

## 补充结论与公式----乔利斯基分解

**乔利斯基分解：**若  $A$  为正定( $A>0$ )，则有分解

$$A = R^H R, \quad R \text{ 为上三角阵}$$

证：若  $A$  为正定，用正定等价条件，可知

$$A = P^H P, \quad \text{且 } P \text{ 可逆}$$

对  $P$  用 QR 分解，可写  $P=QR$ ， $Q$  为优阵， $R$  为上三角阵

$$\text{则 } A = P^H P = (QR)^H QR = RQ^H QR = R^H R \quad \text{证毕}$$

补充 Ex

1. 若  $A=BP$ ，或  $A=PB$ ， $P$  为优阵，证明  $A, B$  有相同的正奇异值

$$\text{即 } s_+(A) = s_+(B)$$

提示，计算  $A^H A$  或  $AA^H$ ，并且利用正奇异值定义.

2 思考题：若把题 1 中的优阵  $P$  修改为半优阵，结论是否成立？