בס"ד

 \mathcal{G}

7700 156 MC

<u>חלק א: חישובים בתחשיב למדא</u>

שאלה 1: חישוב ביטויי למדא

חשבו את הביטויים הבאים עד כמה שניתן (אם יש גזירה אינסופית הסבירו במילים למה יש גזירה אינסופית):

 $(\lambda z.z) (\lambda y. y y) (\lambda x. x a)$

 $(\lambda x. \ \lambda y. x \ y \ y) \ (\lambda a. a) \ b$

> (cd:

 $(((\lambda x. \lambda y. (x y)) (\lambda y. y)) w)$

א.
$$(\lambda z.z)$$
 $(\lambda y. y. y)$ $(\lambda x. x. a)$

$$(\lambda X X \alpha)(\lambda y y y) =$$

$$= (\lambda y y y) a =$$

aa

$$\mathbf{a}$$
. $(\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda a. a) b$

(7y, (xa, a) y y) b

()a.a) b b

ЬЬ

$$(\lambda X. \lambda y. X yy)b =$$

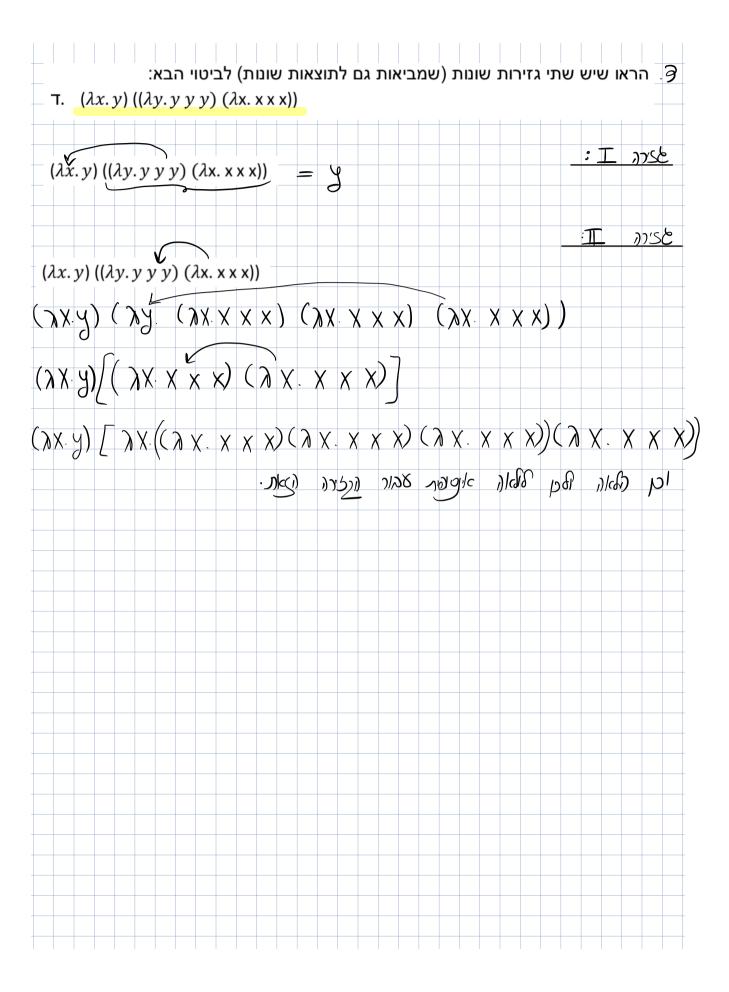
77 6 7 7

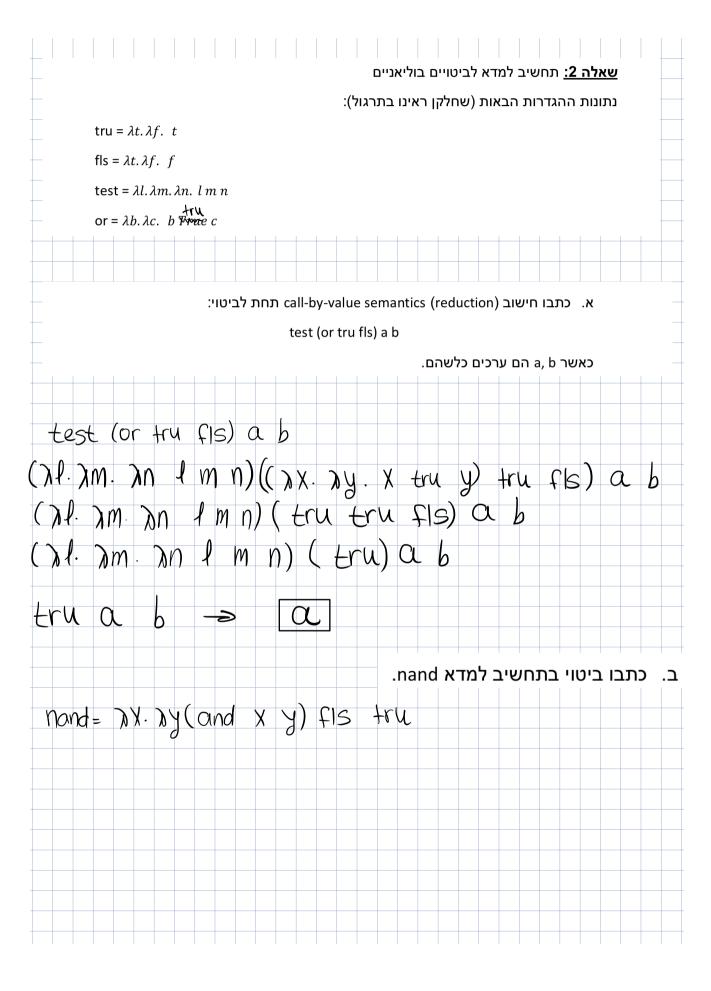
 λ . $(((\lambda x. \lambda y. (x y)) (\lambda y. y)) w)$

 $= (((\lambda x \lambda y (xy))(\lambda 2 \cdot 2)) W)$

$$= \lambda y \cdot (\lambda 2.2 y) W$$

λ2. 2 W = W





nand trufls = (χx) (χy) (χy) fls (χy) $(\chi$

= (2y (and tru y) fls tru) fls

= (and tru f15) f15 tru = and 200320

(() b.) c b c fls) tru fls) fls tru =

(tru fls fls) fls tru

fls fls tru = tru

= (7y (and tru y) fls tru) tru =

= (and tru tru) fls tru =

=(()b) >c b c fis) +ru +ru) fis +ru =

(() C. tru c fls) tru) fls tru =

= (tru tru fls) fls tru =

= tru fls tru = fls

שאלה 3: תחשיב למדא לביטויים אריתמטיים

בתרגול ראינו את ההגדרות הבאות למספרים טבעיים ופעולות אריתמטיות:

 $c_0 = \lambda s. \lambda z. z$ $c_1 = \lambda s. \lambda z. \ s z$ $c_2 = \lambda s. \lambda z. \ s (s z)$ $c_3 = \lambda s. \lambda z. \ s \ (s \ (s \ z))$ $succ = \lambda n$. λs . λz . s(n s z)plus = λm . λn . λs . λz . m s (n s z)times = λm . λn . m (plus n) c_0 iszero = λm . m (λx . False) True

- $?c_1$ א. חשבו את succ c_0 האם התוצאה היא

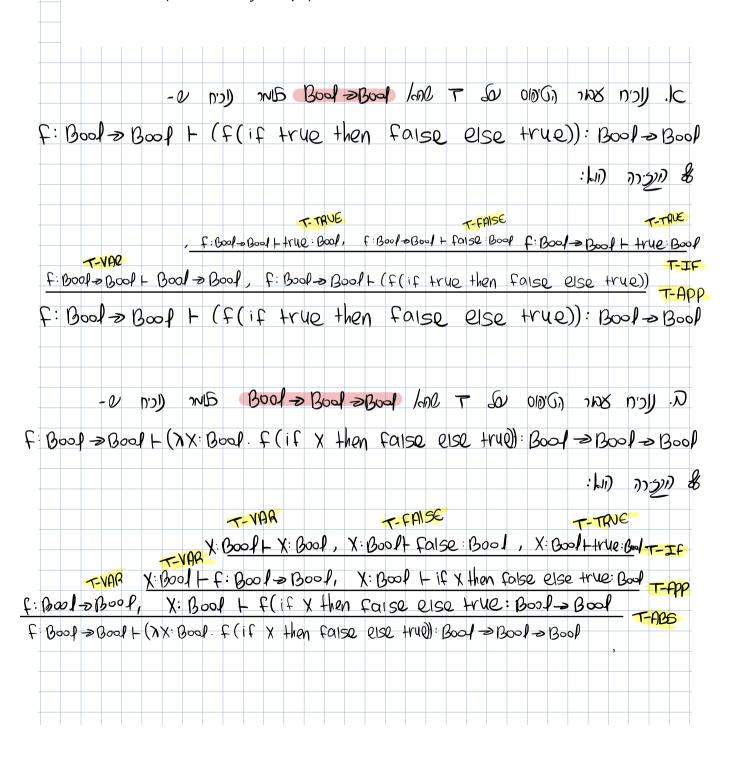
```
is odd = DX. X (not) fls
                                                           ح
                                                           .3
 is odd 3 = (xx.x (not) fls )(xs. x2. s(s(s2))=
 (75.72.56(S 2) not) $15 =
= (2. not (not (not 2)) fls
= not(not(not fls)) =
= not (not ( Nb. b fls fru) fls)) =
= not(not(fis fis tru) = fs nzm
 = not(not(\lambda t. \lambda f. f) fls tru) =
 = not (not() f f tru)) = not(not(tru))
= not(266 fls tru) tru =
 = not (tru fls tru) = not() t. Af. t) fls tru
= not()f. fls) +ru = not(fls) =
                                         hot
= (Nb.b fls tru) fls = fls fls tru =
                                           £ls
                                                40320)
 =(\lambda E \cdot \lambda f \cdot f) fis tru = (\lambda f \cdot f) tru = [+ru]
```

```
to 1000 all week of the of the 1 217
15 oddy = () X.X not Fls)() NS. N2. S(S(S(S≥))))=
 ( \( \lambda \), \( \lambda \) \( \lambda \), \( \lambda \) \( \lambda 
    )2. not(not(not(not z))) fls =
  not (not (not fis))) =
                                                                                                                                                                 hot man)
= not(not( not( 2b.b fls tru) fls))) =
      not (not (not (fis fis tru))) =
                                                                                                                                                                                                       FIS N
   not(not (not (tru))) =
                                                                                                                                                                       not (not ( ab b fls tru) tru)
 = not(not(tru fls tru)) =
                                                                                                                                                                                             not(not($15))
                                                                                                                                                         tru N
                                                    not ( )b. b fls tru) fls = not (fls fls tru)
                  not
                                                                                                                            (Nbb fls tru) tru = tru fls tru
                                                 not (tru) =
                      FISN
                        = $15
```

Simply Typed Lambda Calculus <u>:4</u>

בכל אחת מהקביעות הבאות, קיבעו מהו הטיפוס של T כך שהקביעה מתקיימת. הוכיחו את קביעתכם תוך שימוש בכללי הגזירה:

- א. f:Bool \rightarrow Bool \vdash (f (if true then false else true)):T
- \Box . f:Bool → Bool ⊢ (λx : Bool. f (if x then false else true)):T
- λ . $\vdash (\lambda x: Bool. \ \lambda y: T. \ y \ x):Bool \rightarrow T \rightarrow Bool \rightarrow Bool$



2, , ,) 2,46	n_{-1}	100 = 61 000	
		And T SO 0/0/Gi	
- (NX: Bool. Dy: (Bool-Bool)	1 X): Bool	-> 1300/-> 1300/-	>Boal
			: kan m'sjn f
T-VAR		T-VAR	
J. Bool -> Bool + JX: Boo	1 -> Bool,	J. Bool-Bool - X: Bo	of T-APP
X. Bool, y. Bool > Bool + yx			T-A3S
		n - 1 > 200 l	1 1193
X. Bool - Dy: (Bool - Bool).	J N . 15007 2	1 2 0 - 1 - 0 - 2	T-ABS
H(NX: Bool. Ny: (Bool-> Bool)	A X). 12001	- 1500/- 1500/-	⇒ 13004