$$a_1x_1+b_1x_2+c_1x_3=d_1$$

$$a_2x_1+b_2x_2+c_2x_3=d_2$$

$$a_3x_1+b_3x_2+c_3x_3=d_3$$

$$\mathrm{A}=\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{matrix}$$

$$x_1=\frac{\begin{matrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{matrix}}{A} \qquad x_2=\frac{\begin{matrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{matrix}}{A} \qquad x_3=\frac{\begin{matrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{matrix}}{A}$$

2.注意二重积分积分区域的可拆性（是否可拆成多个关于坐标轴对称的区域）
3.注意二重积分积分区域自身的对称性

4.使用轮换对称性计算高斯曲线的反常积分$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx$

Ⅰ $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2}dy$

Ⅱ $S^2=\iint_D e^{-(x^2+y^2)}d\sigma=\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{+\infty} e^{-r^2}rdr=\pi$

5.利用 x 型定积分与 y 型定积分的乘法产生二重积分，利用加法产生轮换对称性

6.当被积函数含$f(x^2,y^2)$且 D 为圆的部分时，一般选极坐标系

7.$\lim\limits_{\substack{\Delta x\to 0\\ \Delta y\to 0}} \frac{\Delta z-(A\Delta x+B\Delta y)}{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}}=0$ => $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0)处可微

8.$f(x,y)=f(x_0,y_0)+f'_x(x-x_0)+f'_y(y-y_0)+o(\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2})$

9.$f(x,y)$的二阶偏导数连续：$f''_{12}=f''_{21}$
10.换元法处理定积分时保证积分区间，被积函数与积分变量同步换元

11.质心计算公式：$x=\frac{\iint_D xd\sigma}{\iint_D d\sigma}$

12.计算不定积分和求解微分方程是莫忘常数 C

13.许多微分方程可以尝试$\frac{dx}{dy}$

14.求解微分方程产生的对数方程需要去对数，放大常数范围至非 0
15.除了一阶线性型中 p(x)，只要出现 lnu 且 u 不知正负，均写为 ln|u|

16.三种微分方程：变量可分离型：$\frac{dy}{dx}=F(x,y)=f(x)g(y)$；

齐次型：$\frac{dy}{dx}=f\left(\frac{y}{x}\right)$或 $\frac{dx}{dy}=f(\frac{x}{y})$，令 $\frac{y}{x}=u$ => $\frac{dy}{dx}=\frac{du}{dx}x+u=f(u)$

一阶线性型：$y'+p(x)y=q(x)$，$y=e^{-\int p(x)dx}[\int e^{\int p(x)dx}q(x)dx+C]$

17.$y''=f(y,y')$型：令$y'=p$，则$y''=\frac{dp}{dx}=\frac{dp}{dy}p => \frac{dp}{dy}p=f(y,p)$

$$\frac{dp}{dy}+\left(-\frac{1}{2y}\right)p=\frac{y}{2}p^{-1} => \frac{dp}{dy}p+\left(-\frac{1}{2y}\right)p^2=\frac{y}{2} => \frac{z'}{2}+\left(-\frac{1}{2y}\right)z=\frac{y}{2}$$

18.线性微分方程的所有解=通解，非线性微分方程的所有解=通解+奇解

19.二阶齐次微分方程（$y''+py'+qy=0$）的求解

$\lambda^2+p\lambda+q=0 => \Delta=p^2-4q$

$\Delta>0 => \lambda_1\neq\lambda_2 => y=C_1e^{\lambda_1x}+C_2e^{\lambda_2x}$

$\Delta=0 => \lambda_1=\lambda_2=\lambda => y=(C_1+C_2x)e^{\lambda x}$

$\Delta<0 => \lambda_{1,2}=\frac{-p\pm\sqrt{4q-p^2}i}{2}=\alpha\pm\beta i => y=e^{\alpha x}(C_1cos\beta x+C_2sin\beta x)$

20.二阶非齐次微分方程的解为二阶齐次微分方程的通解+二阶非齐次微分方程的特解

$y''+py'+qy=e^{\alpha x}P(x) => y^*=e^{\alpha x}Q(x)x^k$，$Q(x)$是$P(x)$的一般多项式

$\alpha\neq\lambda_1$&$\alpha\neq\lambda_2 => k=0$； $\alpha=\lambda_1$ | $\alpha=\lambda_2 => k=1$； $\alpha=\lambda_1$ & $\alpha=\lambda_2 => k=2$

21.$shx=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ $chx=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$