2014～2015 学年第一学期

《复变函数与积分变换》课程考试试卷(A卷) (闭卷)

院(系)____________专业班级______________学号_________________姓名_____________

考试日期：2014 年 11 月 24 日　　　　**考试时间**：晚上 7:00 ~ 9:30

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

得　分	
评卷人	

一、填空题(每题3分，共24分).

解答内容不得超过装订线

(1) 设 $z=\cos i$，则 $\operatorname{Im}z=$____；$Arg\,z=$____________.

(2) 复数 $-i^{i}$ 的值为__________________.

(3) 设 $f(z)=(bx^2+y^2+x)+i(axy+y)$ 在复平面上可导，则 $a+b=$____.

(4) 设 C 为正向圆周 $|\zeta|=2$，$f(z)=\oint_C \dfrac{\sin\frac{\pi}{3}\zeta}{\zeta-z}d\zeta$，则 $f'(1)=$____.

(5) $\operatorname{Res}[\dfrac{e^z}{z^4},0]=$____.

(6) 映射 $w=z^2+2z$ 在 $|z+1|=\dfrac{1}{2}$ 上每一点的伸缩率均为____.

(7) 函数 $f(t)=\delta(t-t_0)$ 的 Fourier 变换 $F(\omega)=$_____.

(8) 函数 $u(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}$ 与 $f(t)=e^{-t}u(t)$ 的卷积 $f(t)*u(t)=$_______.

得 分	
评卷人	

二、(10分)设 $f(z)=u(x,y)+i(x^2+g(y))$ 是解析函数，且

$g(0)=g'(0)=0$. 求 $g(y)$, $u(x,y)$，使 $f(z)$ 满足条件:

$f(0)=0$.

得 分	
评卷人	

三、(12分)将函数 $f(z)=\dfrac{1}{z(z^2-1)}$ 在点 $z_0=1$ 展开为洛朗(Laurent)级数.

解答内容不得超过装订线

得 分	
评卷人	

四、计算下列积分(共20分).(每小题5分)

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{2}{2+\cos 2x}\,dx$.

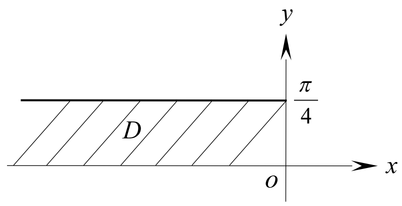
2. $\oint_{|z|=1} \dfrac{z\sin z}{(1-e^{z})^{3}}\,dz$.

3. $\oint_{|z|=1} \dfrac{(z^{2}-1)\mathrm{e}^{\frac{1}{z}}}{z}\,dz$.

4. $\int_{0}^{+\infty} \dfrac{\cos x}{x^{4}+10x^{2}+9}\,dx$.

得　分	
评卷人	

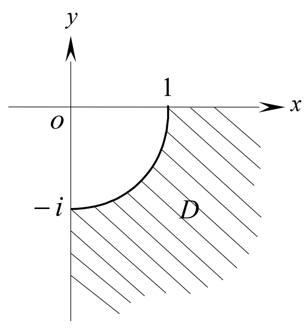
五、(10 分) 已知区域 D 如下图所示，求一共形映射 $w=f(z)$，将 D 映射到单位圆内部.



解答内容不得超过装订线

得　分	
评卷人	

六、(6 分) 求下图所示区域 D 在映射 $w=\dfrac{(1/z)^2+1}{(1/z)^2-1}$ 下的像.



得　分	
评卷人	

七、(12分) 利用 Laplace 变换求解常微分方程:

$$x''(t)-x'(t)-2x(t)=\mathrm{e}^{t}+1,\quad x(0)=x'(0)=0.$$

得　分	
评卷人	

八、(6分) 设 $f(z)$ 在复平面上解析，且存在正整数 N，使 $f(z)$

在$|z|>1$上满足: $\left|f(z)\right|\le M\,|z|^{N}$, $(M>0)$，证明 $f(z)$ 是一个不超过N次的多项式。