



# 阿贝尔

(1802~1829)

## 简介

翻开近世数学的教科书和专门著作，阿贝尔这个名字是屡见不鲜的：阿贝尔积分、阿贝尔函数、阿贝尔积分方程、阿贝尔群、阿贝尔级数、阿贝尔部分和公式、阿贝尔基本定理、阿贝尔极限定理、阿贝尔可和性，等等。很少几个数学家能使自己的名字同近世数学中这么多的概念和定理联系在一起。然而这位卓越的数学家却命途多舛，只活了短短的 27 年。尤其可悲的是，在他生前，社会并没有给他的才能和成果以公正的承认。

## 生平

阿贝尔 (N. H. Abel)，1802 年 8 月出生于挪威的一个农村。他很早就显示了数学方面的才华。16 岁那年，他遇到了一个能赏识其才能的老师霍姆伯，介绍他阅读牛顿、欧拉、拉格朗日、高斯的著作。大师们不同凡响的创造性方法和成果，一下子开阔了阿贝尔的视野，把他的精神提升到一个崭新的境界，他很快被推进到当时数学研究的前沿阵地。后来他感慨地在笔记中写下这样的话：“要想在数学上取得进展，就应该阅读大师的而不是他们的门徒的著作。”

## 青年时代

1821 年，由于霍姆伯和另几位好友的慷慨资助，阿贝尔才得进入奥斯陆大学学习。两年以后，在一本不出名的杂志上他发表了第一篇研究论文，其内容是用积分方程解古典的等时线问题。这篇论文表明他是第一个直接应用并解出积分方程的人。接着他研究一般五次方程问题。开始，他曾错误地认为自己得到了一个解。霍姆伯建议他寄给丹麦的一位著名数学家去审阅，幸亏审阅者在打算认真检查以前，要求提供进一步的细节，这使阿贝尔有可能自己来发现并修正错误。这次失败给了他非常有益的启发，他开始怀疑，一般五次方程究竟是否可解？问题的转换开拓了新的探索方向，他终于成功地证明了要像较低次方程那样用根式解一般五次方程是不可能的。

这个青年人的数学思想已经远远超越了挪威国界，他需要与有同等智力的人交流思想和经验。由于阿贝尔的教授们和朋友们强烈地意识到了这一点，他们决定说服学校当局向政府申请一笔公费，以便他能作一次到欧洲大陆的数学旅行。经过例行的繁文缛节的手续后，阿贝尔终于在 1825 年 8 月获得公费，开始其历时两年的大陆之行。

踌躇满志的阿贝尔自费印刷了证明五次方程不可解的论文，把它作为自己晋谒大陆大数学家们(特别是高斯)的科学护照。他相信高斯将能认识他工作的价值而超出常规地接见。但看来高斯并未重视这篇论文，因为人们在高斯死后的遗物中发现阿贝尔寄给他的小册子还没有裁开。

柏林是阿贝尔旅行的第一站。他在那里滞留了将近一年时间。虽然等候高斯召见的期望终于落空，这一年却是他一生中最幸运、成果最丰硕的时期。在柏林阿贝尔遇到并熟识了他的第二个伯乐——克雷勒 (Crelle)。克雷勒是一个铁路工程师，一个热心数学的业余爱好者，他以自己所创办的世界上最早专门发表创造性数学研究论文的斯刊《纯粹和应用数学杂志》而在数学史上占有一席之地后来人平习惯称这本期刊为“克雷勒杂志”。与该刊的名称所标榜的宗旨不同，实际上它上面根本没有应用教学的论文，所以有人又戏称它为“纯粹非应用数学杂志”。阿贝尔是促成克雷勒将办刊拟议付诸实施的一个人。初次见面，两个人就彼此留下了良好而深刻的印象。阿贝尔说他拜读过克雷勒的所有数学论文，并且说他发现在这些论文中有一些错误。克雷勒非常谦虚，他已经意识到眼前这位脸带稚气的年轻人具有非凡的数学天才。他翻阅了阿贝尔赠送的论五次方程的小册子，坦率地承认看不懂。但此时他已决定立即实行拟议中的办刊计划，并将阿贝尔的论文载入第一期。于是阿贝尔的研究论文，克雷勒杂志才能逐渐提高声誉和扩大影响。

阿贝尔一生最重要的工作——关于椭圆函数理论的广泛研究就完成在这一时期。相反，过去横遭冷遇，历经艰难，长期得不到公正评价的，也就是这一工作。现在公认，在被称为“函数论世纪”的 19 世纪的前半叶，阿贝尔的工作是函数论的最高成果之一。

## 阿贝尔与椭圆函数

椭圆函数是从椭圆积分来的。早在 18 世纪，从研究物理、天文、几何学的许多问题中经常导出一些不能用初等函数表示的积分，这些积分与计算椭圆弧长的积分往往具有某种形式上的共同性，椭圆积分就是如此得名的。19 世纪初，椭圆积分方面的权威是法国科学院德高望重的勒让德 (A.M.Legendre, 1752~

1833)。他研究这个题材长达 40 年之久，他从前辈工作中引出许多新的推断，组织了许多常规的数学论题，但他并没有增进任何基本思想，他把这项研究引到了“山重水复疑无路”的境地。也正是阿贝尔，使勒让德在这方面所研究的一切黯然失色，开拓了“柳暗花明”的前途。

问题得以解决的关键来自一个简单的想法——“倒过来”。即并不是直接椭圆积分本身，而是“倒过来”研究椭圆积分的反函数（后来就称为椭圆函数）。这一思想非常优美，也的确非常简单、平凡。但勒让德苦苦思索 40 年，却从来没有想到过它。科学史上并不乏这样的例证，“优美、简单、深刻、富有成果”的思想，需要的并不是知识和经验的单纯积累，不是深思熟虑的推理，不是对研究题材的反复咀嚼，需要的是一种能够穿透一切障碍深入问题根柢的非凡的洞察力，这大概就是人们所说的天才吧。“倒过来”的想法像闪电一样照彻了这一题材的奥秘，凭借这一思想，阿贝尔高屋建瓴、势如破竹地推进他的研究，他得出了椭圆函数的基本性质，找到了与三角函数中的  $\pi$  有相似作用的常数  $K$ ，证明了椭圆函数的周期性。他建立了椭圆函数的加法定理，借助于这一定理，又将椭圆函数拓广到整个复数域，并因而发现这些函数是双周期的，这是别开生面的新发现；他进一步提出一种更普遍更困难类型的积分——阿贝尔积分，并获得了这方面的一个关键性定理，即著名的阿贝尔基本定理，它是椭圆积分加法定理的一个很宽的推广。至于阿贝尔积分的反演——阿贝尔函数，则是不久后由黎曼（B.Riemann, 1826~1866）首先提出并加以深入研究的。事实上，阿贝尔发现了一片广袤的沃土，他个人不可能在短时间内把这片沃土全部开垦完毕，用埃尔米特（Hermite）的话来说，阿贝尔留下的后继工作，“够数学家们忙上五百年”。阿贝尔把这些丰富的成果整理成一长篇论文《论一类极广泛的超越函数的一般性质》。此时他已经把高斯置诸脑后，放弃了访问哥廷根的打算，而把希望寄托在法国的数学家身上。他婉辞了克雷勒劝其定居柏林的建议后，便启程前往巴黎。在这世界最繁华的大都会里，荟萃着像柯西（A.L.Cauchy, 1789~1857）、勒让德、拉普拉斯（P.S.Laplace, 1749~1827）、傅立叶（I.Fourier, 1768~1830）、泊松（S.D.Poisson, 1781~1840）这样一些久负盛名的数学巨擘，阿贝尔相信他将在那里找到知音。

## 巨星的陨落

1826 年 7 月，阿贝尔抵达巴黎。他见到了那里所有出名的数学家，他们全都彬彬有礼地接待他，然而却没有一个人愿意仔细倾听他谈论自己的工作。在这些社会名流的高贵天平上，这个外表腼腆、衣着寒酸、来自僻远落后国家的年轻人

能有多少份量呢？阿贝尔在写给霍姆伯谈巴黎观感的信中说：“法国人对陌生的来访者比德国人要世故得多。你想和他们亲密无间简直是难上加难，老实说我现在根本不奢望能有些荣耀。到头来，任何一个开拓者要想在此间引起重视，都得遇到巨大的障碍。尽管阿贝尔非常自信，但对这一工作能否得到合理评价已经深有疑虑了。他通过正常渠道将论文提交法国科学院。科学院秘书傅立叶读了论文的引言，然后委托勒让德和柯西负责审查。柯西把稿件带回家中，究竟放在什么地方，竟记不起来了。直到两年以后阿贝尔已经去世，失踪的论文原稿才重新找到，而论文的正式发表，则迁延了12年之久。

从满怀希望到渐生疑虑终至完全失望，阿贝尔在巴黎空等了将近一年。他寄居的那家房东又特别吝啬刻薄，每天只供给他两顿饭，却收取昂贵的租金。一天他感到身体很不舒畅，经医生检查，诊断为肺病，尽管他顽强地不相信，但实情是他确已心力交瘁了。阿贝尔只好拖着病弱的身体，怀着一颗饱尝冷遇而孤寂的心告别巴黎回国。当他重到柏林时，已经囊空如洗。幸亏霍姆伯及时汇到一些钱，才使他能到柏林稍事休整后返回家园。

是谁该对阿贝尔的厄运负责呢？人们很自然会想起审评阿贝尔论文的柯西、勒让德。柯西当时38岁，正年富力强，创造力旺盛，忙于自己的事，顾不上别人而疏忽铸下了大错。勒让德怎么样呢？年逾古稀，功成名就，在法国科学界享有崇高的威望，他当时不可能像柯西那样忙着搞研究，理应对培养年轻一代的科学人才负有更多责任。然而主要的是，阿贝尔这篇论文所处理的题材恰恰是勒让德所熟悉的，从某种意义上来说，是他的世袭领地。尽管论文里包含着许多新奇、艰深的概念，但导致这些概念的基本思想却是简单的。一个外行也许没有能力欣赏这种简单思想的优美性和深刻性，但勒让德对所论问题却决非外行，他自己思考过几十年，深知在旧有基本思想框架内，知识业已达到饱和状态，要获取新的知识，除非打破框架，引进新的基本思想。对他来说，其实根本无须仔细阅读论文，只要稍微了解一下基本思想，就足以起到振聋发聩的作用。但是他却好像毫无感受，实在令人费解。事实上，阿贝尔论文的内容，他并非一无所知。当他得知另一位青年数学家雅可比也独立做了椭圆函数理论方面相当系统的工作后，他曾告诉过雅可比，有一个年轻的斯堪的纳维亚人已先他而做了。雅可比如饥似渴地读完阿贝尔那篇失落两年又奇迹般出现的论文，不禁气愤地写信责问科学院：“阿贝尔先生作出了一个多么了不起的发现啊！有谁看到过别的堪与比美的发现呢？然而，这项也许称得上我们世纪最伟大的数学发现，两年以前就提交给你们科学院了，却居然没有引起你们的注意，这究竟是怎么回事呢？”勒让德复信为自己提出的辩解是令人失笑的：“我们感到论文简直无法

阅读，因为它用几乎白色的墨水写的，字母拼写得很糟糕，我们都认为应该要求作者提供一个较清楚的文本”。真是掩耳盗铃，文过饰非。

让我们再看看高斯。高斯一生勤勉，有许多伟大的数学发现，却错过了发现这个伟大数学人才的机会。科学史经常在告诫：大凡富有创造性的见解，开始总是与传统观念相抵触的。

但阿贝尔最终毕竟还是幸运的，他回挪威后一年里，欧洲大陆的数学界渐渐了解了他。继失踪的那篇主要论文之后，阿贝尔又写过若干篇类似的论文，都在“克雷勒杂志”上发表了。这些论文将阿贝尔的名字传遍欧洲所有重要的数学中心，他已成为众所瞩目的优秀数学家之一。遗憾的是，他处境闭塞，孤陋寡闻对此情况竟无所知。甚至连他想在自己的国家谋一个普通的大学教职也不可。1829年1月，阿贝尔的病情恶化，他开始大口吐血，并不时陷入昏迷。他的最后日子是在一家英国人的家里度过的。因为他的未婚妻凯姆普（Kemp）是那个家庭的私人教师。阿贝尔已自知将不久于人世，这时，他唯一牵挂的是他女友凯姆普的前途，为此，他写信给最亲近的朋友基尔豪(Kiel-hau)，要求基尔豪在他死后娶凯姆普为妻。尽管基尔豪与凯姆普以前从未见面，为了让阿贝尔能死而瞑目他们照他的遗愿做了。临终的几天，凯姆普坚持只要自己一个人照看阿贝尔，他要“独占这最后的时刻”。1829年4月6日晨，这颗耀眼的数学新星便过早地陨落了。阿贝尔死后两天，克雷勒的一封信寄到，告知柏林大学已决定聘请他担任数学教授。

## 评 价

通过阿贝尔的遭遇，我们认识到，建立一个客观而公正的科学评价体制是至关重要的。科学界不仅担负着探索自然奥秘的任务，也担负着发现从事这种探索的人才的任务。科学是人的事业，问题是要靠人去解决的。科学评价中的权威主义倾向却往往有害于发现和栽培科学人才。科学权威意味着他在科学的某一领域里曾做过些先进工作，他可能是科学发现方面踌躇满志的权威，却不一定是评价、发现、培养科学人才的权威，尤其当科学新分支不断涌现时，情况更是如此。

## 阿贝尔奖

为了纪念挪威天才数学家阿贝尔诞辰200周年，挪威政府于2003年设立了一项数学奖——阿贝尔奖。这项每年颁发一次的奖项的奖金高达80万美元，相当于诺贝尔奖的奖金，是世界上奖金最高的数学奖。

