

算法设计与分析 (2019 年春季学期)

第四次作业

请于 2019 年 11 月 20 日课上将纸质版作业交到助教处

- 1 对下面的每个描述, 请判断其是正确或错误, 或无法判断正误。对于你判为错误的描述, 请说明它为什么是错的。(每小题 5 分, 共 20 分)

1. $P \subset NP$;
2. $NPC \cap P = \emptyset$;
3. 若 SAT 问题可以用复杂度为 $O(n^9)$ 的算法来解决, 则所有的 NP 完全问题都可以在多项式时间内被解决;
4. $UNSAT \in NP$ ($UNSAT$ 问题是指: 给定一个布尔表达式 ϕ , 判断是否对其中变量的所有取值, ϕ 的值均为 $false$)

2 最小生成树问题 (25 分)

给定一个无向连通图 $G = (V, E)$, 其中每条边的权值只可为 1 或 2。请设计一个时间复杂度为 $O(|V| + |E|)$ 的算法来求 G 的一棵最小生成树, 并验证其时间复杂度。(注: 你可以提出一个新算法或修改课堂上讲过的算法。)

3 最短路问题 (25 分)

请给出一个边权可以为负的有向图实例, 使得 $Dijkstra$ 算法在该图上无法得到正确的结果。并解释允许边权为负的情况下 $Dijkstra$ 算法不再正确的原因。(注: 给出的实例应保证该有向图不存在权值和为负的环。)

4 环路问题 (30 分)

给出一个联通无向图 $G = (V, E)$, 请设计一种尽可能高效的算法来判断 G 中是否有环。如果有, 请输出任意一个环 (按顺序给出环上的每个顶点)。请解释算法的正确性并分析算法的时间复杂度。