

复变函数单元测验试题 2005.10

1. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1+i}{n}$

A. 条件收敛; B. 绝对收敛; C. 发散; D. 敛散不定。

2. 函数 $f(z) = \frac{z}{(9-z^2)(z+i)}$ 在复平面内以原点为中心最少可分为几个解析环?

A. 三个; B. 两个; C. 四个; D. 五个。

3. 若将函数 $f(z) = \frac{1}{z^2 + z - 6}$ 在 i 点展开为 Taylor 级数, 则收敛半径是

A. $\sqrt{5}$; B. -3; C. 2; D. $\sqrt{3}$ 。

4. 函数 $f(z) = \frac{1}{2z^2 - z - 1}$ 在区域 $0 < \left| z + \frac{1}{2} \right| < 1$ 内的 Laurent 级数为

A. $\frac{1}{2z^2 - z - 1} = -\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^n + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^{n-1};$

B. $-\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^n - \frac{2}{3} \sum_{n=0}^{+\infty} (-2)^n z^n$

C. $-\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^n - \frac{2}{3} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^n + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^{n-1};$

D. $\frac{1}{3z} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^{-n} - \frac{2}{3z} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^n + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{z+1}{2} \right)^{n-1} z^{-n}。$

5. $z=0$ 是 $\frac{z \sin z}{(1-e^z)^3}$ 的

A. 1 阶极点; B. 3 阶极点; C. 2 阶极点; D. 4 阶极点。

6. 扩充复平面上 $\sin \frac{1}{1-z}$ 有

A. 本性奇点 $z=1$, 可去奇点 $z=\square$;

B. 一阶奇点 $z=1$, 可去奇点 $z=\square$;

C. 本性奇点 $z=\square$, 一阶奇点 $z=1$;

D. 一阶奇点 $z=\square$, 可去奇点 $z=1$.

7. 设 C 为圆周 $|z|=2$ 的左半周且为逆时针方向, 则积分 $\int_C \frac{1}{(z-i)^2} dz =$

A. $\pi i + \ln 3$; B. $\frac{4}{3}i$; C. $-\frac{4}{3}i$; D. 0。

8. 积分 $\int_{|z-i|=1} \frac{2 \cos z}{(z-i)^3} dz =$

A. $-2\pi i \cos i$; B. $-4\pi i \cos i$; C. $-\cos i$; D. $-2 \cos i$ 。

9. 积分 $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^2+1} dx =$

A. $\frac{\pi}{2e}$; B. $\frac{\pi}{e}$; C. $\frac{\pi}{2}(e^{-1}+e)$; D. $\frac{i\pi}{2e}$ 。

10. 积分 $\int_0^{2\pi} \frac{4}{5+4 \sin \theta} d\theta =$

A. $\frac{8}{3}\pi$; B. $\frac{16}{3}\pi$; C. 0; D. $\frac{4}{3i}$ 。

答案：均为 A。