

班级	
姓名	

## 练 习 六

1. 计算下列积分

$$(1) \oint_{|z|=2} \frac{2z^2 - z + 1}{z - 1} dz$$

$$(2) \oint_{|z|=1} \frac{e^z}{z^{100}} dz$$

$$(3) \oint_{|z|=2} \frac{\sin z}{(z - \frac{\pi}{2})^2} dz$$

$$(4) \oint_{C=C_1+C_2} \frac{\cos z}{z^3} dz, \text{ 其中 } C_1: |z|=2; \quad C_2: |z|=3 \text{ 为负向.}$$

2. 若  $f(z)$  是区域  $G$  内的非常数解析函数, 且  $f(z)$  在  $G$  内无零点, 则  $f(z)$  不能在  $G$  内取到它的最小模.

3. 设  $f(z)$  在  $|z| \leq 1$  上解析, 且在  $|z| = 1$  上有  $|f(z) - z| < |z|$ , 试证  $\left|f'\left(\frac{1}{2}\right)\right| < 8$ .

4. 设  $f(z)$  与  $g(z)$  在区域  $D$  内处处解析,  $C$  为  $D$  内的任何一条简单闭曲线, 它的内部全含于  $D$ , 如果  $f(z) = g(z)$  在  $C$  上所有点处成立, 试证在  $C$  内所有的点处  $f(z) = g(z)$  也成立.

\*5. 思考题

- (1) 复合闭路定理在积分计算中有什么用处? 要注意什么问题?
- (2) 柯西积分公式成立的条件是什么? 柯西积分公式说明了什么问题?
- (3) 解析函数的高阶导数公式说明解析函数的导数与实函数的导数有何不同?