2014～2015学年第一学期

《复变函数与积分变换》课程考试试卷(B卷) (闭卷)

院(系)____________专业班级______________学号_________________姓名_____________

考试日期：2015 年 3 月 2 日　　　　　　**考试时间**：晚上 7:00 ~ 9:30

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

得　分	
评卷人	

一、填空题(每题3分，共24分).

(1) 设 $z=\frac{16}{25}-i\frac{8}{25}$，则 $\arg z=$____.

(2) 方程 $z^2+i=0$ 的根分别是 $z_1=$______，$z_2=$______.

(3) 设 $f(z)=(x^2+ay^2)+ibxy$ 解析，则 $a+b=$____.

(4) 设 $C:|z|=1$，顺时针方向，则积分 $\oint_{|z|=1}\frac{e^z}{z^3}\mathrm{d}z=$____.

(5) 若 z_0 分别是函数 $f(z)$ 和 $g(z)$ 的 m 和 n 的级零点 $(m>n)$，

则 z_0 是 $\frac{g(z)}{f(z)}$ 的___级___点.

(6) 映射 $w=\frac{z+1}{z}$ 把圆周 $C:|z|=1$ 映成______(写出方程).

(7) 在映射 $w=1-z^2$ 下，$z_0=1+i$ 处的伸缩率为____，旋转角为____.

解答内容不得超过装订线

(8) 函数 $f(t)=\begin{cases} e^t & t\le 0 \\ 0 & t>0 \end{cases}$ 的傅氏变换 $F(\omega)$ 为____________.

得　分	
评卷人	

二、(10分)设 $u(x,y)=\ln\left(x^2+y^2\right)$，求函数 $v(x,y)$，使得 $f(z)=u+iv$ 为解析函数且满足 $f(1+i)=\ln 2$.

解答内容不得超过装订线

得　分	
评卷人	

三、(12 分)将函数 $f(z)=z^2-1+\dfrac{1}{z^2-1}$ 在 $z_0=1$ 点展开为洛朗(Laurent)级数.

得　分	
评卷人	

四、计算下列积分(共 20 分).

(□□□ 1□2 □□□ 5 □□□ 3 □□ 10 □)

1. $\displaystyle\oint_{|z|=1}\frac{2z+1}{\cos(\pi z)}\,\mathrm{d}z$.

2. $\oint_{|z|=1} \frac{(1+z)^2}{z} e^{\frac{1-2z}{z}} dz$.

3. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1+\cos(2x)}{x^2+4x+5} dx$.

解答内容不得超过装订线

得　分	
评卷人	

五、(10分)已知区域 $D=\{z:|z|<1,\ |z-(1+i)|>1\}$，求一共形映射 $w=f(z)$ 将 D 映射到单位圆内部.

得　分	
评卷人	

六、(6分)求区域 $D=\{z:|z|<1,\ |z-(1+i)|>1,\ \mathrm{Im}z>0\}$ 在映射 $w=\mathrm{e}^{\pi\frac{1+z}{1-z}}$ 下的像.

得　分	
评卷人	

七、(12 分) 利用 Laplace 变换求解常微分方程:

$$x''(t)+4x'(t)+5x(t)=2\mathrm{e}^{-t}-5,\quad x(0)=x'(0)=0\cdot$$

得　分	
评卷人	

八、(6 分) 证明: $\dfrac{1}{2\pi i}\oint_{C}\dfrac{z^n e^{z\xi}}{n!\xi^n}\cdot\dfrac{d\xi}{\xi}=(\dfrac{z^n}{n!})^2$.

C 为绕原点的简单闭曲线.