

班级	
姓名	

练习九

1. 找出下列各函数的所有零点，并指明其阶数。

(1) $\frac{z^2 + 9}{z^4}$

(2) $z^2(e^{z^2} - 1)$

(3) $f(z) = 6 \sin z^3 + z^3(z^6 - 6)$ ，问 $z = 0$ 是 $f(z)$ 的几阶零点。

2. 下列各函数有哪些奇点？各属何类型(若是极点，指明它的阶数)。

(1) $\frac{\tan(z-1)}{z-1}$

(2) $\frac{1}{e^z - 1} - \frac{1}{z}$

(3) $e^{\frac{1}{z-1}}$

(4) $\frac{1}{\sin z + \cos z}$

$$(5) \frac{\sin z}{z^3}$$

$$(6) \frac{1}{z^2(e^z - 1)}$$

3. 若 $f(z)$ 与 $g(z)$ 是以 z_0 为零点的两个不恒为零的解析函数, 则

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z)}{g(z)} = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f'(z)}{g'(z)} \quad (\text{或两端均为 } \infty)$$

4. 问 \square 是否为下列各函数的孤立奇点?

$$(1) \frac{\sin z}{1 + z^2 + z^3}$$

$$(2) \frac{1}{e^z - 1}$$

*5. 思考题

(1) 函数的奇点是否一定为孤立奇点?

(2) 若解析函数的零点不是孤立的。那么它是否一定为常数?