极限：

1. $cos2x = 2cos^2x - 1 = 1 - 2sin^2x$
2. $(1+x)^a \sim 1 + ax$
3. $sinx = cosx * tanx$
4. $\left[\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)\right]' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
5. $x - arcsinx \sim -\frac{1}{6}x^3$
6. $x - tanx \sim -\frac{1}{3}x^3$
7. $x - arctanx \sim \frac{1}{3}x^3$
8. $\ln(1+x) \sim x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$
9. $x + sinx \sim 2x$
10. $x^2 - sin^2x \sim \frac{1}{3}x^4$
11. 夹逼准则只动分母，不动分子
12. 夹逼时可以抓函数天生的有界性（如$\arctan x$）
13. 求数列极限可用数学归纳法
14. 极限脱帽法$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_{n+1}}{x_n} - 1\right) < 0 \Rightarrow \exists N > 0, n > N, \frac{x_{n+1}}{x_n} - 1 < 0$

15.开区间(a,b)上的连续函数有界的条件：f(x)在(a,b)连续 + $\lim_{x\to a+} f(x)\exists$ + $\lim_{x\to b-} f(x)\exists$

16.（有限个）有界±有界/有界×有界 = 有界

17. $\ln x \sim x - 1$, $x \to 1$

18.$\forall a > 0$, $\lim_{x\to 0^+} x^a lnx = 0$

19.$x \to 0^+, \frac{1}{x^a} \gg |lnx|$

20.x→∞时，x ~ x + sinx

21.常规求导法不好用时可用对数求导法

一元函数微分学

1.导数定义需要满足一静一动原则

2.$(tanx)' = sec^2x$　　$(cotx)' = -csc^2x$

3.$(secx)' = secxtanx$　$(cscx)' = -cscxcotx$

4.$(arcsinx)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　$(arccosx)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

5.$(arctanx)' = \frac{1}{1+x^2}$　$(arccotx)' = -\frac{1}{1+x^2}$

6. $\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)\right]' = \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$　$\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)\right]' = \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$

7.带拉格朗日余项的泰勒公式：

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!}(x-x_0)^n$$

麦克劳林公式：$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!}x^n$

8.带佩亚诺余项的泰勒公式：

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + \mathrm{o}((x-x_0)^n)$$

麦克劳林公式：$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \mathrm{o}(x^n)$

9. $u = f(x), v = e^x$　$=> F(x) = f(x)e^x$　$=> f(\xi) + f'(\xi) = 0$

10. $u = f(x), v = e^{\varphi(x)}$ $=> F(x) = f(x)e^{\varphi(x)}$ $=> f(\xi)\varphi'(\xi) + f'(\xi) = 0$

11.证明存在一点ξ的中值定理的三部曲：Ⅰξ改 x；Ⅱ双侧积分；Ⅲ移项造函数；Ⅳ罗尔定理

12.拉格朗日中值定理：给出低阶（高阶），证明高阶（低阶）不等式；ξ 的范围构造不等式；

13.柯西中值定理：用于一个抽象和一个具体函数

14.泰勒公式：遇到超过三阶差的条件时使用

15.见到$f'(x_0)$，先用导数定义再说

16.$\Delta y = A\Delta x + o(\Delta x)$，前者为线性主部，后者为误差

一元函数积分学:

1. $\int tanx\,dx = -\ln|cosx| + C$
2. $\int cotx\,dx = \ln|sinx| + C$
3. $\int secx\,dx = \ln|secx + tanx| + C$
4. $\int cscx\,dx = \ln|cscx - cotx| + C$
5. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \arcsin\frac{x}{a}+C$
6. $\int \frac{1}{a^2+x^2}dx = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+C$
7. $\int \frac{1}{a^2-x^2}dx = \frac{1}{2a}\ln|\frac{a+x}{a-x}|+C$
8. $\int \frac{1}{x^2-a^2}dx = \frac{1}{2a}\ln|\frac{x-a}{x+a}|+C$
9. 计算不定积分的基本方法：凑微分法；换元法（三角换元；倒带换；复杂代换）；分部积分法；有理函数积分法
10. $sec^2x - tan^2x = 1$
11. $\sqrt{a^2-x^2} => x = asint\ (-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2})$
12. $\sqrt{x^2-a^2} => x = asect\ (x > 0, 0 \le t < \frac{\pi}{2};\ x < 0, \frac{\pi}{2} < t \le \pi)$
13. $\sqrt{a^2+x^2} => x = atant\ (-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2})$
14. $\int \frac{b1sint+b2cost}{a1sint+a2cost}\mathrm{dt} = \int \frac{A(a1sint+a2cost)+B(a1cost-a2sint)}{a1sint+a2cost}\mathrm{dt} = \mathrm{At} + \mathrm{Bln}|\mathrm{a1sint} + \mathrm{a2cost}| + \mathrm{C}$
15. y=y(x)与 x=a, x=b 及 x 轴所围图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体体积为:
$$\mathrm{V} = \int_a^b 2\Pi x|y(x)|dx$$
16. 连续函数$f(x) => \int f(x)dx = \int_a^x f(t)dt + \mathrm{C}$
17. 连续函数必有原函数，含振荡间断点的函数可能有也可能没有原函数；含跳跃，可去和无穷间断点的函数没有原函数。
18. $F'_+(x_0) = \lim_{x\to x_0^+}\frac{F(x)-F(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x\to x_0^+}\mathrm{F}'(x)$
19. $f(x)$ 可积 => $\mathrm{F}(x) = \int_a^x f(t)dt$ 连续　　$f(x)$ 连续 => $\mathrm{F}(x) = \int_a^x f(t)dt$ 可导
20. $f(x)$ 以 T 为周期 => $f'(x)$ 以 T 为周期
21. $\int_0^x f(t)dt$ 以 T 为周期 ⇔ $\int f(x)dx$ 以 T 为周期 ⇔ $\int_0^T f(x)dx = 0$
22. $f(x)$ 是奇函数 => $\mathrm{F}(x) = \int_0^x f(t)dt$ 是偶函数 => $\mathrm{F}(x) = \int_a^x f(t)dt$ 是偶函数
23. $f(x)$ 是偶函数 => $\mathrm{F}(x) = \int_0^x f(t)dt$ 是奇函数 => $\mathrm{F}(x) = \int_a^x f(t)dt$ 不一定
24. $f'(x)$ 有界 => $f(x)$ 有界

25. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right)\frac{1}{n}=\int_0^1 f(x)dx$

26. $(1+x)^a=1+ax+\frac{a(a-1)}{2!}x^2+\cdots+\frac{a(a-1)\dots(a-n+1)}{n!}x^n2$

27. $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{(x-x_0)^2}$ 可证明极值点的判别法则

28. $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f''(x)}{x-x_0}$ 可证明拐点的判别法则

29. $\int_0^{\Pi} sinxdx=2$ $\int_0^{\frac{\Pi}{4}} sinxdx=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\int_{\frac{\Pi}{4}}^{\frac{\Pi}{2}} sinxdx=\frac{\sqrt{2}}{2}$

30. $\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\Pi}}{2}$

31. 画图法解超越方程
32. 零点定理证存在性，单调性证唯一性
33. 若 $f^{(n)}(x)=0$ 至多有 k 个根，则 $f^{(n-1)}(x)=0$ 至多有 k+1 个根