אנו רוצים לפתור שתי בעיות:

1. הבעיה הראשונה מוגדרת באופן הבא - בהינתן סט איברים $\{a_1, a_2, \ldots, a_{dc-1}\}$, שמקבלים ערכים $2^k$ כך ש $k \in \{0, 1, \ldots, \log_2(q)\}$, כלומר האיברים שלנו מהצורה - $\left\{2^{k_1}, 2^{k_2}, \ldots, 2^{k_{dc-1}}\right\}$, אנו מעוניינים למצוא, בהינתן $1 \le m \le q$ כמה קומבינציות אפשרויות יש כך ש $m = \max\left(q, \prod_{i=1}^{dc-1} a_i\right)$. למשל עבור $dc = 4$ ו $q = 4$ ובהינתן $m = 1$ אז יש בדיוק קומבינציה אחת שנותנת את הדרישה והיא $\{1, 1, 1\}$ (כי $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$) לעומת זאת עבור $m = 2$ יש 3 אפשרויות, למשל $\{1, 2, 1\}$ (כי $1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$), אך עבור $m = 4$ יש יותר אפשריות ובין היתר יש שם את האיבר $\{4, 1, 1\}$ וכן האיבר $\{2, 1, 2\}$.
עבור המקרה שבוא המכפלה יוצאת יותר קטנה מ $q$, ניתן לכתוב את הבעיה בצורה אחרת - $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{dc-1} = 2^{k_1} \cdot 2^{k_2} \cdot \ldots \cdot 2^{k_{dc-1}} = m = 2^b$ (כאשר $0 \le b \le \log_2(q)$) כלומר נקבל $2^{k_1+k_2+\ldots+k_{dc-1}} = 2^b$ וקיבלנו את המשוואה $\sum_{i=1}^{dc-1} k_i = b$, שאותה אנו יודעים לפתור על ידי פתרון משוואה בשלמים, שהפתרון שלה הוא -

$$D(dc-1, b) = \binom{dc-1-1+b}{b}$$

עבור $0 \le k_i, b \le \log_2(q)$.
עבור המקרה שבוא המכפלה יוצאת $q$ או מספר יותר גדול, אפשר לחשב את המקרה הזה על ידי חיסור פשוט של כל הקומבינציות האפשריות שיש לסידור $dc-1$ איברים כשכל אחד מהם יכול לקבל $\log_2(q)+1$ קומבינציות אפשריות ($(\log_2(q)+1)^{dc-1}$) מכל שאר הקומבינציות שכבר חישבנו.
לכן ניתן כעת ניתן לפתור ולקבל את $\tilde{P}_i$ שמסמן את כמות האיברים שאנו מחפשים שמקיימים את התנאי ש $\max\left(q, \prod_{j=1}^{dc-1} a_j\right) = 2^i$-

$$\tilde{P}_i = \begin{cases} \binom{dc-2+i-1}{i-1} & 0 \le i \le \log_2(q) \\ (\log_2(q)+1)^{dc-1} - \sum_{j=1}^{\log_2(q)} \tilde{P}_j & i = \log_2(q)+1 \end{cases}$$

[1]

2. הבעיה השנייה מגודרת באופן הבא - בהינתן סט איברים $\{a_1, a_2, \ldots, a_{dv-1}\}$, שמקבלים ערכים $2^k$ כך ש $k \in \{0, 1, \ldots, \log_2(q)\}$, אנו מעוניינים למצוא, בהינתן $1 \le m \le q$ כמה קומבינציות אפשרויות יש כך $\min(a_i) = m$. למשל עבור $dc = 4$ ו $q = 4$ ובהינתן $m = 4$ אז יש בדיוק קומבינציה אחת שנותנת את הדרישה והיא $\{4, 4, 4\}$ (כי $\min(4, 4, 4) = 4$) לעומת זאת עבור $m = 3$ יש יותר אפשרויות, כי למשל גם $\{3, 3, 3\}$ מקיים את התנאי וכמו כן $\{4, 4, 3\}$ וכן $\{3, 3, 4\}$.
כעת המצב הרבה יותר פשוט כי אנו מחפשים את המינימום, כלומר שמבין כל ה $dv-1$ האופציות למספרים השייכים ל $\left\{2^k \middle| k \in \{0, 1, \ldots, \log_2(q)\}\right\}$, אנו רוצים שהמינימאלי מהם יהיה $2^i$. ראשית נחשב כמה דרכים יש לבחור $dv-1$ מספרים כך שכל המספרים יהיו לפחות $2^i$ - שזה $(\log_2(q)+1-(i+1)+1)^{dv-1}$ (עבור $k \in \{0, 1, \ldots, \log_2(q)\}$) ונחסיר מזה את כל האפרויות שכל המספרים יהיו

---

[1] ניתן לשים לב ש $\tilde{P}_i$ מתאר גודל קבוצה באורך של $2^{i-1}$.

גדולים/שווים ל $2^{i+1}$ - שזה $\left(\log_2(q)+1-(i+1)\right)^{dv-1}$. כעת ניתן להגדיר את $\tilde{Q}_i$ להיות כמות האיברים שאנו מחפשים שמקיימים ש $\min_{j=1}^{dv-1}\left\{a_j\right\}=2^i$ -

$$\tilde{Q}_i=\left(\log_2(q)-i+1\right)^{dv-1}-\left(\log_2(q)-i\right)^{dv-1}$$

וכמו מקודם הביטוי מוגדר עבור $0\le i\le\log_2(q)$.

נשים לב שאם כעת נרצה למצוא את אחוז האיברים שיש ב $\tilde{P}_{\log_2(q)+1}$ ביחס לכל האיברים האפשריים נקבל את הביטוי -

$$\frac{\left(\log_2(q)+1\right)^{dc-1}-\sum_{j=1}^{\log_2(q)}\binom{dc-3+j}{j-1}}{\left(\log_2(q)+1\right)^{dc-1}}=1-\frac{\sum_{j=1}^{\log_2(q)}\binom{dc-3+j}{j-1}}{\left(\log_2(q)+1\right)^{dc-1}}$$

שהוא מונוטוני עולה כתלות ב $q$ וכן כל הביטוי שואף ל 1 עבור $q\to\infty$.
לדוגמה, עבור $dc=6$ נקבל -

$$\begin{array}{ll} q=4 & :0.9136\\ q=8 & :0.9453\\ q=64 & :0.9725\end{array}$$