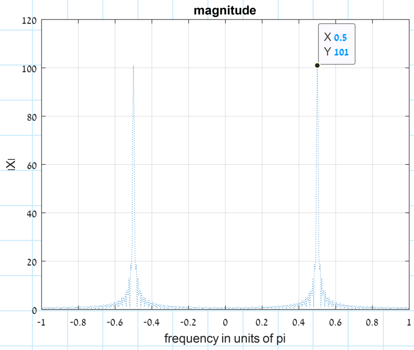
תרגיל מטלב

חלק א':

בחלק זה נתבקשנו לבדוק את נכונות הקוד שבנינו בתוכנת מטלב לביצוע התמרת DTFT.
עשינו בדיקה עבור ארבעה אותות:

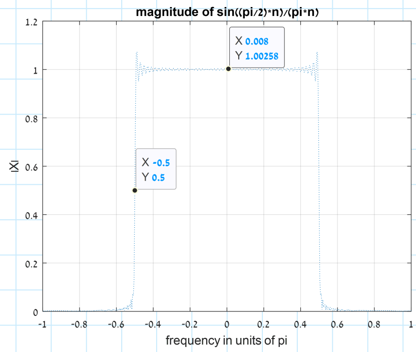
1. $x_1[n] = \cos[\omega_0 \cdot n]$ אנחנו בחרנו $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$, וקיבלנו לאחר הרצת התכנית שכתבנו את ההתמרה הבאה:



ההתמרה התיאורטית היא:
$$\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi k) + \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi k)\}$$

ניתן לראות כי בגרף אכן קיבלנו שתי דלתאות בנקודות $\omega_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ בהתאמה למצופה מההתמרה התיאורטית.
נציין כי אצלנו גובה הדלתא תחום בזמן המקסימלי שהגדרנו (n=101) ולכן אינו מגיע לאינסוף כפי שמצופה.

2.
$$x_2[n] = \frac{sin(Bn)}{\pi n}$$
אנחנו בחרנו $B = \frac{\pi}{2}$, וקיבלנו לאחר הרצת התכנית שכתבנו את ההתמרה הבאה:

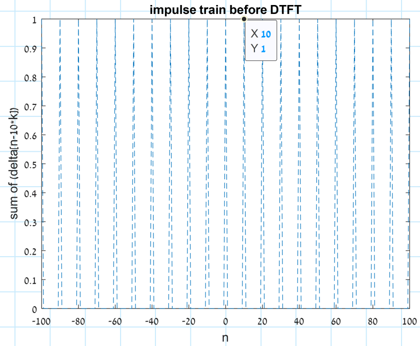


ההתמרה התיאורטית היא:
$$X(\Omega) = \begin{cases} 1 \quad , \quad 0 \le |\Omega| \le W \\ 0 \quad , \quad W < |\Omega| \le \pi \end{cases}$$
$$X(\Omega) \text{ is periodic with period } 2\pi$$

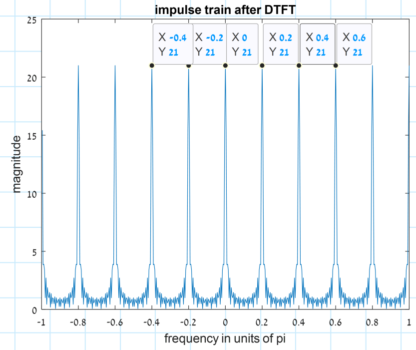
ניתן לראות כי בגרף אכן קיבלנו חלון בגובה 1 בין הנקודות $\omega_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ בהתאמה למצופה מההתמרה התיאורטית.

3.
$$x_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - k \cdot N_{train}]$$

אנחנו בחרנו $N_{\text{train}} = 10$ כלומר כך נראה האות לפני ההתמרה:



וקיבלנו לאחר הרצת התכנית שכתבנו את ההתמרה הבאה:



ההתמרה התיאורטית היא:

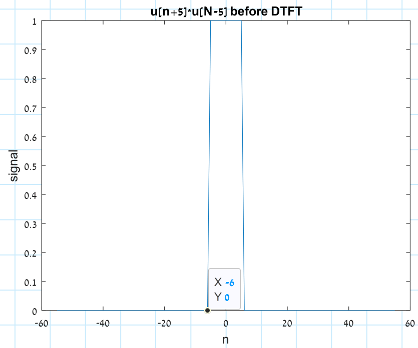
$$\frac{2\pi}{N}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(\Omega-\frac{2\pi k}{N}\right)$$

ניתן לראות כי בגרף אכן קיבלנו רכבת הלמים בהפרשים של $\frac{\pi}{5}$ ביניהם. בהתאמה למצופה מההתמרה התיאורטית.

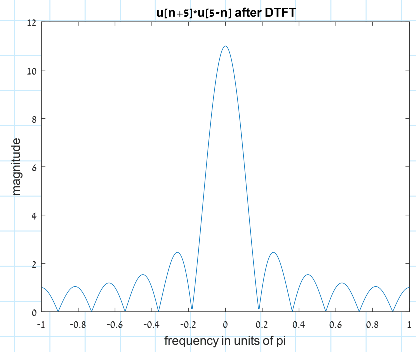
.4

$$x_4[n]=u[n+N]\cdot\ u[N-n]$$

אנחנו בחרנו $N=5$ כלומר כך נראה האות לפני ההתמרה:



וקיבלנו לאחר הרצת התכנית שכתבנו את ההתמרה הבאה:



ההתמרה התיאורטית היא:

$$\frac{\sin(\Omega(N+1/2))}{\sin(\Omega/2)}$$

ניתן לראות כי בגרף אכן קיבלנו גרעין דיריכלה בהתאמה למצופה מההתמרה התיאורטית.

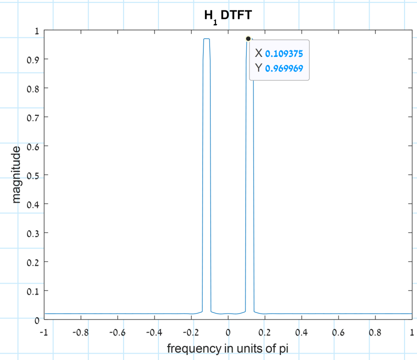
לסיכום חלק זה, אכן קיבלנו את כל ההתמרות המצופות, מה שמעיד שהתכנית ככל הנראה עובדת כהלכה.
כמו כן, כל ההתמרות שקיבלנו הם מחזוריות 2π וזאת מתכונות ההתמרה, לכן אין צורך להרחיב את מרחב הדגימה עד אינסוף כי נקבל בסך הכל שכפול של הערכים שקיבלנו.

חלק ב':

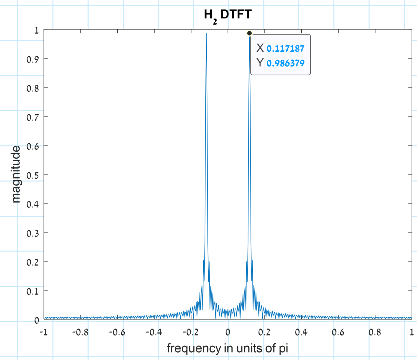
הזנו את תעודת הזהות של יובל - 313471518 וקיבלנו אות דיבור מלווה ברעש צפצוף.
מהתמרת האות זיהינו שמדובר בהתמרה דומה לזאת שקיבלנו בחלק א' כאשר ביצענו התמרה לאות קוסינוס.
כך ידענו לזהות שהפיקים בהתמרה מצביעים על תדר הקוסינוס.
עובדה זו אפשרה לנו לבנות בהתאם את המסננים כך שיבודדו את התדר הזה.

יחסי ה-SNR שהתקבלו:
מסנן 1: 5.5305
מסנן 2: 12.6409
מסנן 3: 11.6234

ההתמרה שהתקבלה עבור התגובה להלם של המסנן הראשון:



ההתמרה שהתקבלה עבור התגובה להלם של המסנן השני:



התגובה להלם ה-3 לא ניתנה לנו מפורשות, נמצא אותה באמצעות הכנסת הלם למערכת השלישית וביצוע התמרת Z:

$$y[n] = x[n] - (z_1[n] + z_2[n])$$

עבור כניסת הלם $x[n] = \delta[n]$:

$$h_3[n] = \delta[n] - (h_1[n] + h_2[n])$$

נמצא את $h_1[n]$ ואת $h_2[n]$ באמצעות פתרון משוואת ההפרשים וביצוע התמרת Z:

$$h_1[n] = \alpha e^{j\omega_0} \cdot h_1[n-1] + (1-\alpha)\cdot\delta[n]$$

$$H_1[z] = \alpha e^{jw} z^{-1} H_1[z] + 1 - \alpha$$

$$H_2[z] = \frac{1-\alpha}{1-\alpha e^{-jw}z^{-1}}, H_1[z] = \frac{1-\alpha}{1-\alpha e^{jw}z^{-1}}$$

לאחר ביצוע התמרה הפוכה נקבל:

$$h_1[n] = (1-\alpha)\alpha^n e^{njw}u[n]$$

$$h_2[n] = (1-\alpha)\alpha^n e^{-njw}u[n]$$

$$h_1[n] + h_2[n] = (1-\alpha)\alpha^n u[n](e^{njw} + e^{-njw})$$

$$\left\{\cos(nw) = \frac{e^{jnw} + e^{-jnw}}{2}\right\}$$

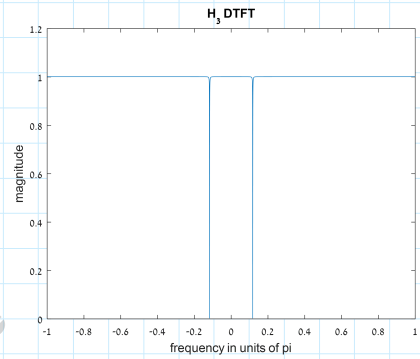
$$\Downarrow$$

$$h_1[n] + h_2[n] = 2(1-\alpha)\alpha^n u[n]\cos(nw)$$

ולכן בסופו של דבר נקבל:

$$h_3[n] = \delta[n] - 2(1-\alpha)\alpha^n u[n]\cos(nw)$$

לתגובה זו שמצאנו ביצענו התמרת DTFT על ידי הפונקציה שבנינו במבוא:



שני המסננים הראשונים הם בעצם BPF שמבודדים את תדר הרעש ואז לאחר שחיסרנו אותם מהאות המורעש קיבלנו אות קרוב לאות המקורי.
המסנן השלישי מהווה BSF שמנחית מהאות המורעש את תדר הרעש וכך מקבלים ישירות אות קרוב לאות המקורי.

כל המסננים פעלו כהלכה ושיפרו מאוד את איכות האות ע"י סינון הרעש.
התרשמנו כי הסינון הטוב ביותר בוצע על ידי מסנן מספר 2.
זה ניכר גם מיחס ה-SNR וגם מקובץ השמע.
שני לו היה המסנן ה-3, ואחרון באיכות סינון הרעש היה המסנן הראשון.
מציור ההתמרות ניתן לראות כי מסנן מספר 1 פחות מדויק מהאחרים, הוא מבודד טווח תדרים (גם אם קטן) ולא תדר אחד ספציפי בשונה מהמסננים האחרים.

מבחינת כמות פעולות הרי שבשני המסננים הראשונים אנחנו מבצעים קונבולוציה בין שני אותות לאורך n דגימות.
הסיבוכיות של קונבולוציה היא $O(N^2)$.
לעומתם במסנן השלישי אנו רצים בלולאה N פעמים אך עושים מספר פעולות סופי בכל איטרציה ולכן בסך הכל נקבל $O(N)$
לסיכום, המסנן המוצלח ביותר כאשר לוקחים בחשבון את איכות הסינון וגם את עלות החישוב הוא המסנן השלישי.