

班级	
姓名	

练 习 五

1. 计算积分 $\int_0^{1+i} [(x-y) + ix^2] dz$, 积分路径: 自原点沿实轴至 1, 再由 1 铅直向上至 $1+i$.

2. 计算积分 $\oint_C \frac{\bar{z}}{|z|} dz$ 的值, 其中 C 为 (1) $|z|=2$; (2) $|z|=4$.

3. 求积分 $\int_C \frac{e^z}{z} dz$ 的值, 其中 C 为由正向圆周 $|z|=2$ 与负向圆周 $|z|=1$ 所组成.

4. 计算 $\oint_C \frac{1}{z^2 - z} dz$, 其中 C 为圆周 $|z|=2$.

5. 计算下列积分值:

(1) $\int_0^{\pi i} \sin z dz$

(2) $\int_1^{1+i} z e^z dz$

6. 当积分路径是自 $-i$ 沿虚轴到 i , 利用积分性质证明: $\left| \int_{-i}^i (x^2 + iy^2) dz \right| \leq 2$

*7. 思考题

- (1) 在积分的定义中为什么要强调积分 $f(z)$ “沿曲线 C 由 α 到 β 的积分”? 它与“沿曲线 C 由 β 到 α 的积分”有什么区别?
- (2) 复函数 $f(z)$ 的积分与实一元函数定积分是否一致?
- (3) 应用柯西——古萨定理应注意些什么?