &= a \cdot \sin(\vartheta) \\ k \cdot \lambda &= 2a \cdot \sin(\vartheta), k \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (81)$$

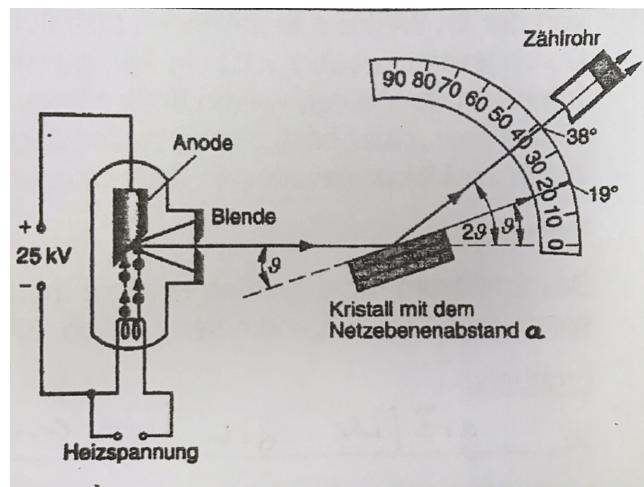


Abbildung 18: Aufbau der Röntgenspektrenanalyse

Die Röntgenröhre (vergleiche Abbildung 18) besteht aus zwei Teilen. Auf der linken Seite werden Elektronen mit einer Heizspannung emittiert und anschließen mit hier 25kV beschleunigt. Die Elektronen mit der Energie $E_{kin} = Q \cdot U = e \cdot U$ treffen auf die 45° angeschrägte Anode. Dabei entsteht die sogenannte Bremsstrahlung. Diese wird nun auf einen Kristall gerichtet, der nach der Bragg-Bedingung genau eine Wellenlänge reflektiert. Diese kann mit einem Zählrohr gemessen werden. Führt man dies für alle Winkel $0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{4}$ und verschiedene Beschleunigungsspannungen durch, erhält man die in Abbildung 19 dargestellten Graphen.

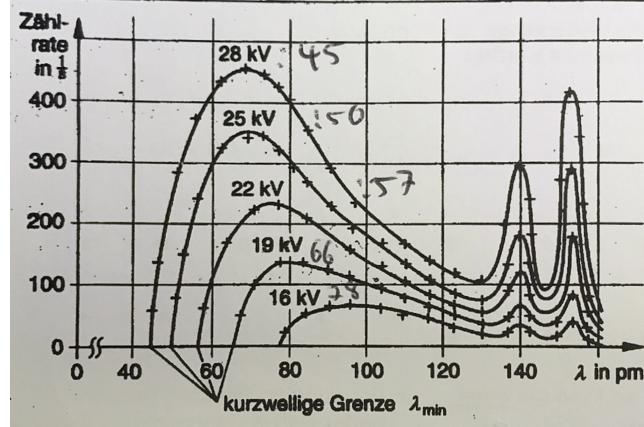


Abbildung 19: Auswertung der Röntgenröhre

Man kann erkennen, dass es eine minimale Wellenlänge λ_{min} gibt. Offensichtlich erhält ein Photon eine maximale Energiemenge. Durch den Energierhaltungssatz ist bekannt, dass dies maximal $E_{Ph} = E_{kin}$ sein kann. Nun kann man die minimale Wellenlänge folgendermaßen bestimmen:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{min} &= \frac{c}{f_{max}} \\
 &= \frac{c}{\frac{E_{kin}}{h}} \\
 &= \frac{c \cdot h}{E_{kin}} \\
 &= \frac{c \cdot h}{e \cdot U}
 \end{aligned} \tag{82}$$

5.2 Lichtquantenhypothese

1. Die Energie elektromagnetischer Strahlung mit der Frequenz f wird durch quantisierte – also nicht teilbare Energieportionen (*Photonen*) der Größe $E_{Ph} = h \cdot f$ übertragen.
2. Ein Elektron absorbiert jeweils die Energie eines Photons.
3. Helles Licht, also Licht mit hoher Intensität hat mehr Photonen, nicht aber Photonen größerer Energie.
4. Energieriches (kurzwelliges) Licht hat Photonen größerer Energie.

5.3 Masse und Impuls von Photonen

Legt man die von Einstein veröffentlichte Gleichung $E = m \cdot c^2$ zugrunde kann man folgendermaßen die Masse und den Impuls eines Photons berechnen:

$$\begin{aligned}
 E &= m \cdot c^2 \\
 m &= \frac{E}{c^2} \\
 &= \frac{h \cdot f}{c^2}
 \end{aligned} \tag{83}$$

Die Masse kann man nachweisen, indem man die Rotverschiebung von Photonen, die sich von einer großen Masse wie einem Stern entfernen, zeigt. Dies passiert, da sie von der Gravitation beeinflusst werden und sich ihre kinetische Energie verändert.

Nun kann man auch mit der Gleichung $p = m \cdot v$ aus der klassischen Mechanik den Impuls bestimmen:

$$\begin{aligned}
p &= m \cdot v \\
&= \frac{h \cdot f}{c^2} \cdot c \\
&= \frac{h \cdot f}{c} \\
&= \frac{h}{\lambda}
\end{aligned} \tag{84}$$

5.4 Compton Effekt

Beim Compton Effekt lässt man ein Photon mit der Wellenlänge λ und dem Impuls p_{Ph} auf ein sich in Ruhe befindendes Elektron treffen. Nah dem "Stoß" bewegt sich das Photon unter dem Streuwinkel ϑ mit der neuen größeren Frequenz λ' und dem vom Betrag her geringeren Impuls p'_{Ph} . Das Elektron bewegt sich dann mit dem Impuls p'_e . Dabei muss nach dem Impulserhaltungssatz $p_{Ph} = p'_{Ph} + p'_e$ gelten. Die Wellenlängenänderung des Photons ist bei dem Stoß

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c \cdot (1 - \cos(\beta)), \lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c} \tag{85}$$

6 Quantenobjekte

6.1 Eigenschaften von Photonen

1. Interferenzfähigkeit mit sich selbst
2. Interferenzmuster aus diskreten Lokalisationspunkten
3. Bestimmt (also mess- und berechenbar) ist die Verteilung der Lokalisationspunkte nach Wahrscheinlichkeitsgesetzen. Die Ermittlung erfolgt durch Zeigeraddition bei Umdeutung der resultierenden Amplitude \hat{y} zur Wahrscheinlichkeitsamplitude $|\Psi|$ und der Intensität \hat{y}^2 zur Antreffwahrscheinlichkeit $|\Psi|^2$.
4. Der Weg von der Quelle zum Lokalisationspunkt ist unbestimmt. Alle möglichen Wege sind gleichberechtigt (Superposition).

6.2 Komplementarität

Es ist nicht möglich sowohl den Weg eines Quants zu verfolgen als auch ein Interferenzbild zu erhalten. Man kann also nicht das Teilchen und Wellenmodell gleichzeitig anwenden, man braucht aber beide, da man nicht alle Effekte mit einem der beiden erklären kann.

6.3 Superposition

Da die Bahn eines unteilbaren Quants zu einem Ort unbestimmt ist, müssen alle möglichen Bahnen als Rechenpfade mit λ -Zählern berücksichtigt werden. Das Superpositionsprinzip verbindet das Teilchen und das Wellenmodell miteinander.

6.4 Knallertest

6.5 Teilchen als Quantenobjekte

De-Broglie stellte die Hypothese auf, dass sich Teilchen wie Elektronen ebenfalls wie Quantenobjekte ausbreiten. Die Experimente von Jonsson zeigten dies, da Elektronen ein Interferenzmuster an einem Doppelspalt erzeugten.