解答内容不得超过装订线

2008～2009 学年第一学期
《复变函数与积分变换》课程考试试卷(B 卷)

院(系)__________专业班级____________学号______________姓名________

—

考试日期： 年 月 日 考试时间：:～:

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

得 分	
评卷人	

一、填空题 (每空 2 分，共 30 分)

1、复数 $(-1+\sqrt{3}\,\mathrm{i})$ 的模为_____，辐角主值为_________.

2、$\sqrt[3]{8}$ 的所有值分别为______________.

3、已知 $\arg z = \dfrac{\pi}{4}$，则点 z 的轨迹曲线是_____________.

4、$\mathrm{Ln}(1+\sqrt{3}\,\mathrm{i})$ 的值为_________________.

5、函数 $f(z) = x^2 + \mathrm{i}\,y^2$ 在何处可导_____，何处解析______.

6、设 $f(z) = x^3 - 3xy^2 + \mathrm{i}(3x^2 y - y^3)$，则 $f'(z) =$__________.

7、函数 $f(z) = \dfrac{1}{z-1}$ 在 $z = \mathrm{i}$ 处展开成泰勒级数的收敛半径为_____.

8、$z = 0$ 为函数 $\dfrac{1}{z - \sin z}$ 的何种类型的奇点_________.

9、积分 $\oint\limits_{|z|=1} \frac{1}{(z-2)(z+3)} \mathrm{d}z$ 的值为______.

10、映射 $f(z)=z^2+1$ 在 $z=\mathrm{i}$ 处的伸缩率为____，旋转角为____.

11、已知 $f(t)$ 的傅氏变换为 $F(\omega)=\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]$，

则 $f(t)=$__________.

12、函数 $f(t)=\frac{\sin at}{2a}$ 的拉氏变换为 $F(s)=$________.

得　分	
评卷人	

二、计算题 (每题 5 分，共 20 分)

1、$\int_0^{2\pi} \frac{\mathrm{d}\theta}{2+\sqrt{3}\cos\theta}$

2、$\oint_{|z|=2} \frac{1}{z^2-1}\mathrm{d}z$

3、$\oint_{|z|=2} \frac{1}{1-z}\mathrm{e}^{\frac{1}{z}}\mathrm{d}z$

4、$\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{x^4+1}\mathrm{d}x$

解答内容不得超过装订线

得　分	
评卷人	

三、(10 分) 已知$u(x,y)=x^2-y^2+2x$，证明 $u(x,y)$ 为调和函数，并求一满足条件 $f(-2)=0$ 的解析函数 $f(z)=u+\mathrm{i}v$.

得　分	
评卷人	

四、(10 分)将函数 $f(z)=\dfrac{1}{(z-1)(z-2)}$ 在 $z=1$ 点展开为洛朗(Laurent)级数.

得 分	
评卷人	

五、(10 分)求曲线 $(x-1)^2+y^2=1$ 在映射 $w=\dfrac{\mathrm{i}}{z}$ 下的像曲线.

得 分	
评卷人	

六、(10 分)求把区域 $\mathrm{D}=\{z:\operatorname{Re}z<0,\ 0<\operatorname{Im}z<\pi\}$ 映射到单位圆内部的共形映射.

解答内容不得超过装订线

得　分	
评卷人	

七、(10 分)利用 Laplace 变换求解微分方程组:

$$\begin{cases} x''(t)+y(t)=e^{t}, & x(0)=x'(0)=0, \\ x'(t)-y'(t)=-e^{t}, & y(0)=0. \end{cases}$$