

# §1.4 无穷大与无穷远点

一、无穷大

二、无穷远点

## 一、无穷大

**定义** 一个特殊的复数  $\infty$ ，称为无穷大，满足  $\infty = \frac{1}{0}$ .

**法则** (1)  $z \pm \infty = \infty \pm z = \infty$ , ( $z \neq \infty$ );

(2)  $z \cdot \infty = \infty \cdot z = \infty$ , ( $z \neq 0$ );

(3)  $\frac{z}{\infty} = 0$ ,  $\frac{\infty}{z} = \infty$ , ( $z \neq \infty$ ).

**问题** ● 实部虚部是多少？  $\text{Re } \infty, \text{Im } \infty$  无意义。

● 模与辐角是多少？  $|\infty| = +\infty, \text{Arg } \infty$  无意义。

● 在复平面上对应到哪一点？

## 二、无穷远点

### 1. 无穷远点的概念

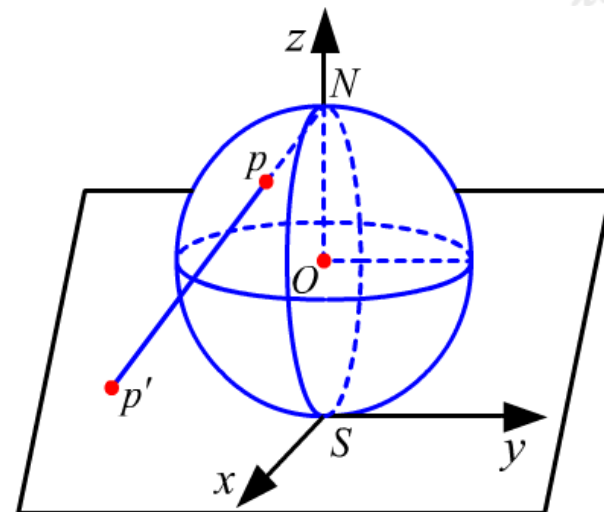
**定义** 在“复平面”上一个与复数 $z$  对应的“理想”点  
(?) 称为无穷远点。

- 事实上，在通常的复平面上并不存在这样的点，因此只能说它是一个“理想”点。
- 那么，这个“理想”点到底在哪里呢？  
下面就来看看黎曼 (Riemann) 给出的解释。

## 二、无穷远点

### 2. 复球面

- 如图,某球面与复平面相切  
其中,  $N$  为北极,  $S$  为南



- 对复平面上的任一点,

用直线将  $p'$  点与  $N$  点相连, 与球面相交于 点

- 球面上除  $N$  点外的所有点和复平面上的所有点一一对应。这样的球面称作复球面。

- 球面上的  $N$  点本身则对应到了“复平面”上的无穷远点。

**注** 显然, 复数  $\infty$  不能写成  $+\infty$  或者  $-\infty$ 。

## 二、无穷远点

### 3. 扩充复平面

- 定义** (1) 包括无穷远点在内的复平面称为扩充复平面;
- (2) 不包括无穷远点在内的复平面称为有限复平面, 或者简称为复平面。

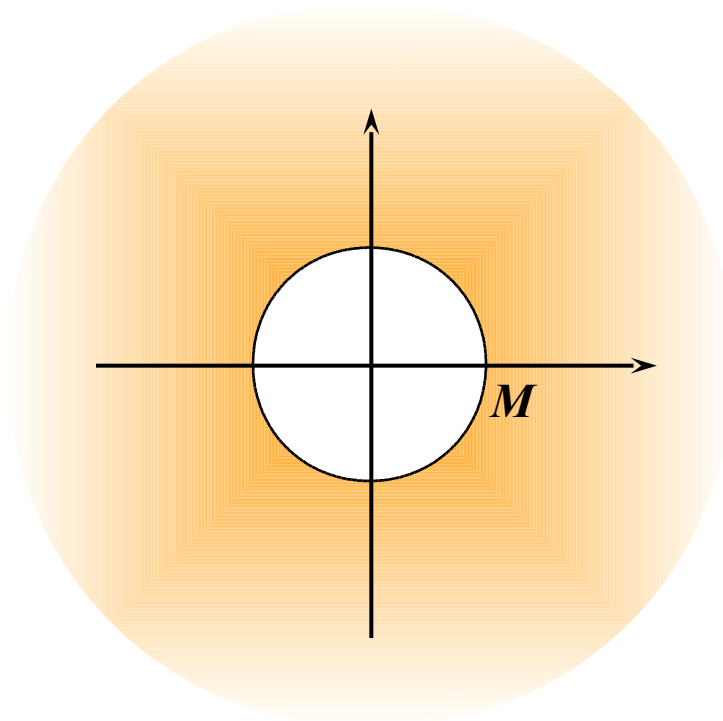
## 二、无穷远点

### 4. 无穷远点的邻域

**定义** 设实数  $M > 0$ ,

(1) 包括无穷远点在内且满足  $|z| > M$  的所有点的集合, 称为无穷远点的邻域。

(2) 不包括无穷远点在内且满足  $|z| > M$  的所有点的集合, 称为无穷远点的去心邻域, 也可记为  $M < |z| < +\infty$ .





轻松一下吧.....