# §9.2 Laplace 变换的性质

一、线性性质与相似性质

二、延迟性质与位移性质

三、微分性质

四、积分性质

五、周期函数的像函数

六、卷积与卷积定理

# §9.2 Laplace 变换的性质

- 在下面给出的基本性质中，所涉及到的函数的 Laplace 变换均假定存在，它们的增长指数均假定为 $c$。且

$$F(s)=\mathscr{L}[f(t)],\quad G(s)=\mathscr{L}[g(t)].$$

- 对于涉及到的一些运算（如求导、积分、极限及求和等）的次序交换问题，均不另作说明。

# 一、线性性质与相似性质 P217

## 1. 线性性质 P217

**性质** 设 $a$，$b$ 为常数，则有

$$\mathscr{L}[a\,f(t)+b\,g(t)]=a\,F(s)+b\,G(s);$$

$$\mathscr{L}^{-1}[a\,F(s)+b\,G(s)]=a\,f(t)+b\,g(t).$$

**证明**（略）

**例** 求函数 $f(t)=\sin 2t\,\sin 3t$ 的 Laplace 变换。

**解** $f(t)=\sin 2t\,\sin 3t=\dfrac{1}{2}(\cos t-\cos 5t)$,

$$\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{2}(\mathscr{L}[\cos t]-\mathscr{L}[\cos 5t])$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{s}{s^2+1}-\frac{s}{s^2+25}\right)$$

$$=\frac{12s}{(s^2+1)(s^2+25)}.$$

**例** 已知 $F(s)=\dfrac{1}{(s-1)(s-2)}$，求 $f(t)=\mathscr{L}^{-1}[F(s)]$.

**解** $$F(s)=\frac{1}{s-2}-\frac{1}{s-1},$$

$$f(t)=\mathscr{L}^{-1}[F(s)]=\mathscr{L}^{-1}[\frac{1}{s-2}]-\mathscr{L}^{-1}[\frac{1}{s-1}]$$

$$=\mathrm{e}^{2t}-\mathrm{e}^{t}.$$

## 一、线性性质与相似性质

### 2. 相似性质（尺度性质）P218

**性质** 设 $a$ 为任一正实数，则 $\mathscr{L}[f(at)]=\dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right)$.

**证明** $\mathscr{L}[f(at)]=\displaystyle\int_0^{+\infty}f(at)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$

$$\xlongequal{\text{令}x=at}\frac{1}{a}\int_0^{+\infty}f(x)\mathrm{e}^{-\frac{s}{a}x}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right).$$

## 二、延迟性质与位移性质 P223

### 1. 延迟性质 P223

**性质** 设当 $t<0$ 时 $f(t)=0$，则对任一非负实数 有

$$\mathscr{L}[f(t-\tau)]=\mathrm{e}^{-s\tau}F(s).$$

**证明** $$\mathscr{L}[f(t-\tau)]=\int_0^{+\infty}f(t-\tau)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$

$$=\int_\tau^{+\infty}f(t-\tau)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$

$$\overset{\text{令 } x=t-\tau}{=\!=\!=\!=}\int_0^{+\infty}f(x)\mathrm{e}^{-sx}\cdot\mathrm{e}^{-s\tau}\mathrm{d}x$$

$$=\mathrm{e}^{-s\tau}F(s).$$

## 二、延迟性质与位移性质

### 1. 延迟性质

**性质** 设当 $t<0$ 时 $f(t)=0$，则对任一非负实数 有

$$\mathcal{L}[f(t-\tau)]=\mathrm{e}^{-s\tau}F(s).$$

**注意** 在延迟性质中专门强调了当 $t<0$ 时 $f(t)=0$ 这一约定。

因此，本性质也可以直接表述为：

$$\mathcal{L}[f(t-\tau)u(t-\tau)]=\mathrm{e}^{-s\tau}F(s).$$

可见，在利用本性质求逆变换时应为：

$$\mathcal{L}^{-1}[\mathrm{e}^{-s\tau}F(s)]=f(t-\tau)u(t-\tau).$$

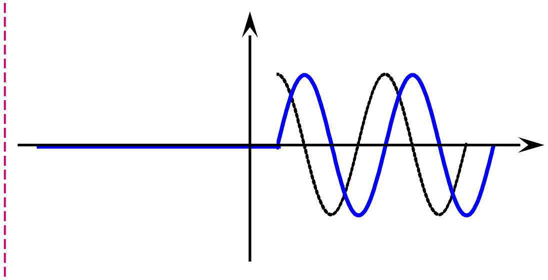
**例** 求 $\mathscr{L}[\sin(t-\frac{\pi}{2})]$. P223 例 9.12

**解** 方法一 已知 $\mathscr{L}[\sin t]=\dfrac{1}{s^2+1}$,

根据延迟性质有

$$\mathscr{L}[\sin(t-\frac{\pi}{2})]=\frac{1}{s^2+1}\,e^{-\frac{\pi}{2}s}.$$

方法一 先充零再平移

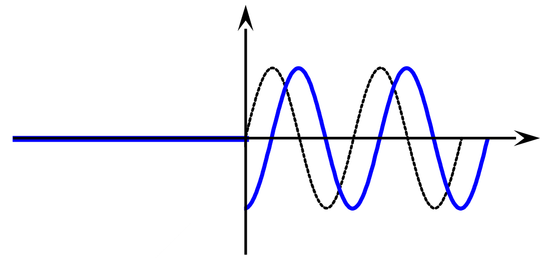


$\sin(t-\frac{\pi}{2})\,u(t-\frac{\pi}{2})$

方法二 $\mathscr{L}[\sin(t-\frac{\pi}{2})]=\mathscr{L}[-\cos t]$

$$=\frac{1}{s^2+1}(-s).$$

方法二 先平移再充零



$\sin(t-\frac{\pi}{2})\,u(t)$

- 两种方法为什么会得到不同的结果？

**例** 设 $F(s)=\dfrac{1}{s-1}\mathrm{e}^{-2s}$，求 $\mathscr{L}^{-1}[F(s)]$.

P224 例 9.13 修改

**解** 由于 $\mathscr{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{s-1}\right]=\mathrm{e}^{t}u(t)$，根据延迟性质有

$$\mathscr{L}^{-1}[F(s)]=\mathrm{e}^{t-2}u(t-2)$$

$$=\begin{cases}\mathrm{e}^{t-2}, & t>2,\\ 0, & t<2.\end{cases}$$

## 二、延迟性质与位移性质

### 2. 位移性质 P224

**性质** 设 $a$ 为任一复常数，则 $\mathscr{L}[e^{at}f(t)]=F(s-a)$.

**证明**（略）

**例如** $$\mathscr{L}[e^t\cos t]=\frac{s-1}{(s-1)^2+1}.$$

$$\mathscr{L}[e^t\sin t]=\frac{1}{(s-1)^2+1}.$$

## 三、微分性质 P218

### 1. 导数的象函数 P218

**性质** $\mathscr{L}[f'(t)]=sF(s)-f(0).$

**证明** $\mathscr{L}[f'(t)]=\int_0^{+\infty} f'(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}f(t)$

$$=f(t)\mathrm{e}^{-st}\Big|_0^{+\infty}+s\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t,$$

由 $|f(t)|\le M\mathrm{e}^{ct}$，有 $|f(t)\mathrm{e}^{-st}|\le M\mathrm{e}^{-(\mathrm{Re}\,s-c)t}$,

因此当 $\mathrm{Re}\,s=\beta>c$ 时，有 $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}=0$,

即得 $\mathscr{L}[f'(t)]=sF(s)-f(0).$

# 三、微分性质

## 1. 导数的象函数

性质 $\mathscr{L}[f'(t)]=sF(s)-f(0);$

一般地，有

$$\boxed{\mathscr{L}[f^{(n)}(t)]=s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-s^{n-2}f'(0)-\cdots-f^{(n-1)}(0).}$$

其中，$f^{(k)}(0)$ 应理解为 $\lim\limits_{t\to0^+}f^{(k)}(t)$.

- Laplace 变换的这一性质非常重要，可用来求解微分方程(组)的初值问题。(§9.4 将专门介绍)

**例** 求函数 $f(t)=t^m$ 的Laplace变换($m$ 为正整数)。 P219 例 9.7

**解** 利用导数的象函数性质来求解本题

由 $f(0)=f'(0)=\cdots=f^{(m-1)}(0)=0$ 以及 $f^{(m)}(t)=m!$ 有

$$\mathscr{L}[f^{(m)}(t)]=\mathscr{L}[m!]$$

$$=s^mF(s)-s^{m-1}f(0)-s^{m-2}f'(0)-\cdots-f^{(m-1)}(0)$$

$$=s^m\,\mathscr{L}[f(t)]=s^m\,\mathscr{L}[t^m],$$

故有 $\mathscr{L}[t^m]=\dfrac{1}{s^m}\mathscr{L}[m!]=\dfrac{m!}{s^m}\mathscr{L}[1]=\dfrac{m!}{s^{m+1}}.$

# 三、微分性质

## 2. 象函数的导数 P219

**性质** $F'(s)=-\mathscr{L}[t\,f(t)];$

一般地，有 $F^{(n)}(s)=(-1)^n\,\mathscr{L}[t^n f(t)].$

**证明** 由 $F(s)=\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$ 有

$$F'(s)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}\frac{\partial}{\partial s}[f(t)\mathrm{e}^{-st}]\mathrm{d}t$$

$$=-\int_0^{+\infty} t\,f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=-\mathscr{L}[t\,f(t)];$$

同理可得 $F^{(n)}(s)=(-1)^n\,\mathscr{L}[t^n f(t)].$

**例** 求函数 $f(t)=t\sin\omega t$ 的 Laplace 变换。 P220 例 9.8

**解** 已知 $\mathscr{L}[\sin\omega t]=\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$,

根据象函数的导数性质有

$$\mathscr{L}[t\sin\omega t]=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left[\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right]$$

$$=\frac{2\omega s}{(s^2+\omega^2)^2}.$$

**例** 求函数 $f(t)=t^2\cos^2 t$ 的 Laplace 变换。 P220 例 9.9

**解** $t^2\cos^2 t=\dfrac{1}{2}t^2(1+\cos 2t)$,

已知 $\mathscr{L}[1]=\dfrac{1}{s}$, $\mathscr{L}[\cos 2t]=\dfrac{s}{s^2+2^2}$,

根据线性性质以及象函数的导数性质有

$$\mathscr{L}[t^2\cos^2 t]=\frac{1}{2}\cdot\frac{d^2}{ds^2}\left[\frac{1}{s}+\frac{s}{s^2+2^2}\right]$$

$$=\frac{2(s^6+24s^2+32)}{s^3(s^2+4)^3}.$$

**例** 求函数 $f(t)=t\,\mathrm{e}^{-3t}\sin 2t$ 的 Laplace 变换。

**解** 已知 $\mathscr{L}[\sin 2t]=\dfrac{2}{s^2+2^2}$，

根据<u>位移性质</u>有

$$\mathscr{L}[\mathrm{e}^{-3t}\sin 2t]=\frac{2}{(s+3)^2+4},$$

再由<u>象函数的导数</u>性质有

$$\mathscr{L}[t\,\mathrm{e}^{-3t}\sin 2t]=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{2}{(s+3)^2+4}\right)$$

$$=\frac{4(s+3)}{[(s+3)^2+4]^2}.$$

## 四、积分性质 P220

### 1. 积分的象函数 P220

**性质** $\mathscr{L}\left[\int_0^t f(t)\,\mathrm{d}t\right]=\dfrac{1}{s}F(s).$

**证明** 令 $g(t)=\int_0^t f(t)\,\mathrm{d}t$, 则 $g'(t)=f(t)$　　$g(0)=0$,

由微分性质有

$$\mathscr{L}[g'(t)]=sG(s)-g(0)=sG(s),$$

$$\Rightarrow\quad G(s)=\frac{1}{s}\mathscr{L}[g'(t)]=\frac{1}{s}\mathscr{L}[f(t)],$$

即得 $\mathscr{L}\left[\int_0^t f(t)\,\mathrm{d}t\right]=\dfrac{1}{s}F(s).$

# 四、积分性质

## 1. 积分的象函数

**性质** $\mathscr{L}[\int_0^t f(t)\mathrm{d}t] = \frac{1}{s}F(s);$

一般地，有

$$\mathscr{L}[\underbrace{\int_0^t \mathrm{d}t \int_0^t \mathrm{d}t \cdots \int_0^t}_{n\text{次}} f(t)\mathrm{d}t] = \frac{1}{s^n}F(s).$$

**例** 求函数 $f(t)=\int_0^t t\sin 2t\,\mathrm{d}t$ 的 Laplace 变换。

**解** 已知 $\mathscr{L}[\sin 2t]=\dfrac{2}{s^2+2^2}$,

根据微分性质有

$$\mathscr{L}[t\sin 2t]=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{2}{s^2+2^2}\right)=\frac{4s}{(s^2+4)^2},$$

再由积分性质得

$$\mathscr{L}\left[\int_0^t t\sin 2t\,\mathrm{d}t\right]=\frac{1}{s}\cdot\frac{4s}{(s^2+4)^2}=\frac{4}{(s^2+4)^2}.$$

# 四、积分性质

## 2. 象函数的积分 P221

**性质** $\int_s^{\infty} F(s)\,\mathrm{d}s = \mathscr{L}\left[\frac{f(t)}{t}\right].$

一般地，有

$$\underbrace{\int_s^{\infty}\mathrm{d}s\int_s^{\infty}\mathrm{d}s\cdots\int_s^{\infty}}_{n次} F(s)\,\mathrm{d}s = \mathscr{L}\left[\frac{f(t)}{t^n}\right].$$

**证明**（略）

**例** 求函数 $f(t)=\dfrac{\sin t}{t}$ 的 Laplace 变换。 P221 例 9.10

**解** 已知 $\mathscr{L}[\sin t]=\dfrac{1}{s^2+1}$，根据象函数的积分性质有

$$\mathscr{L}\left[\frac{\sin t}{t}\right]=\int_s^{\infty}\frac{1}{1+s^2}\,\mathrm{d}s=\operatorname{arccot}s.$$

即 $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}s=\operatorname{arccot}s.$

- 在上式中，如果令 $s=0$，则有 $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}s=\frac{\pi}{2}.$

**启示** 在 Laplace 变换及其性质中，如果取 $s$ 为某些特定的值就可以用来求一些函数的广义积分。

利用拉氏变换计算广义积分

## 部分基本性质汇总

**线性性质** $\mathscr{L}[a\,f(t)+b\,g(t)]=a\,F(s)+b\,G(s);$

$$\mathscr{L}^{-1}[a\,F(s)+b\,G(s)]=a\,f(t)+b\,g(t).$$

**相似性质** $\mathscr{L}[f(at)]=\dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right).$

**延迟性质** $\mathscr{L}[f(t-\tau)]=\mathrm{e}^{-s\tau}F(s).$

$$\mathscr{L}^{-1}[\mathrm{e}^{-s\tau}F(s)]=f(t-\tau)u(t-\tau).$$

## 部分基本性质汇总

**位移性质** $\mathscr{L}[\underline{e^{at}f(t)}]=F(s-a).$

**微分性质** $\mathscr{L}[f'(t)]=sF(s)-f(0).$

$$\boxed{\mathscr{L}[f^{(n)}(t)]=s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-s^{n-2}f'(0)-\cdots-f^{(n-1)}(0).}$$

$$F'(s)=-\mathscr{L}[t\,f(t)];$$

$$F^{(n)}(s)=(-1)^n\mathscr{L}[\underline{t^nf(t)}].$$

**积分性质** $\mathscr{L}[\int_0^t f(t)\,\mathrm{d}t]=\frac{1}{s}F(s).$

$$\int_s^{\infty}F(s)\,\mathrm{d}s=\mathscr{L}[\underline{\frac{f(t)}{t}}].$$

## 五、周期函数的像函数 P224

**性质** 设 $f(t)$ 是 $[0,+\infty)$ 内以 $T$ 为周期的函数，且逐段光滑，

则 $$\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{1-e^{-sT}}\int_0^T f(t)e^{-st}\mathrm{d}t.$$

**证明** $$\mathscr{L}[f(t)]=\int_0^T f(t)e^{-st}\mathrm{d}t+\int_T^{+\infty} f(t)e^{-st}\mathrm{d}t \xlongequal{\text{记为}} I_1+I_2,$$

其中，$$I_2 \xlongequal{\text{令}\, x=t-T} \int_0^{+\infty} f(x+T)e^{-s(x+T)}\mathrm{d}x$$

$$=e^{-sT}\int_0^{+\infty} f(x)e^{-sx}\mathrm{d}x=e^{-sT}\mathscr{L}[f(t)],$$

即得 $$\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{1-e^{-sT}}\int_0^T f(t)e^{-st}\mathrm{d}t.$$

**例** 求全波整流后的正弦波 $f(t)=|\sin\omega t|$ 的象函数。 P225 例 9.14

**解** 函数 $f(t)$ 的周期为 $T=\dfrac{\pi}{\omega}$，故有

$$\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{1-e^{-sT}}\int_0^T e^{-st}\sin\omega t\,\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{1-e^{-sT}}\cdot\frac{e^{-st}(-s\sin\omega t-\omega\cos\omega t)}{s^2+\omega^2}\Bigg|_0^T$$

$$=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\cdot\frac{1+e^{-sT}}{1-e^{-sT}}=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\,\mathrm{cth}\,\frac{s\pi}{2\omega}.$$

# 六、卷积与卷积定理 P225

## 1. 卷积

- 按照上一章中卷积的定义，两个函数的卷积是指

$$f_1(t)*f_2(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}f_1(\tau)f_2(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau.$$

- 如果函数满足当 $t<0$ 时 $f_1(t)=f_2(t)=0$，则有

$$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau,\quad (t\geq 0).$$

- 显然，由上式给出的卷积的仍然满足交换律、结合律以及分配律等性质。

**例** 求函数 $f_1(t)=t$ 与 $f_2(t)=\sin t$ 的卷积。 P225 例 9.15

**解** $$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t \tau\sin(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$=\int_0^t \tau\,\mathrm{d}\cos(t-\tau)$$

$$=\tau\cos(t-\tau)\Big|_0^t-\int_0^t\cos(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$=t+\sin(t-\tau)\Big|_0^t$$

$$=t-\sin t.$$

# 六、卷积与卷积定理

## 2. 卷积定理

**定理** $\mathscr{L}[f_1(t)*f_2(t)]=F_1(s)\cdot F_2(s).$

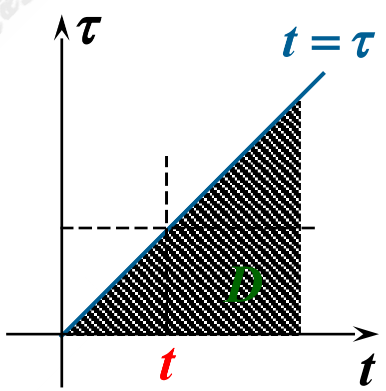
**证明** 左边 $=\mathscr{L}[f_1(t)*f_2(t)]=\int_0^{+\infty}[f_1(t)*f_2(t)]\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$

(跳过?)

$$=\int_0^{+\infty}\left[\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau\right]\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$

$$=\iint_D f_1(\tau)f_2(t-\tau)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}\tau\,\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^{+\infty}f_1(\tau)\left[\int_\tau^{+\infty}f_2(t-\tau)\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}\tau$$



## 六、卷积与卷积定理

### 2. 卷积定理

**定理** $\mathscr{L}[f_1(t)*f_2(t)]=F_1(s)\cdot F_2(s).$

**证明** 左边 $=\int_0^{+\infty} f_1(\tau)[\underline{\underline{\int_\tau^{+\infty} f_2(t-\tau)e^{-st}\,dt}}]d\tau \overset{\text{记为}}{=\!=} \int_0^{+\infty} f_1(\tau)\, I\, d\tau$

其中 $I=\int_\tau^{+\infty} f_2(t-\tau)e^{-st}\,dt$

$$\overset{\text{令 } x=t-\tau}{=\!=\!=} e^{-s\tau}\int_0^{+\infty} f_2(x)e^{-sx}\,dx = e^{-s\tau}F_2(s),$$

左边 $=\int_0^{+\infty} f_1(\tau)e^{-s\tau}d\tau\cdot F_2(s)=F_1(s)\cdot F_2(s)=$ 右边。

例 已知 $F(s)=\dfrac{s^2}{(s^2+1)^2}$，求 $f(t)=\mathscr{L}^{-1}[F(s)]$.

P226 例 9.16

解 由于 $F(s)=\dfrac{s}{s^2+1}\cdot\dfrac{s}{s^2+1}$，$\mathscr{L}[\dfrac{s}{s^2+1}]=\cos t$，故有

$$f(t)=\mathscr{L}^{-1}[F(s)]=\cos t*\cos t$$

$$=\int_0^t \cos\tau\cos(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^t[\cos t+\cos(2\tau-t)]\,\mathrm{d}\tau$$

$$=\frac{1}{2}(t\cos t+\sin t).$$

轻松一下 ……

## 附：利用 Laplace 变换计算广义积分 P222 注

- 在 Laplace 变换及其性质中，如果取 $s$ 为某些特定的值，就可以用来求一些函数的广义积分。

$$F(s)=\int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}\mathrm{d}t;$$

$$F'(s)=-\int_0^{+\infty} t f(t)e^{-st}\mathrm{d}t;$$

$$\int_s^{\infty} F(s)\mathrm{d}s=\int_0^{+\infty}\frac{f(t)}{t}e^{-st}\mathrm{d}t.$$

$$F(0)=\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t;$$

$$F'(0)=-\int_0^{+\infty} t f(t)\mathrm{d}t;$$

$$\int_0^{\infty} F(s)\mathrm{d}s=\int_0^{+\infty}\frac{f(t)}{t}\mathrm{d}t.$$

- 注意在使用这些公式时必须谨慎，必要时需要事先考察一下 $s$ 的取值范围以及广义积分的存在性。

# 附：利用 Laplace 变换计算广义积分

**例** 计算积分 $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-3t} \cos 2t \,\mathrm{d}t$. P222 例 9.11(1)

**解** 由 $\mathscr{L}[\cos 2t] = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st} \cos 2t \,\mathrm{d}t = \dfrac{s}{s^2+4}$，得

$$\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-3t} \cos 2t \,\mathrm{d}t = \left.\frac{s}{s^2+4}\right|_{s=3} = \frac{3}{13}.$$

# 附：利用 Laplace 变换计算广义积分

**例** 计算积分 $\int_0^{+\infty}\frac{1-\cos t}{t}e^{-t}\,dt.$ P222 例 9.11(2)

**解** 已知 $\mathscr{L}[1-\cos t]=\frac{1}{s}-\frac{s}{s^2+1}=\frac{1}{s(s^2+1)}$，由积分性质有

$$\mathscr{L}\left[\frac{1-\cos t}{t}\right]=\int_s^{\infty}\frac{1}{s(s^2+1)}\,ds$$

$$=\frac{1}{2}\ln\frac{s^2}{s^2+1}\Big|_s^{\infty}=\frac{1}{2}\ln\frac{s^2+1}{s^2},$$

即得 $\int_0^{+\infty}\frac{1-\cos t}{t}e^{-t}\,dt=\frac{1}{2}\ln\frac{s^2+1}{s^2}\Big|_{s=1}=\frac{1}{2}\ln 2.$

（返回）