1.1

נבדוק האם A אכן ERM.

הערה: אלג' הוא מסוג ERM אמ"מ הוא מביא את ה cost למינימום.

נסביר מדוע A מביא את ה cost לכדי מינימום:
A מוגדר להיות אלג' המחזיר את המלבן הקטן ביותר אשר מכיל בתוכו את כל הדוג'.

תהי היפותזה - h: $h:(a_1,b_1,a_2,b_2)$ כך ש:

$$
\begin{cases} 1 & a_1 \le x_1 \le b_1 \text{ וגם } a_2 \le x_2 \le b_2 \\ 0 & o.w \end{cases}
$$

ברור כי כל הדוגמאות החיוביות נמצאות בתוך המלבן לכן ה cost ביחס לכל הדוגמאות יהיה 0.

אני יכולה להניח כי מכיוון שאנו סומכים על f דטרמיניסטי שאין דוגמה שלילית בתוך המלבן כלל ככה שהדיוק פה מושלם.

לכן בהכרח A מביא את השגיאה למינימום ולכן A הוא ERM

$$L_D(h) = P_{x\sim D}(h(x_i) \neq f(x_i))$$ 1.2

$$L_S(h) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \mathbb{1}[h(x_i) \neq f(x_i)]$$

נוכיח כי: $E_{S\sim D}[L_S(h)] = L_D(h)$

נגדיר משתנה אינדיקטור I:

$$
I(x_i) = \begin{cases} 1 & h(x_i) \neq f(x_i) \\ 0 & o.w \end{cases}
$$

I מקיים את תנאי L_S לכן נוכל ונקבל: $L_S(h) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} I(x_i)$

נוכיח את הטענה עבור L_S

ליניאריות התוחלת

$$E[L_S(h)] = E\left[\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} I(x_i)\right] = \frac{1}{m} E[I(x_i)] =$$

$$= \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} P(I(x_i)=1) = \frac{1}{m}\cdot \sum P(h(x_i)\neq f(x_i)) = \frac{1}{m}\cdot\sum_{j=1}^{m} L_D =$$

$$= \frac{1}{m}\cdot \underbrace{m}_{\sum_{j=1}^{m} 1} \cdot L_D(h) = \boxed{L_D(h)}$$

מכאן ש $E_{S\sim D}[L_S(h)] = L_D(h)$ $\blacksquare$