第一章重点内容回顾

- 电流与电压的参考方向
- 关联参考方向
- 关联参考方向与功率的关系
- 欧姆定律
- 基尔霍夫电流定律
- 基尔霍夫电压定律

第二章　电路中的等效

2.1　二端网络的端口等效

2.2　电路的 Y — Δ等效变换

2.3　电源的等效变换

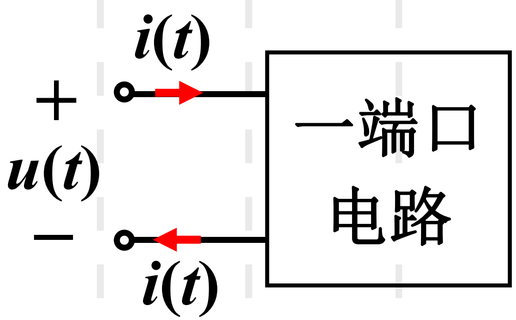
2.4　受控电源与二端网络输入电阻

2.1 二端网络的端口等效

一、二端网络等效的概念

1. 二端网络：任何一个复杂的电路，向外引出两个端钮。与外部电路关联的变量只有端口电压和端口电流。

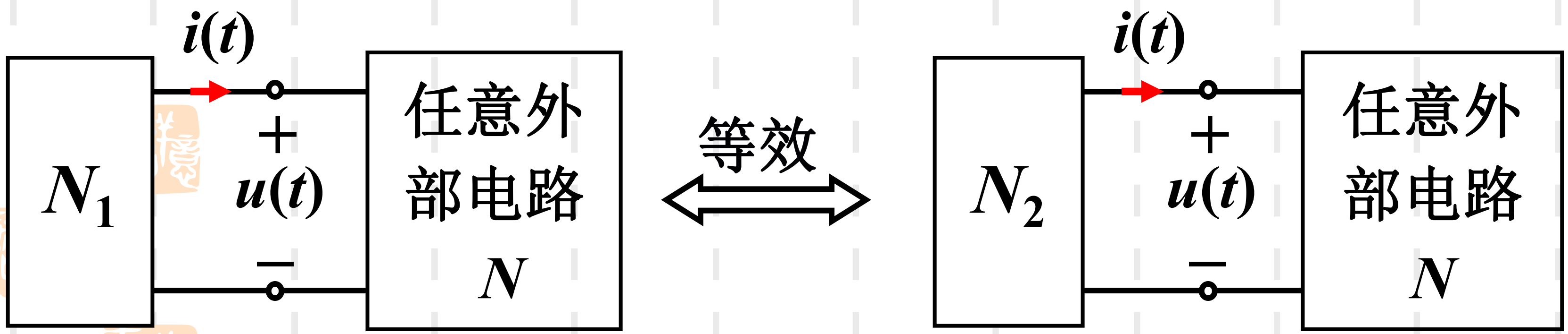
二端网络也称为一端口电路



多端网络了解即可

2. 二端网络等效的定义

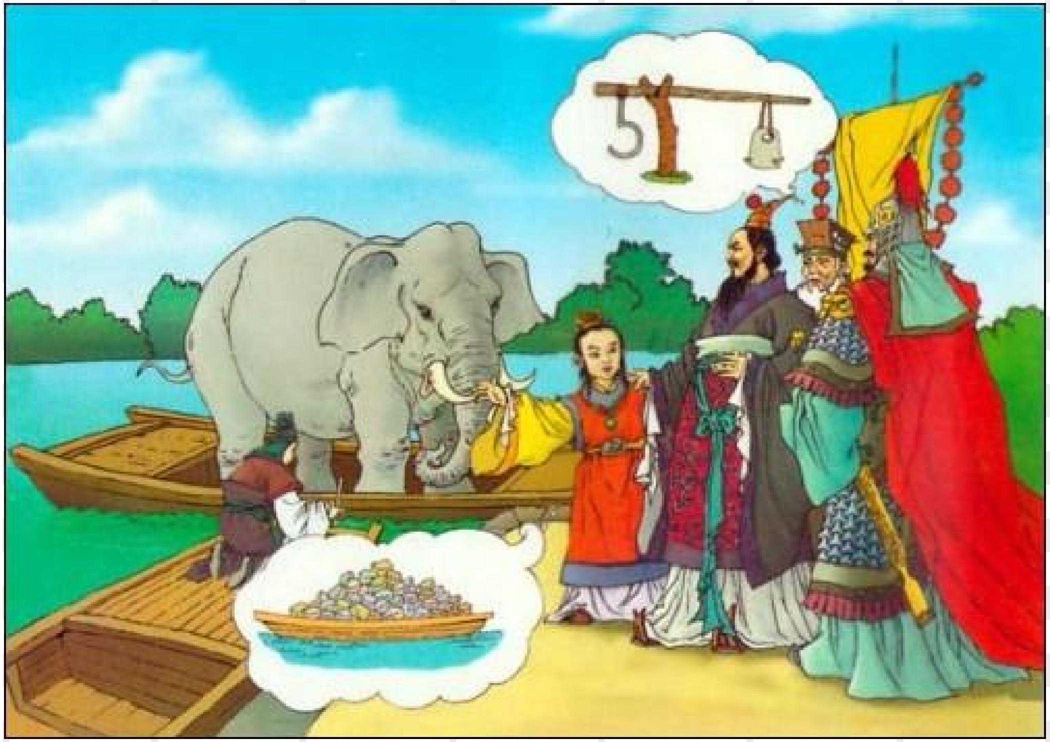
如果两个二端网络内部结构不同，而端口电压电流特性却完全相同，从外部电路来看，两个二端网络的作用相同（外部电路感受不到差别），对外电路而言可以相互替代，不影响外部电路的工作。



电路等效的条件：两个电路具有<u>相同</u>的端口电压电流关系（VCR）

法则1：被等效的电路内部并不等效，等效是对外部电路而言。

曹冲称象

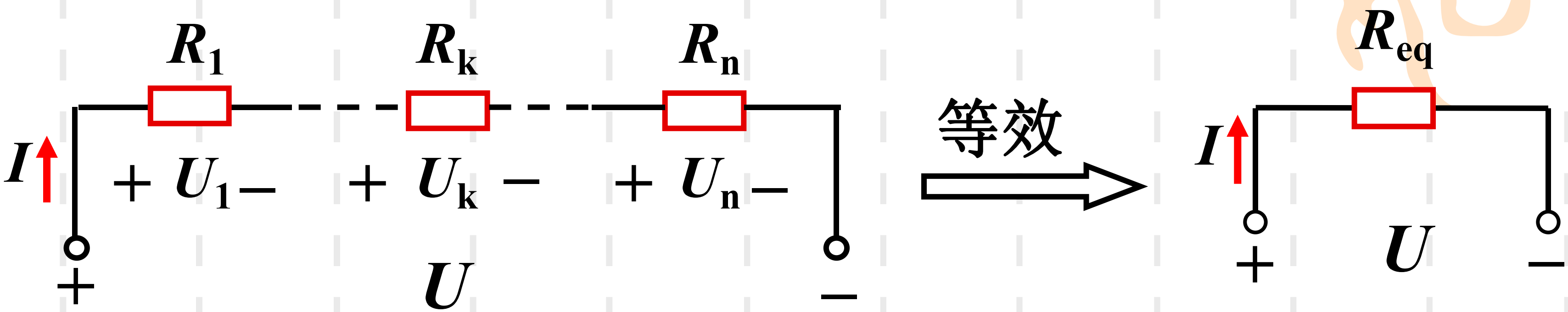


从质量相等做判据来说，大象和石头相对于船是等效的。大象和石头是不等效。

- 从体积相同做判据，甲集装箱和乙集装箱相对于车来说是等效的。两个集装箱本身不等效。

二、电阻元件的串联与等效

- 1. 等效电阻R_{eq}



据 KVL，得: $U = U_1 + U_2 + \ldots + U_k + \ldots + U_n$

由欧姆定律: $U_k = R_k I \qquad (\, k=1, 2, \ldots, n\,)$

$\therefore\ U = (R_1 + R_2 + \ldots + R_k + \ldots + R_n)\, I = R_{eq} I$

$$R_{eq} = (R_1 + R_2 + \ldots + R_n) = \sum R_k$$

二、电阻元件的串联与等效

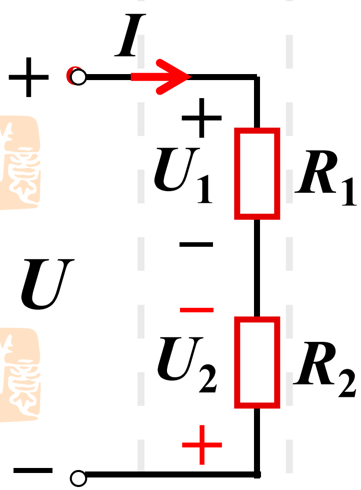
- 2. 串联电阻上电压的分配

由：$$\frac{U_k}{U}=\frac{R_k I}{R_{eq} I}=\frac{R_k}{R_{eq}}$$

故有：$$U_k=\frac{R_k}{R_{eq}}U$$

正比分压性质

例：两个电阻分压，如下图

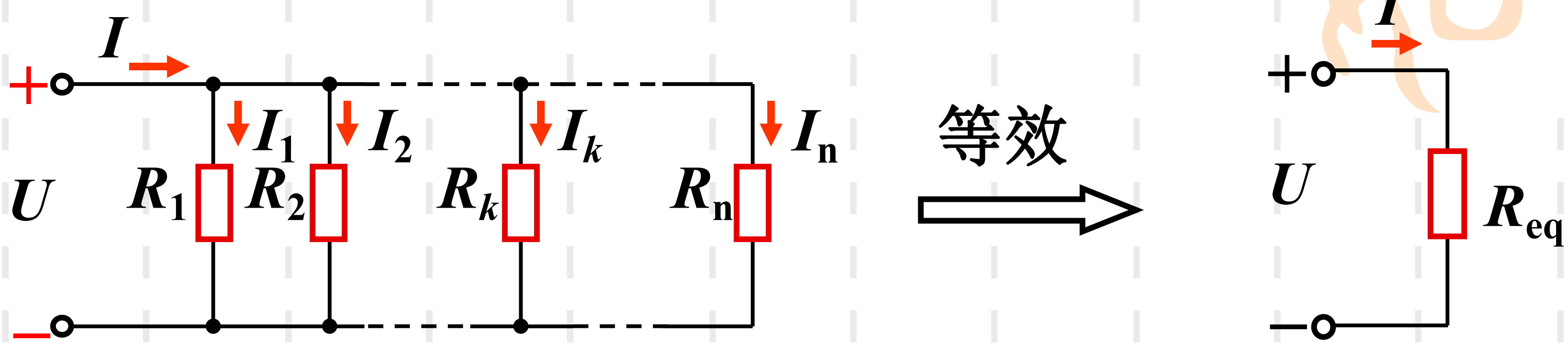


$$U_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}U$$

$$U_2=-\frac{R_2}{R_1+R_2}U$$ （注意方向！）

三、电阻元件的并联与等效

- 1. 等效电阻R_{eq}



据KCL: $I = I_1 + I_2 + \ldots + I_k + I_n = U / R_{eq}$

故有: $$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

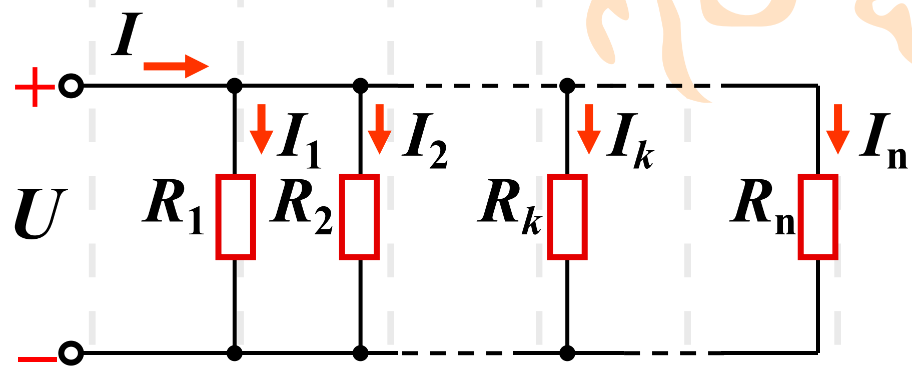
令 $G_{eq} = 1 / R_{eq}$, 称为**电导**，则有:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \cdots + G_k + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^{n} G_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

三、电阻元件的并联与等效

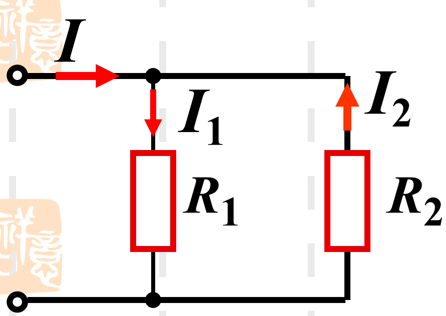
- 2. 并联电阻的电流分配

由：$\dfrac{I_k}{I}=\dfrac{U/R_k}{U/R_{eq}}=\dfrac{G_k}{G_{eq}}$



得：$I_k=\dfrac{G_k}{G_{eq}}I$

对于两电阻并联，

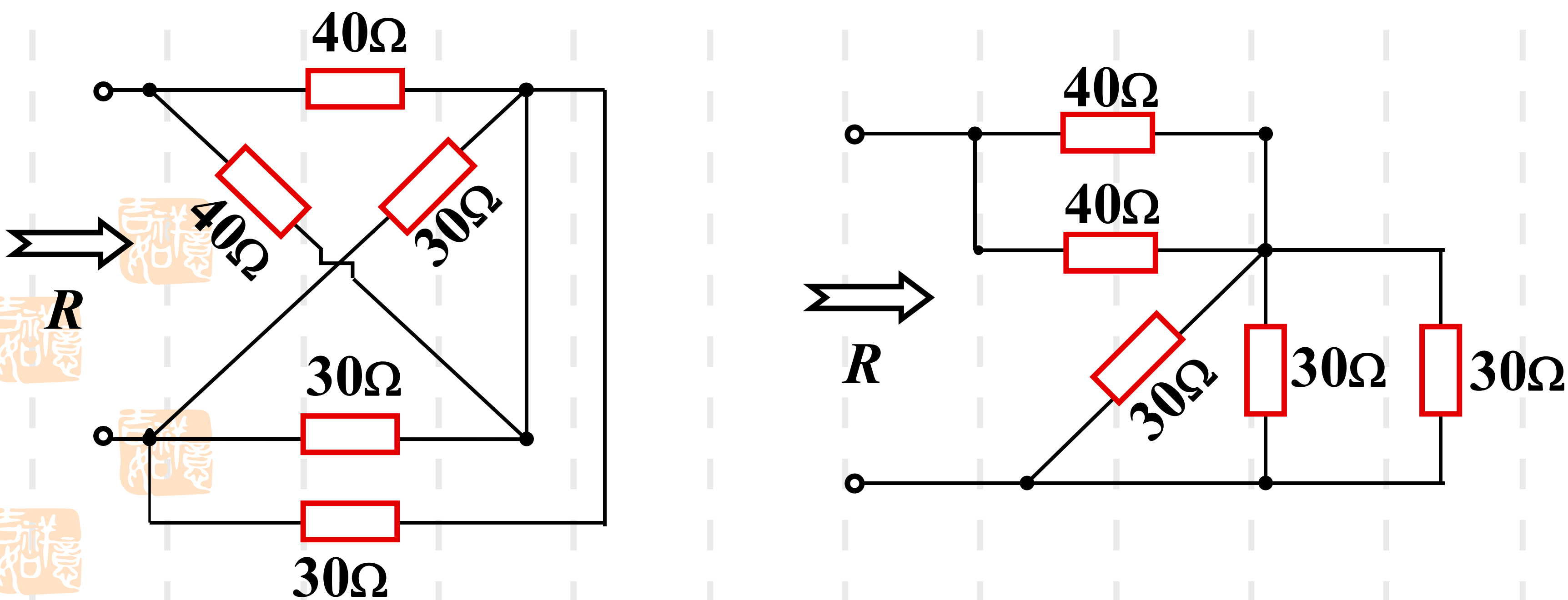


$$I_1=\frac{1/R_1}{1/R_1+1/R_2}I=\frac{R_2}{R_1+R_2}I$$

$$I_2=\frac{-1/R_2}{1/R_1+1/R_2}I=-\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

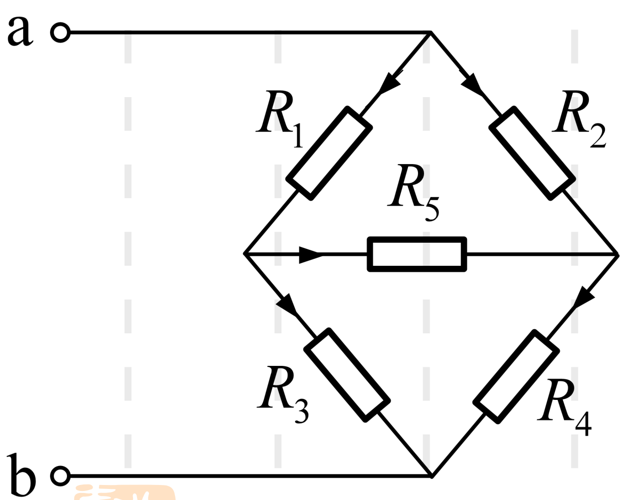
四、电阻的混联

- 要求：弄清楚串、并联的概念。
- 计算举例：
- 例. 求下图所示电路的入端电阻R。

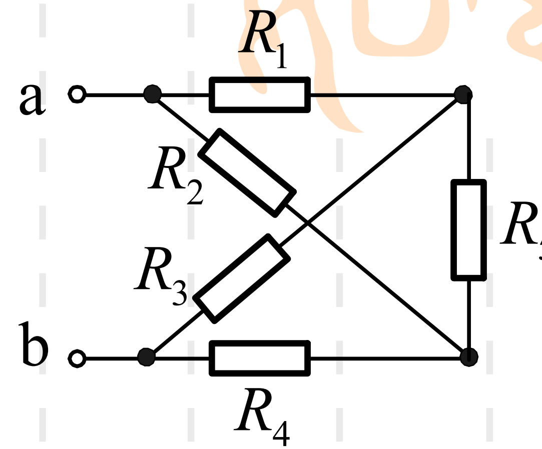


$$R = (40 // 40+30 // 30 // 30) = 30\Omega$$

五、电桥平衡



$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3}{R_4}$$



?Balanced bridge

KVL：$R_1 i_1 + R_5 i_5 = R_2 i_2$

$R_3 i_3 = R_5 i_5 + R_4 i_4$

KCL：$i_1 = i_3 + i_5$

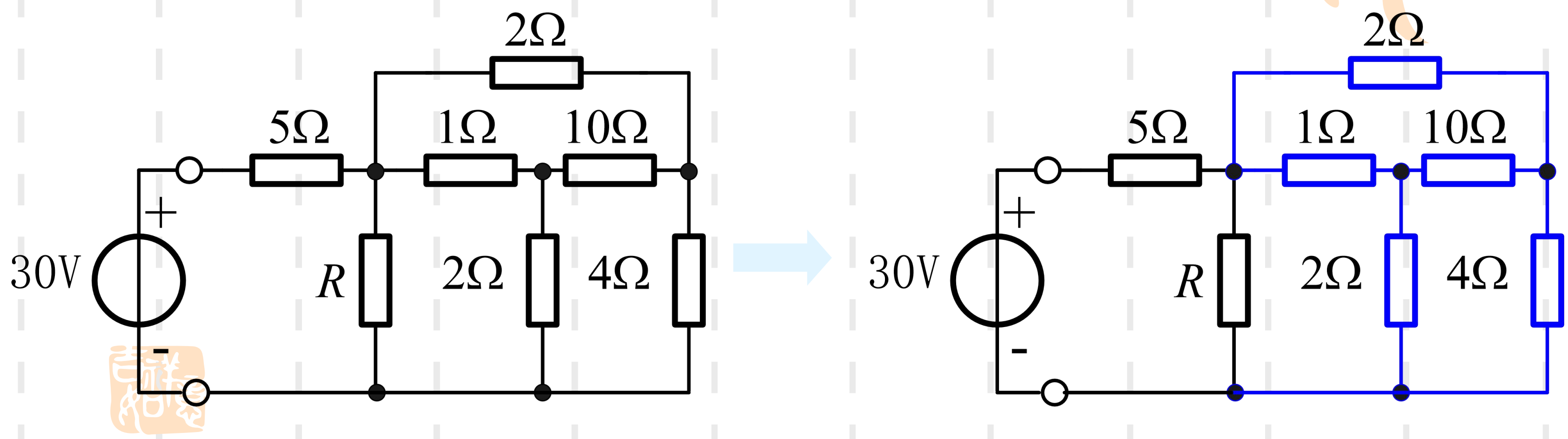
$i_5 + i_2 = i_4$

$$[R_1(R_3+R_5)+R_3(R_2+R_5)]i_5 = (R_2R_3 - R_1R_4)i_4$$

$$R_2R_3 = R_1R_4 \Rightarrow i_5 = 0$$

五、电桥平衡

例. 电压源提供功率150W，计算R。

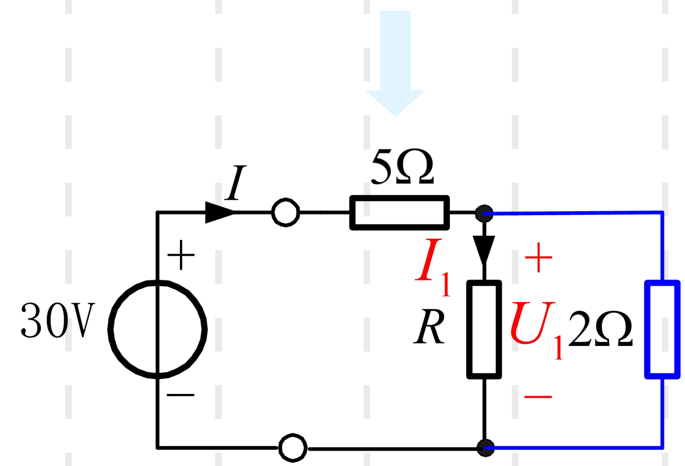


$I = 5\text{A}$

$U_1 = 5\text{V}$

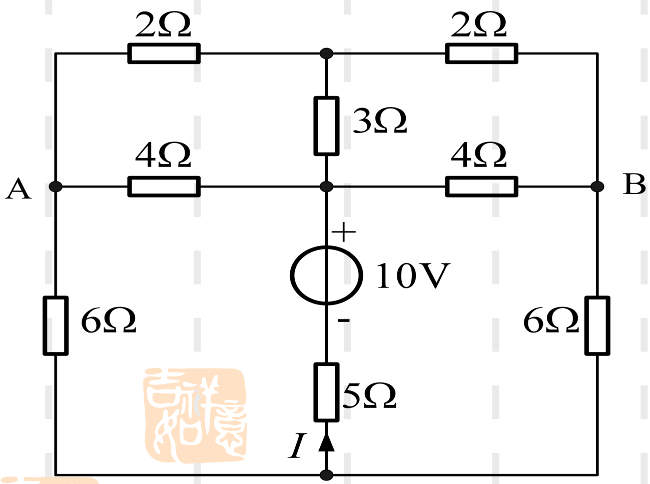
$I_1 = 2.5\text{A}$

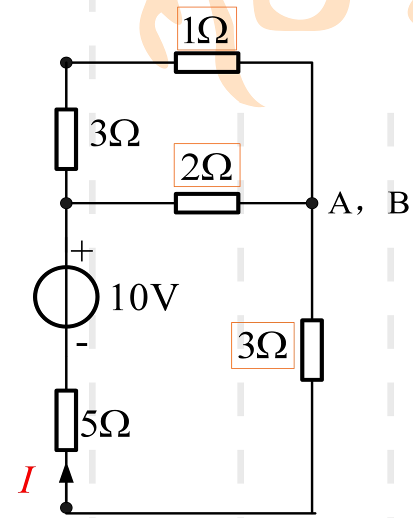
$R = 2\Omega$

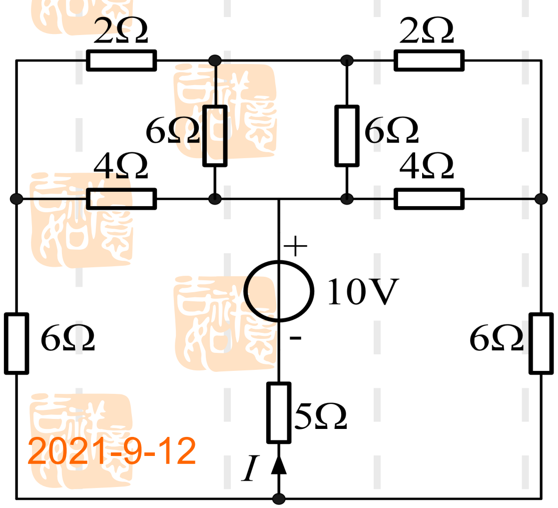


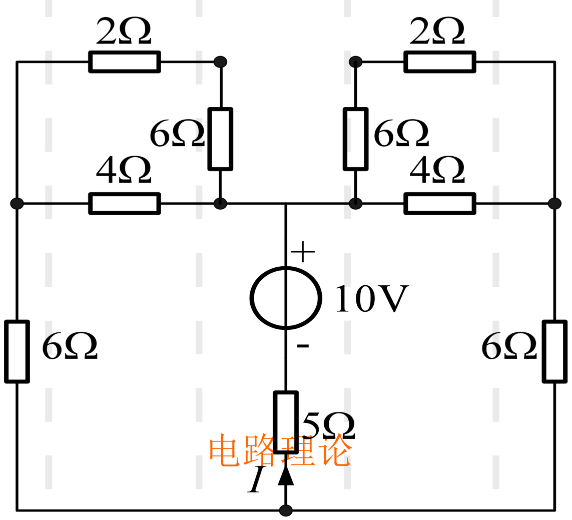
五、电桥平衡

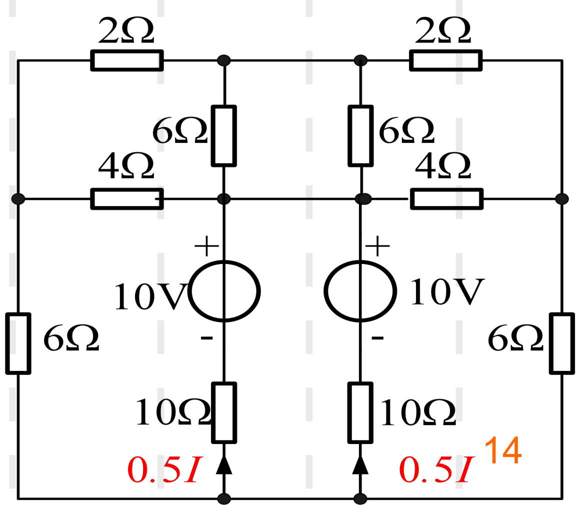
例. 计算电流I









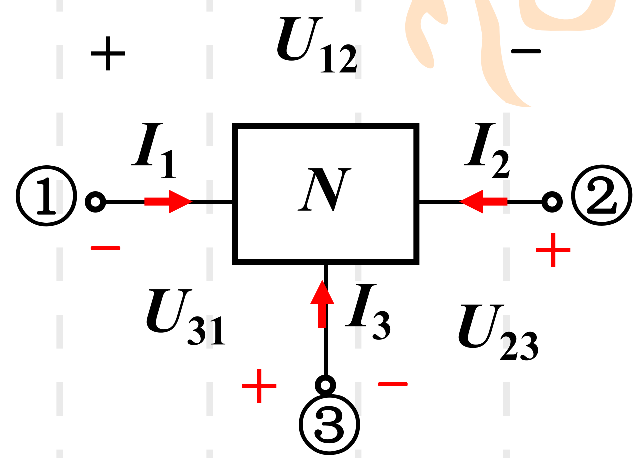


2.2 电路的Y-Δ等效变换

一、三端电路的等效概念

据KCL有： $I_1+I_2+I_3=0$

据KVL有： $U_{12}+U_{23}+U_{31}=0$



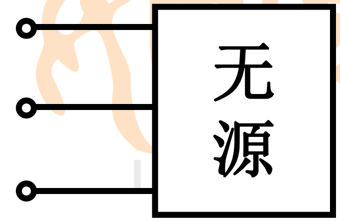
两个独立端口电流和两个独立端口电压之间的关系，即为三端网络的端口伏安特性方程。

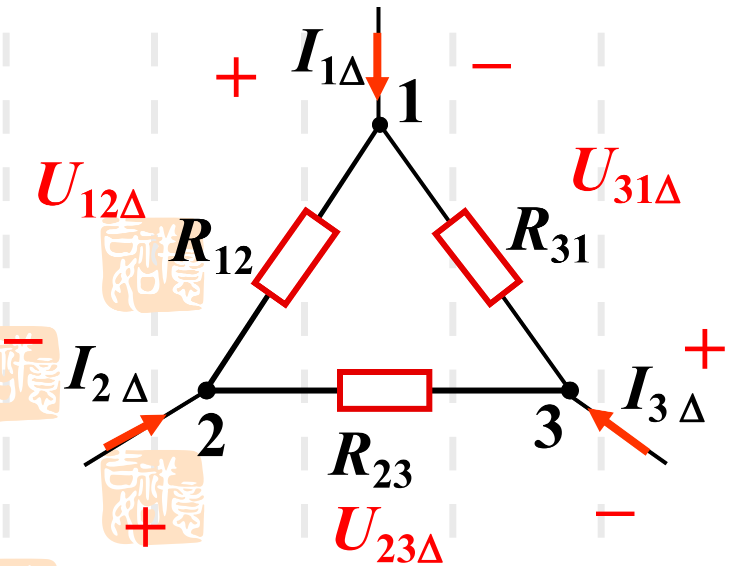
结构和参数完全不相同的两个三端网络N_1与N_2，当它们的端口具有完全相同的外部特性，则称N_1与N_2是等效的电路。

二、Y — Δ电路的等效变换

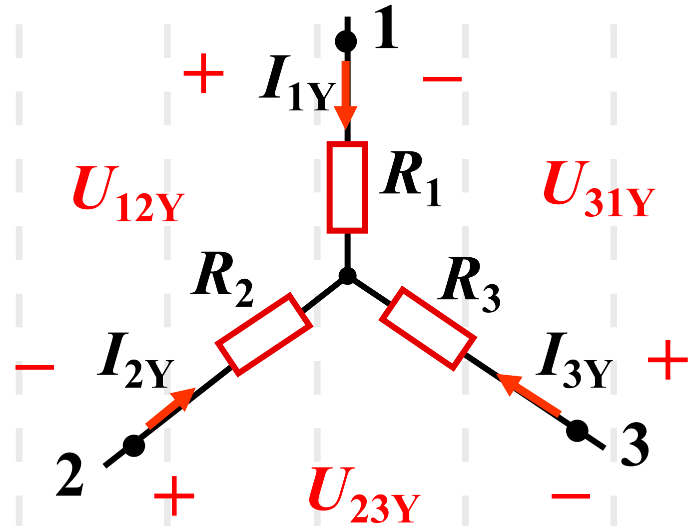
1. 三端无源网络:

引出三个端钮的网络，且内部没有独立源。





Δ 型网络



Y 型网络

二、Y — Δ电路的等效变换

2. Y—△电路的等效变换

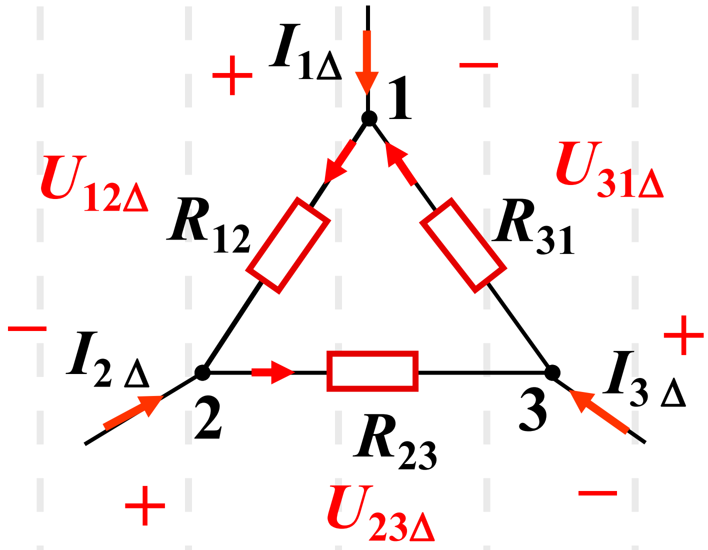
- 等效要求：三个相应的端口具有相同的伏安特性。
- 等效条件：

$$I_{1\Delta}=I_{1Y} \qquad I_{2\Delta}=I_{2Y} \qquad I_{3\Delta}=I_{3Y}$$

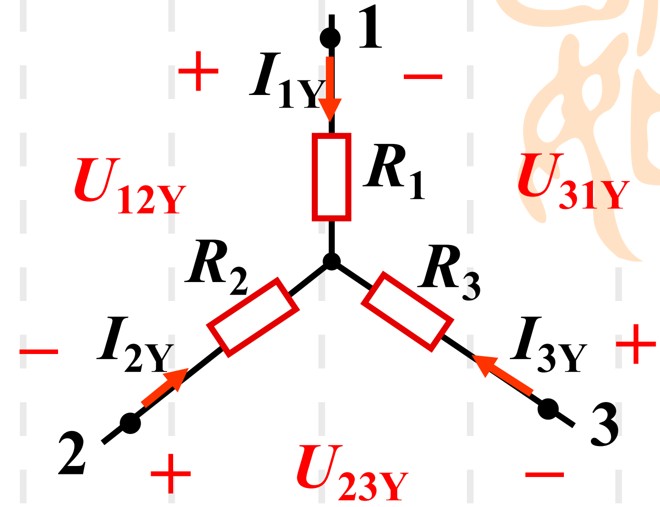
$$U_{12\Delta}=U_{12Y} \qquad U_{23\Delta}=U_{23Y} \qquad U_{31\Delta}=U_{31Y}$$

三端网络等效的各端钮的电流和对应两端钮间电压的伏安关系相同。（三对）

二、Y — Δ电路的等效变换



Δ 型网络



Y型网络

Δ接: 用电压表示电流

$$\left.\begin{aligned} I_{1\Delta} &= U_{12\Delta}/R_{12} - U_{31\Delta}/R_{31} \\ I_{2\Delta} &= U_{23\Delta}/R_{23} - U_{12\Delta}/R_{12} \\ I_{3\Delta} &= U_{31\Delta}/R_{31} - U_{23\Delta}/R_{23} \\ U_{12\Delta} &+ U_{23\Delta} + U_{31\Delta} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Y接: 用电流表示电压

$$\left.\begin{aligned} U_{12Y} &= R_1 I_{1Y} - R_2 I_{2Y} \\ U_{23Y} &= R_2 I_{2Y} - R_3 I_{3Y} \\ U_{31Y} &= R_3 I_{3Y} - R_1 I_{1Y} \\ I_{1Y} &+ I_{2Y} + I_{3Y} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

二、Y — Δ电路的等效变换

由式(2)解得：

$$\left.\begin{aligned}
I_{1Y} &= \frac{U_{12Y}R_3 - U_{31Y}R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \\
I_{2Y} &= \frac{U_{23Y}R_1 - U_{12Y}R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \\
I_{3Y} &= \frac{U_{31Y}R_2 - U_{23Y}R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}
\end{aligned}\right\} (3)$$

$$\left.\begin{aligned}
I_{1\Delta} &= U_{12\Delta}/R_{12} - U_{31\Delta}/R_{31} \\
I_{2\Delta} &= U_{23\Delta}/R_{23} - U_{12\Delta}/R_{12} \\
I_{3\Delta} &= U_{31\Delta}/R_{31} - U_{23\Delta}/R_{23}
\end{aligned}\right\} (1)$$

根据等效条件，比较式(3)与式(1)，得由Y接→Δ接的变换结果：

$$\left.\begin{aligned}
R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3} \\
R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1} \\
R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3R_1}{R_2}
\end{aligned}\right\} (4)$$

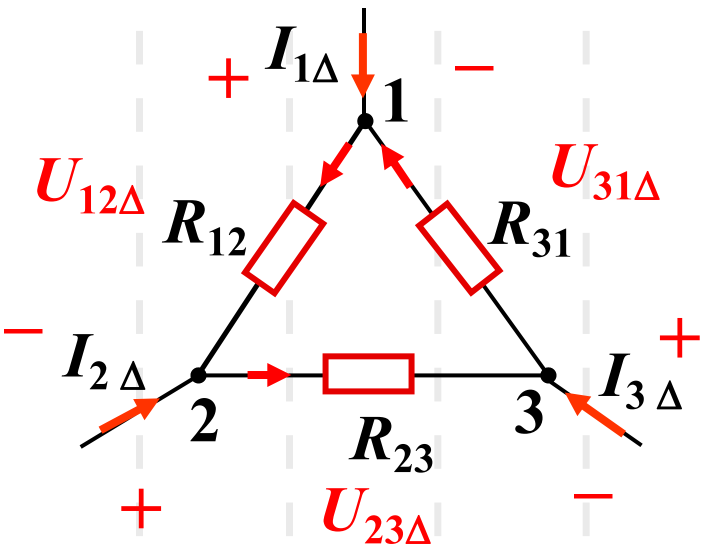
二、Y — Δ电路的等效变换

类似可得到由 Δ接 → Y接 的变换结果：

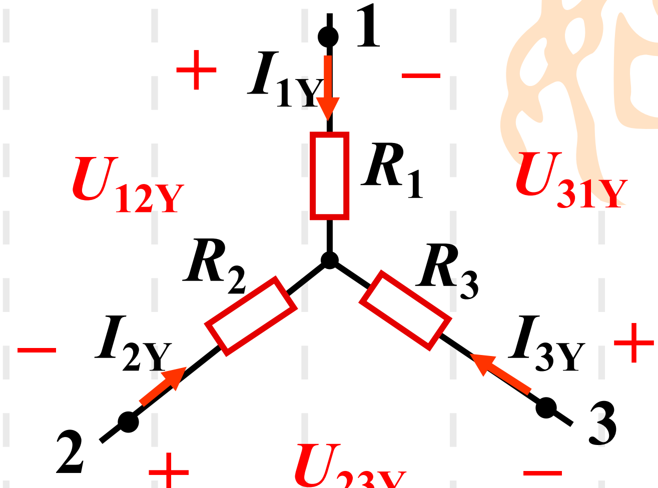
$$
\left.\begin{aligned}
R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\
R_2 &= \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\
R_3 &= \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}
\end{aligned}\right\} \quad (7)
$$

上述结果可从原始方程出发导出，也可由 Y接→Δ接的变换结果直接得到。

简单方法：



Δ型网络



Y型网络

$$R_1+R_2 = R_{12} //(R_{23}+R_{31}) = (R_{12}R_{23}+R_{12}R_{31})/(R_{12}+R_{23}+R_{31})$$

$$R_2+R_3 = R_{23} //(R_{12}+R_{31}) = (R_{12}R_{23}+R_{23}R_{31})/(R_{12}+R_{23}+R_{31})$$

$$R_3+R_1 = R_{31} //(R_{12}+R_{23}) = (R_{12}R_{31}+R_{23}R_{31})/(R_{12}+R_{23}+R_{31})$$

三式求和除2：

$$R_1+R_2+R_3 = (R_{12}R_{23}+R_{12}R_{31}+R_{23}R_{31})/(R_{12}+R_{23}+R_{31})$$

$\Delta \rightarrow$ Y:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}\right\}$$

Y $\rightarrow \Delta$:

$$R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1=\frac{R_{12}R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$\left.\begin{aligned} R_{12} &= R_1+R_2+\frac{R_1R_2}{R_3} \\ R_{23} &= R_2+R_3+\frac{R_2R_3}{R_1} \\ R_{31} &= R_3+R_1+\frac{R_3R_1}{R_2} \end{aligned}\right\}$$

$$R_{12}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}$$

$$R_{23}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1}$$

$$R_{31}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2}$$

Y — Δ电路的等效变换

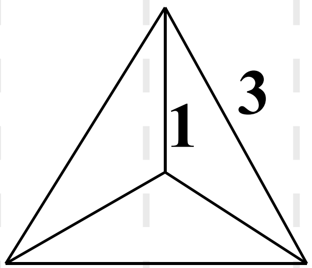
简记方法：

$$R_Y = \frac{\Delta\text{相邻电阻乘积}}{\sum R_\Delta}$$

特例：若三个电阻相等(对称)，则有

$$R_\Delta = 3R_Y$$

(外大内小)



注意：

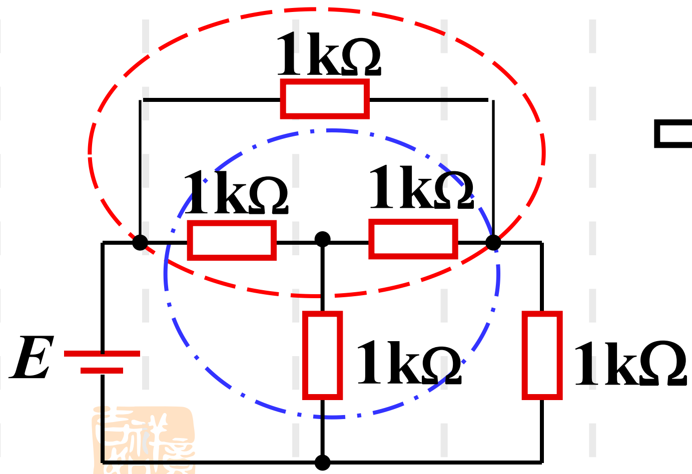
(1) 等效对外部(端钮以外)有效，对内不成立。

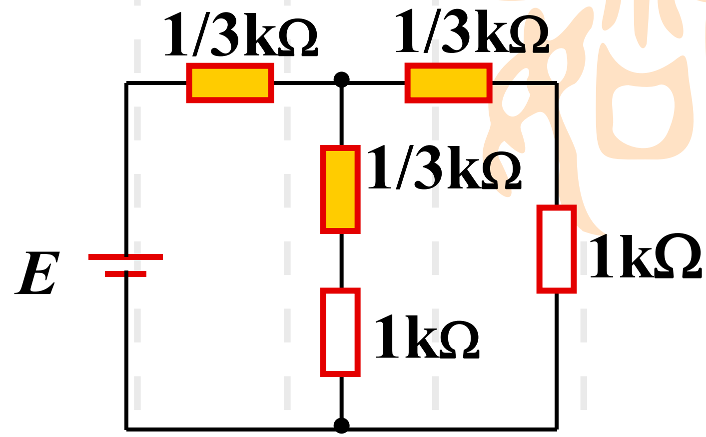
(2) 等效电路与外部电路无关。

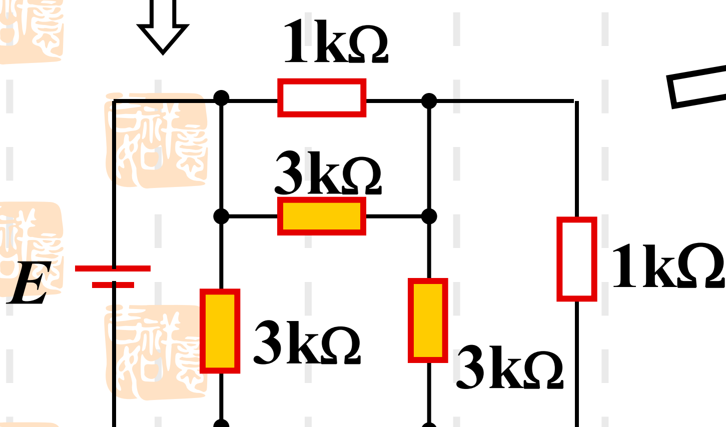
二、Y — Δ电路的等效变换

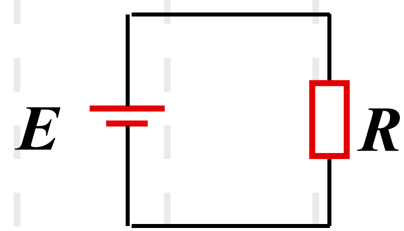
- 应用：简化电路

例1. 桥 T 电路







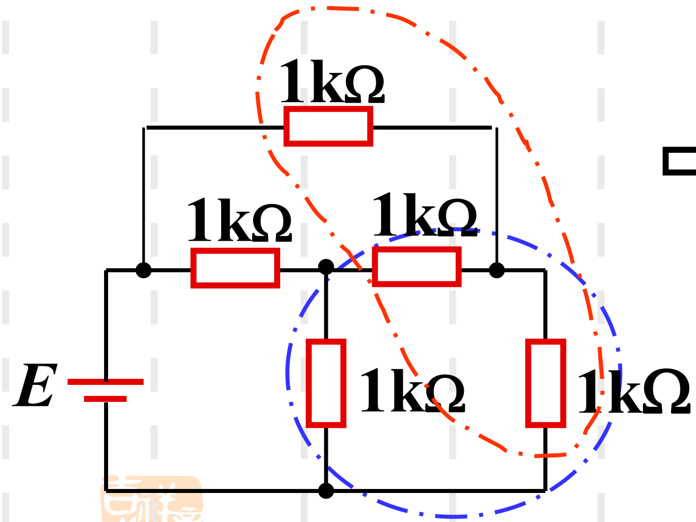


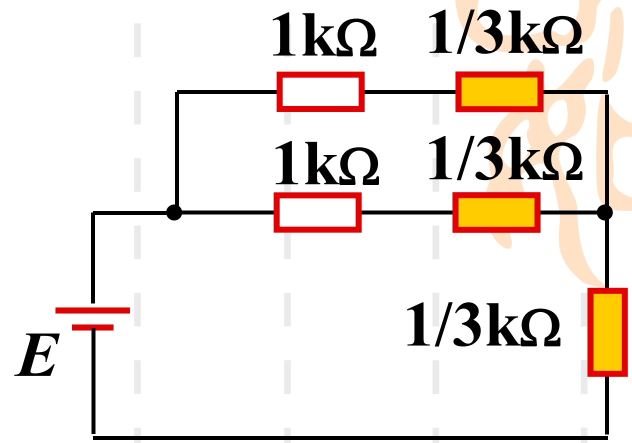
$$R=\frac{1}{3}+\left[\left(\frac{1}{3}+1\right)//\left(\frac{1}{3}+1\right)\right]=1\,\text{k}\Omega$$

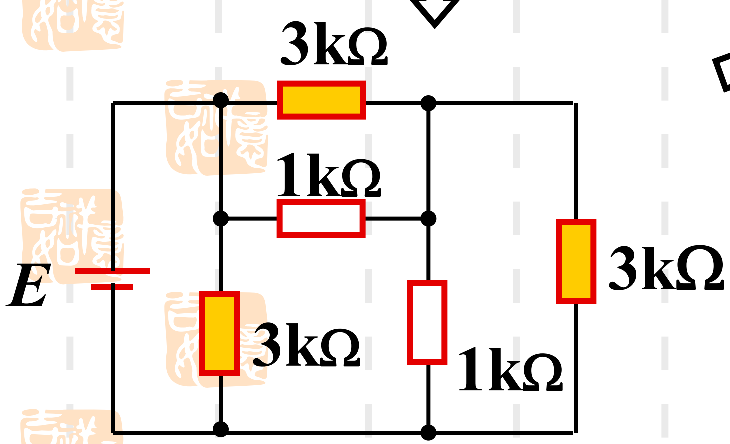
$$R=3\,//\,[(1\,//\,3)+(1\,//\,3)]=1\,\text{k}\Omega$$

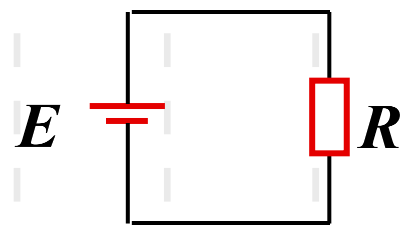
二、Y—Δ电路的等效变换

例1. 桥 T 电路







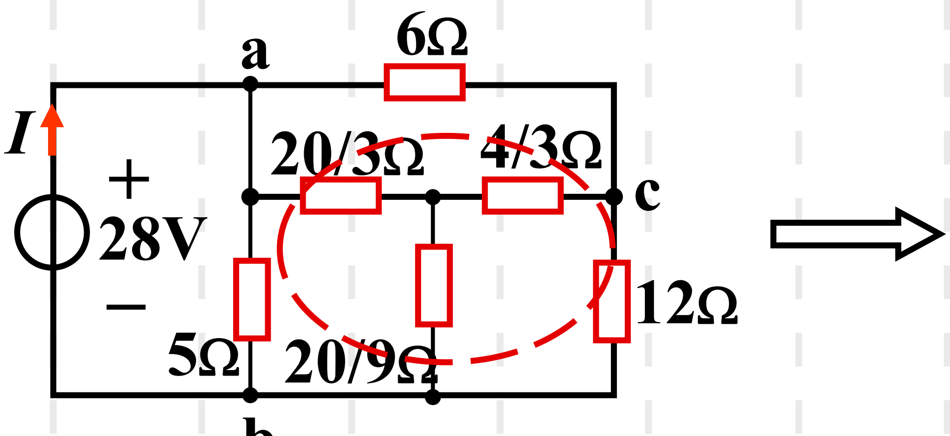


$$R=\frac{1}{3}+\left[(\frac{1}{3}+1)//(\frac{1}{3}+1)\right]=1\,\text{k}\Omega$$

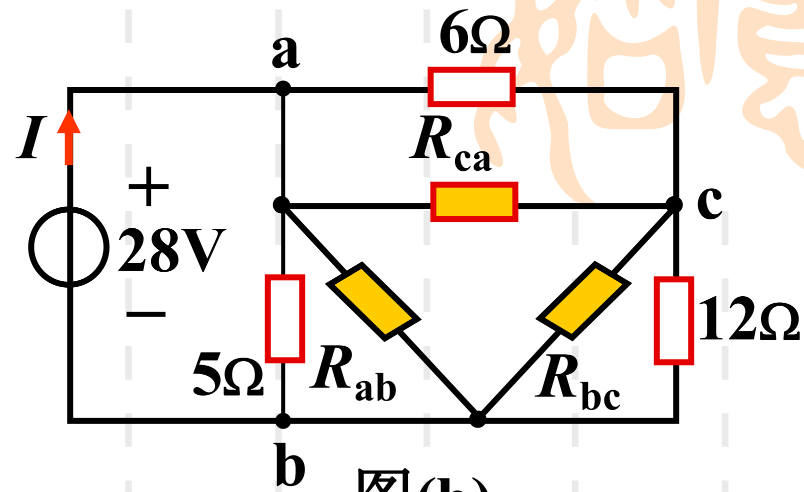
$$R=3//\left[(1//3)+(1//3)\right]=1\,\text{k}\Omega$$

二、Y—Δ电路的等效变换

例2.4.1 求图所示电路中电压源提供的功率。



图(a)



图(b)

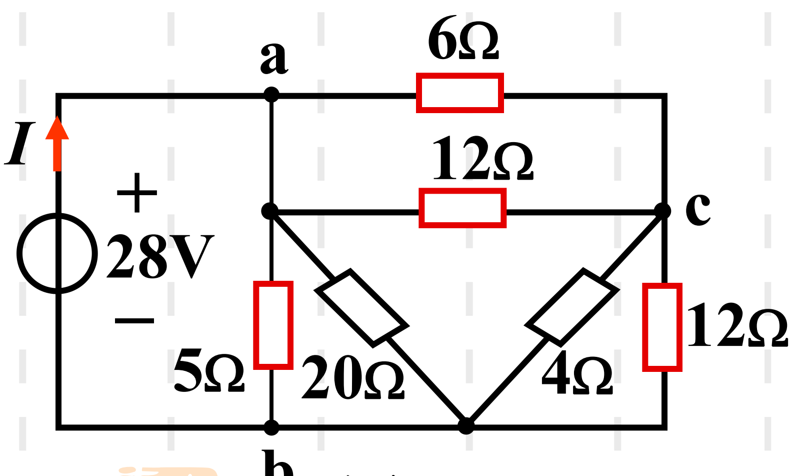
$$R_{ab}=\frac{\frac{20}{3}\times\frac{4}{3}+\frac{20}{9}\times\frac{4}{3}+\frac{20}{3}\times\frac{20}{9}}{\frac{4}{3}}=\frac{\frac{240}{9}}{\frac{4}{3}}=20\ \Omega$$

$$R_{ca}=\frac{4}{3}+\frac{20}{3}+\frac{\frac{4}{3}\times\frac{20}{3}}{\frac{20}{9}}=8+4=12\ \Omega$$

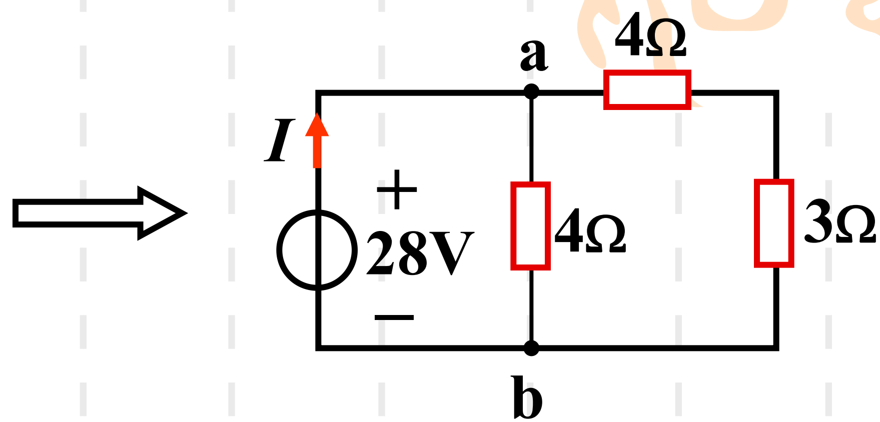
$$R_{bc}=\frac{20}{9}+\frac{4}{3}+\frac{\frac{20}{9}\times\frac{4}{3}}{\frac{20}{3}}=\frac{32}{9}+\frac{4}{9}=4\ \Omega$$

二、Y—Δ电路的等效变换

例2.4.1 求图所示电路中电压源提供的功率。



图(b)



图(c)

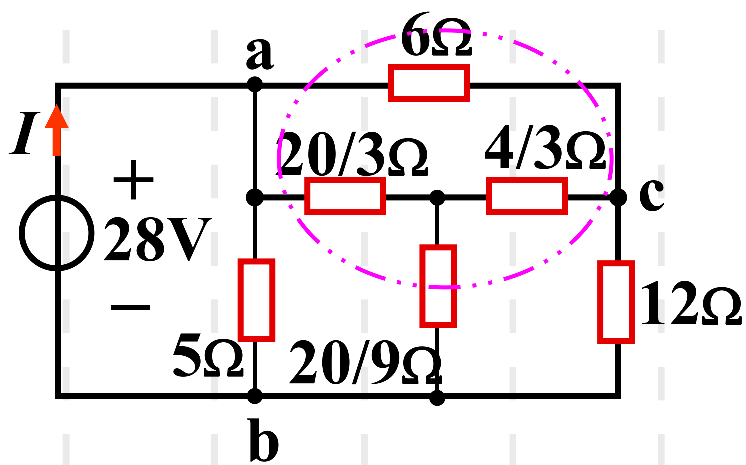
$$I=\frac{28\text{V}}{4\Omega}+\frac{28\text{V}}{7\Omega}=11\text{ A}$$

∴电压源提供的功率为

$$P=28\text{V}\times 11\text{ A}=308\text{W}$$

二、Y — Δ电路的等效变换

例2.4.1 求图所示电路中电压源提供的功率。（课堂练习）



图(a)

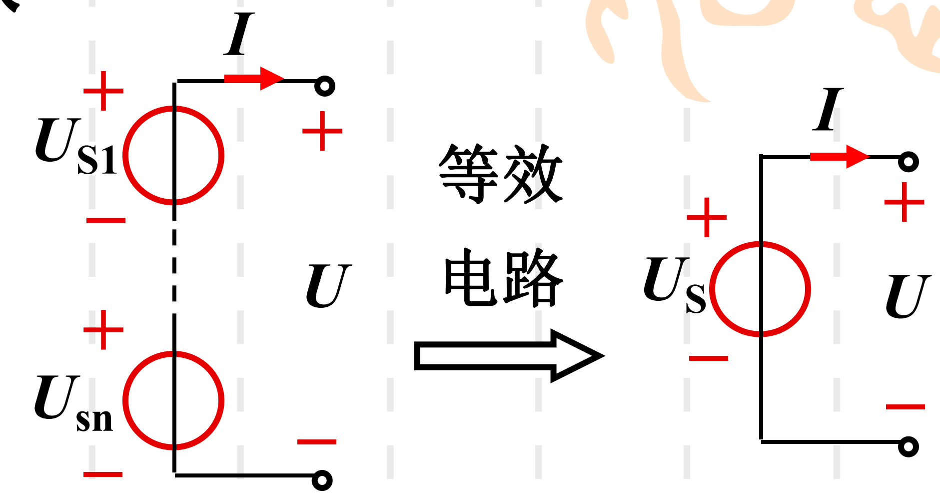
2. 3 电源的等效变换

一、理想电压源的串、并联

• 1. 串联:

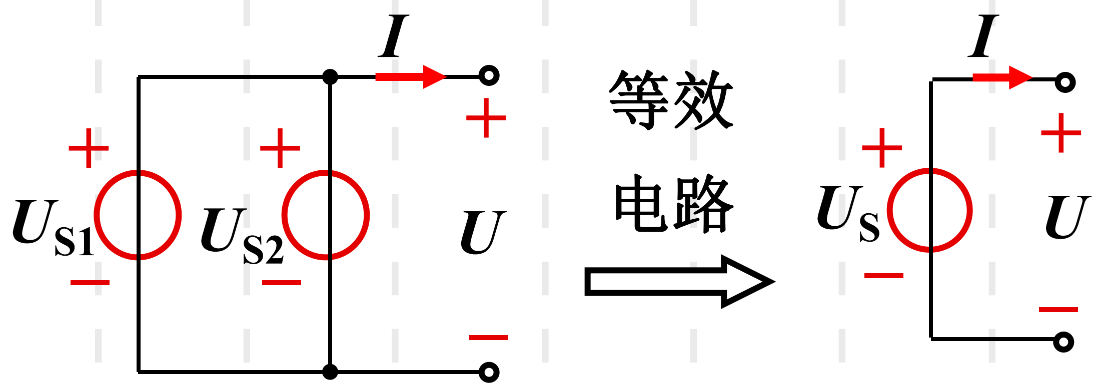
据KVL有：

$$U=\sum_{k=1}^{n}U_{Sk}=U_S$$



• 2. 并联:

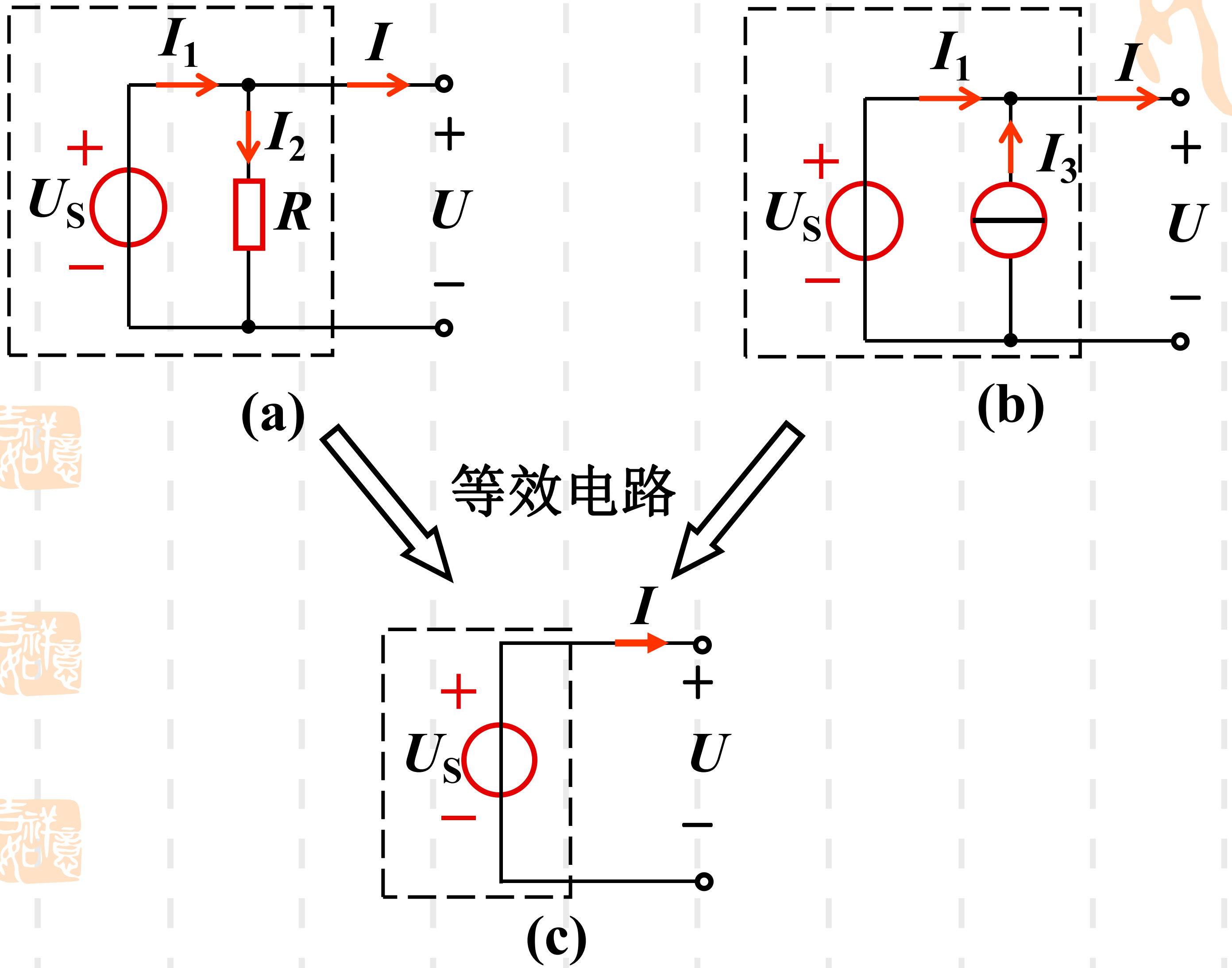
$$U=U_{S1}=U_{S2}=U_S$$



注意：电压相同的电压源才能并联，且每个电源的电流不确定。

一、理想电压源的串、并联

- 3. 理想电压源与二端网络的并联

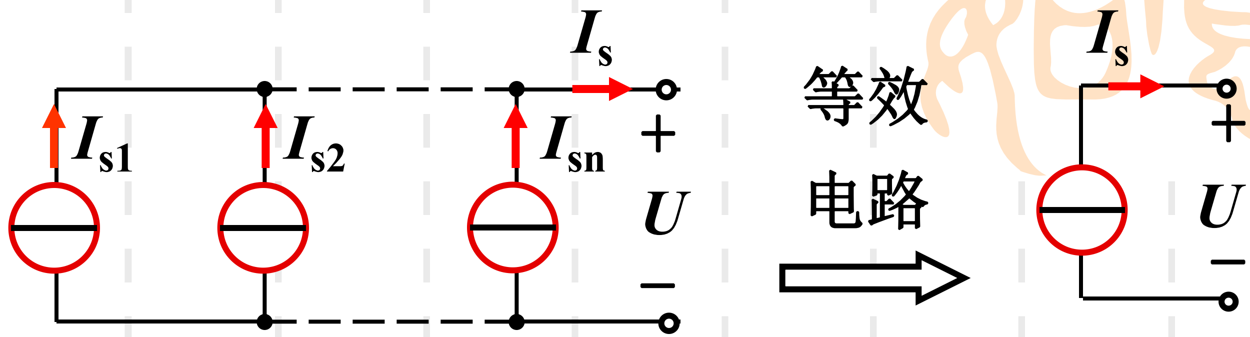


二、理想电流源的串、并联

- 1.并联：

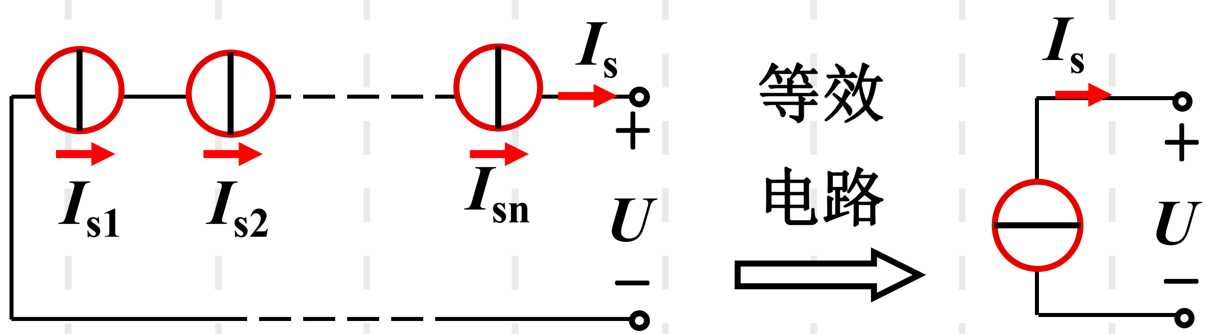
据*KCL*有：

$$I_s = \sum_{k=1}^{n} I_{sk}$$



- 2.串联：

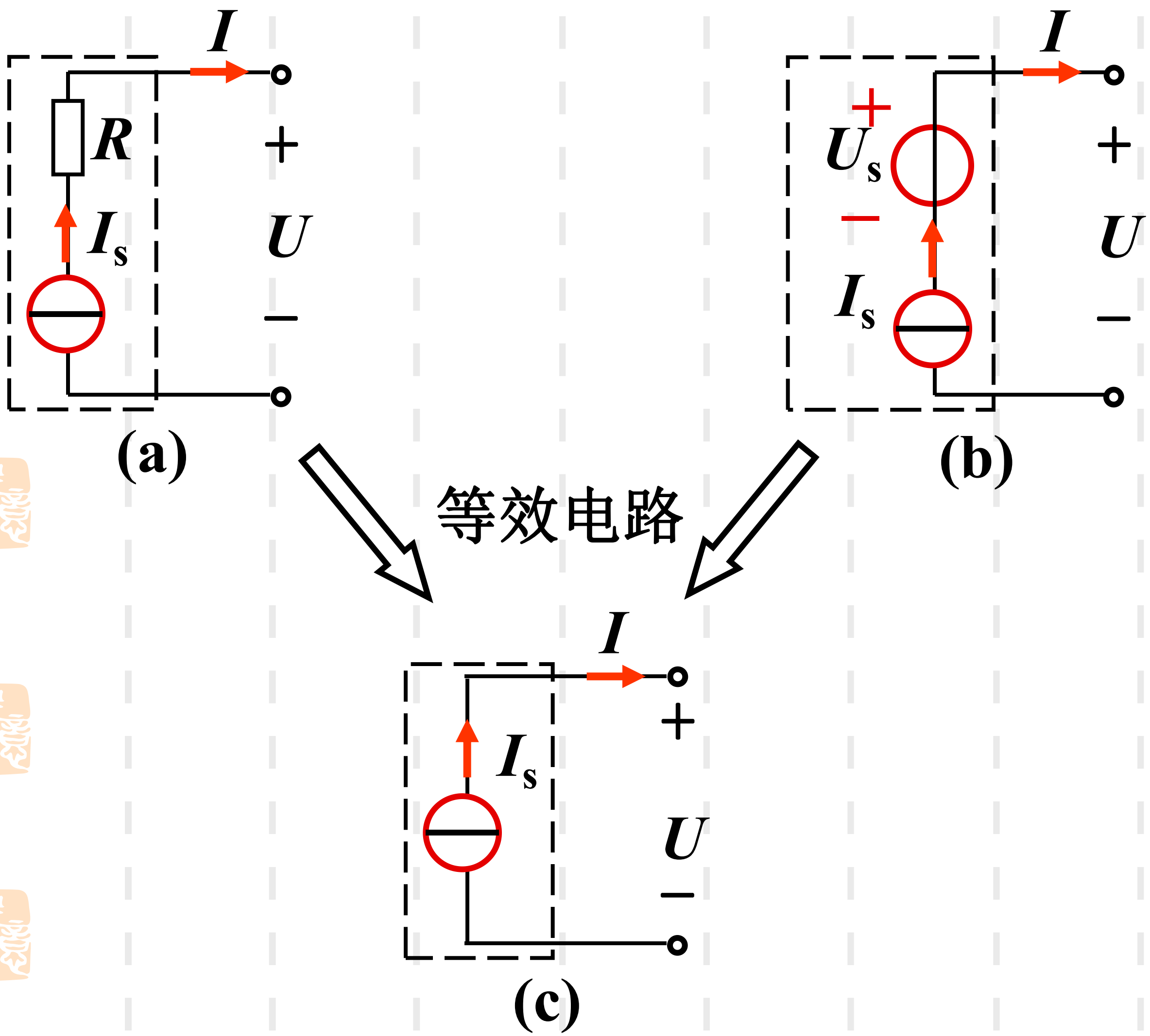
$$I_s = I_{s1} = \cdots = I_{sn}$$



注意：电流相同的理想电流源才能串联,并且每个电流源的端电压不能确定。

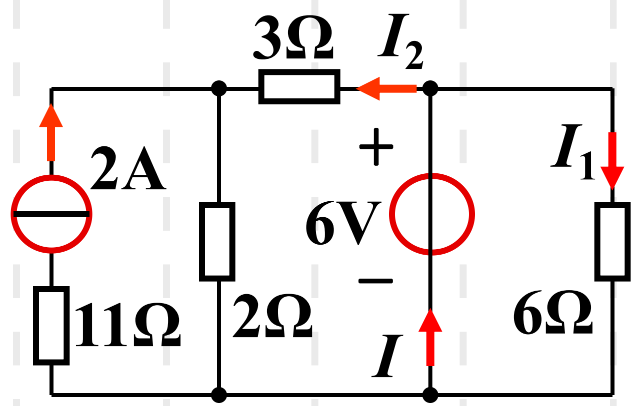
二、理想电流源的串、并联

- 3.理想电流源与二端网络的串联

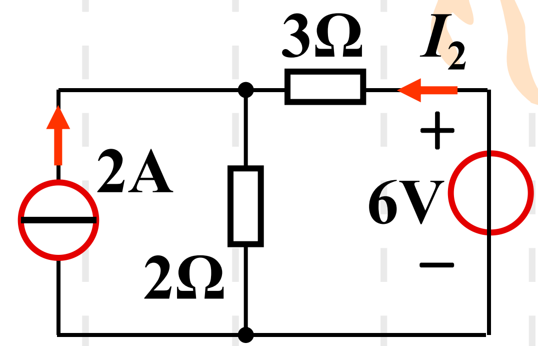


二、理想电流源的串、并联

- 例2.2.2 通过化简，求图(a)电路中电压源提供的功率。



(a)



(b)

- 解：据图(a)有： $I = I_1 + I_2$ I_1=1A

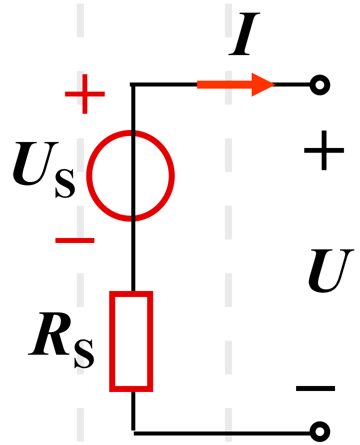
  将图(a)化简，得图(b)

  有：$3I_2 + 2(2+I_2) - 6=0$ $\therefore I_2 = 0.4A$ I=1.4A

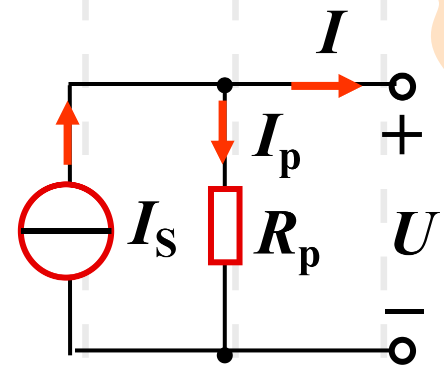
  电压源提供的功率: $P = 6I = 6\times 1.4 = 8.4W$

或：电压源吸收的功率: $P = -6I = -6\times 1.4 = -8.4W$

三、戴维南电路、诺顿电路及其等效变换



戴维南电路



诺顿电路

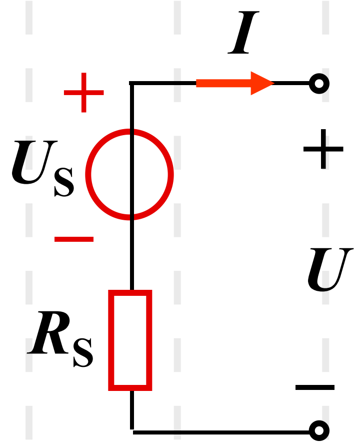
V—A
关系式:

$$U = U_S - IR_S$$

$$U = I_S R_P - IR_P$$

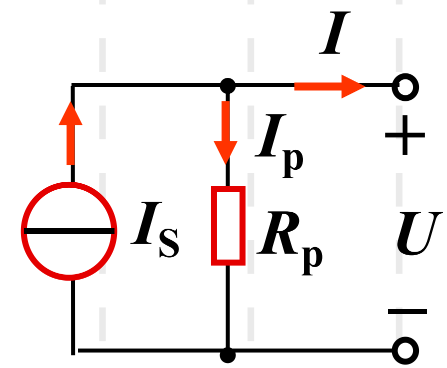
三、戴维南电路、诺顿电路及其等效变换

戴维南电路、诺顿电路两种模型可以进行等效变换，所谓的等效是指端口的电压、电流在转换过程中保持不变。



$$I_S = \frac{U_S}{R_S}$$

$$U_S = I_S R_P$$



V—A 关系式:

$$U = U_S - IR_S \qquad U = I_S R_P - IR_P$$

等效变换的表达式

$$\begin{cases} U_S = I_S R_P \\ R_S = R_P \end{cases} \qquad \begin{cases} I_S = \dfrac{U_S}{R_S} \\ R_P = R_S \end{cases}$$

注意：两个电源的方向

法则2：理想电压源与理想电流源无等效关系；

法则3：理想电压源与支路并联时，支路可以去掉（对外电路而言）；

法则4：理想电流源与支路串联时，支路可以去掉（对外电路而言）；

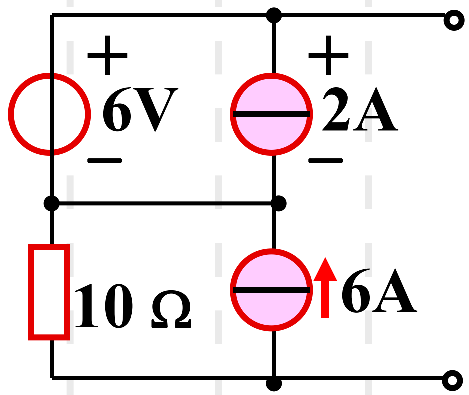
法则5：不同数值和方向的理想电压源不能并联；

法则6：不同数值和方向的理想电流源不能串联；

- 法则7：两电源串联则变成戴维南电路，两电源并联则变成诺顿电路

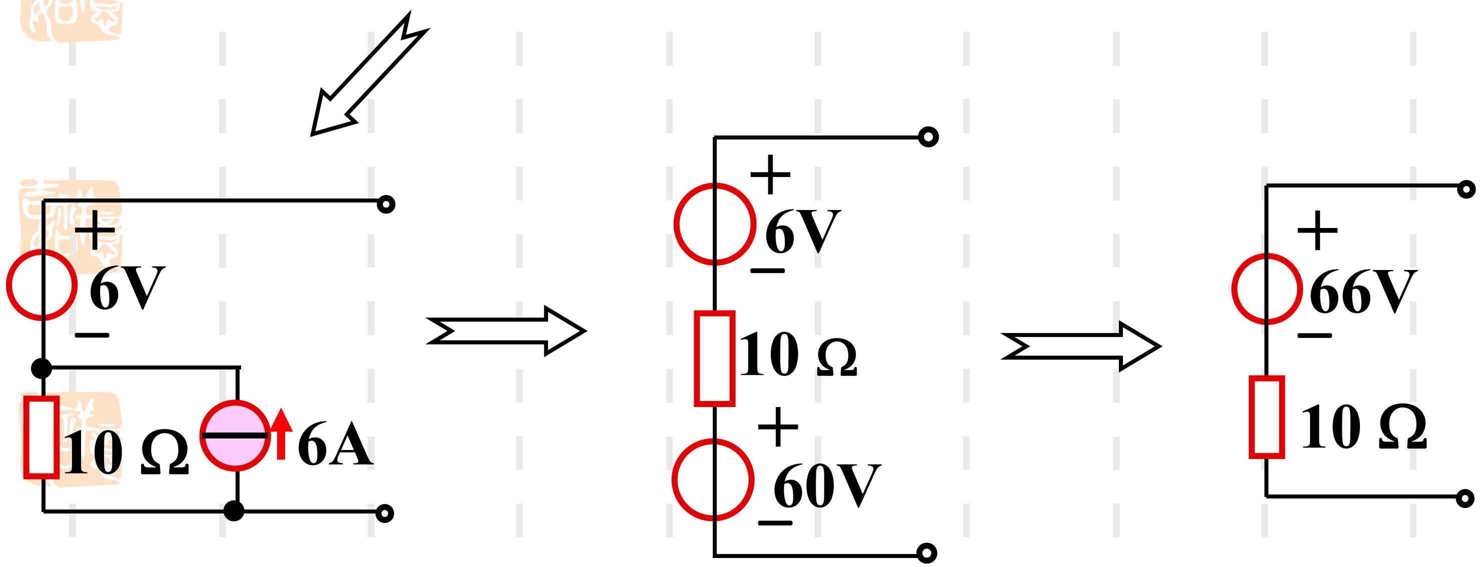
三、戴维南电路、诺顿电路及其等效变换

- 例2. 把下图所示电路转换成戴维南等效电路。



(a)

- 解:

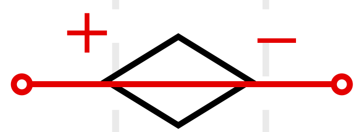


2.4 受控电源与二端网络输入电阻

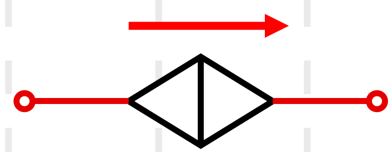
一、受控电源

1. *定义*：电压源电压或电流源电流不是给定的时间函数，而是受电路中某个支路的电压(或电流)的控制。

电路符号



受控电压源

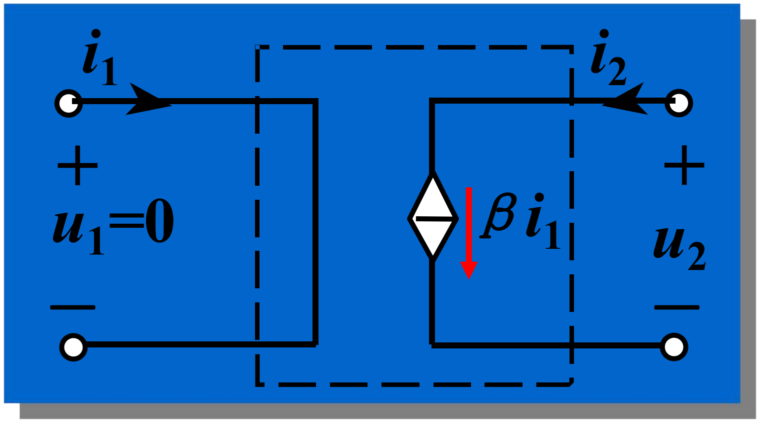


受控电流源

2. *分类*：根据控制量和被控制量是电压 u 或电流 i，受控源可分为四种类型：

一、受控电源

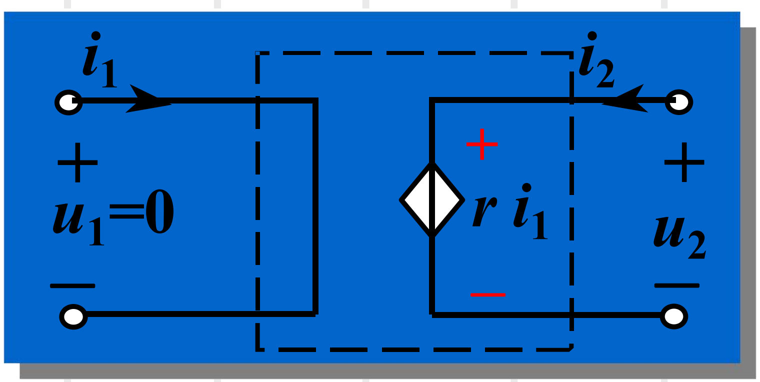
(1) 电流控制的电流源 (Current Controlled Current Source)



CCCS $\begin{cases} u_1=0 \\ i_2=\beta i_1 \end{cases}$

β: 电流放大倍数

(2) 电流控制的电压源 (Current Controlled Voltage Source)

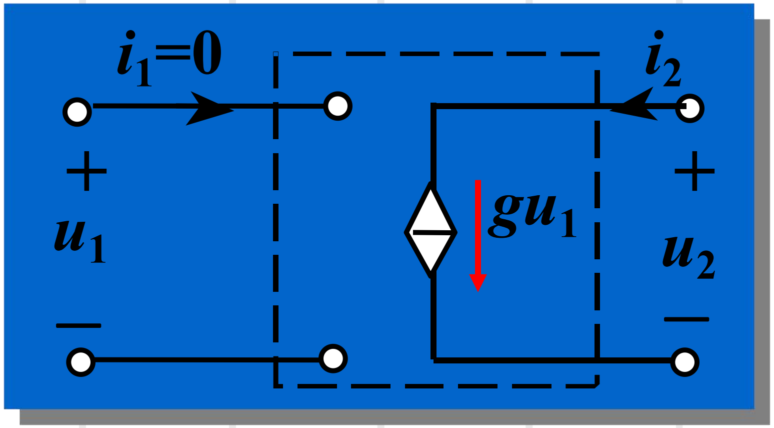


CCVS $\begin{cases} u_1=0 \\ u_2= ri_1 \end{cases}$

r ：转移电阻

一、受控电源

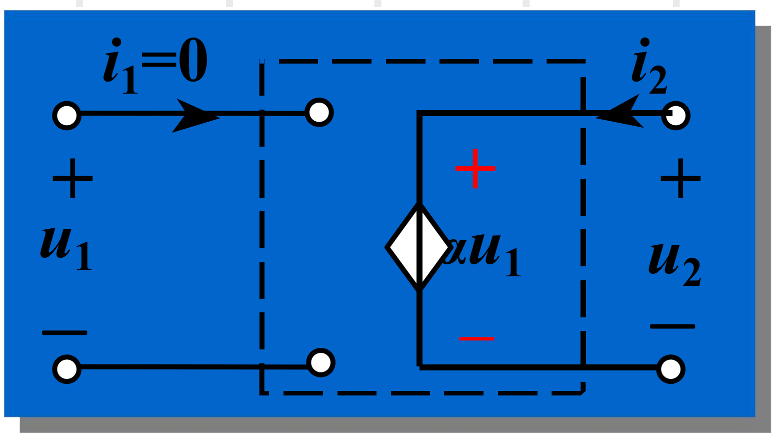
(3) 电压控制的电流源 (Voltage Controlled Current Source)



VCCS $\begin{cases} i_1=0 \\ i_2=gu_1 \end{cases}$

g: 转移电导

(4) 电压控制的电压源 (Voltage Controlled Voltage Source)



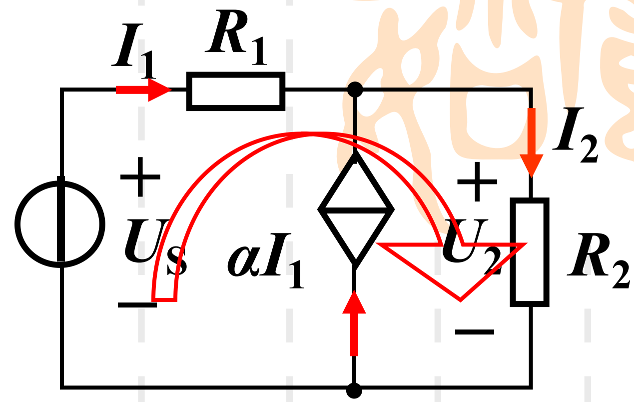
VCVS $\begin{cases} i_1=0 \\ u_2=\alpha u_1 \end{cases}$

α :电压放大倍数

- 注意：受控源的本质是两个支路参数的控制关系，他们不是真正意义上的电源，是从电子电路中抽象出来的一种元件模型。（例如三极管）

- 受控电源又被称为非独立电源，简称受控源

例1：已知U_S=15V，R_1=5Ω，R_2=2.5Ω，α=3，求各元件的功率。



解：据KCL有：$I_2=I_1+\alpha I_1$

据KVL有；$U_S=R_1I_1+R_2I_2$

$$=(R_1+R_2+R_2\alpha)I_1$$

$$15=(5+2.5+2.5\times 3)I_1$$

解得：I_1=1A I_2= 4A

电压源的功率： $P_1=-U_SI_1=-15\times 1=-15W$（发出）

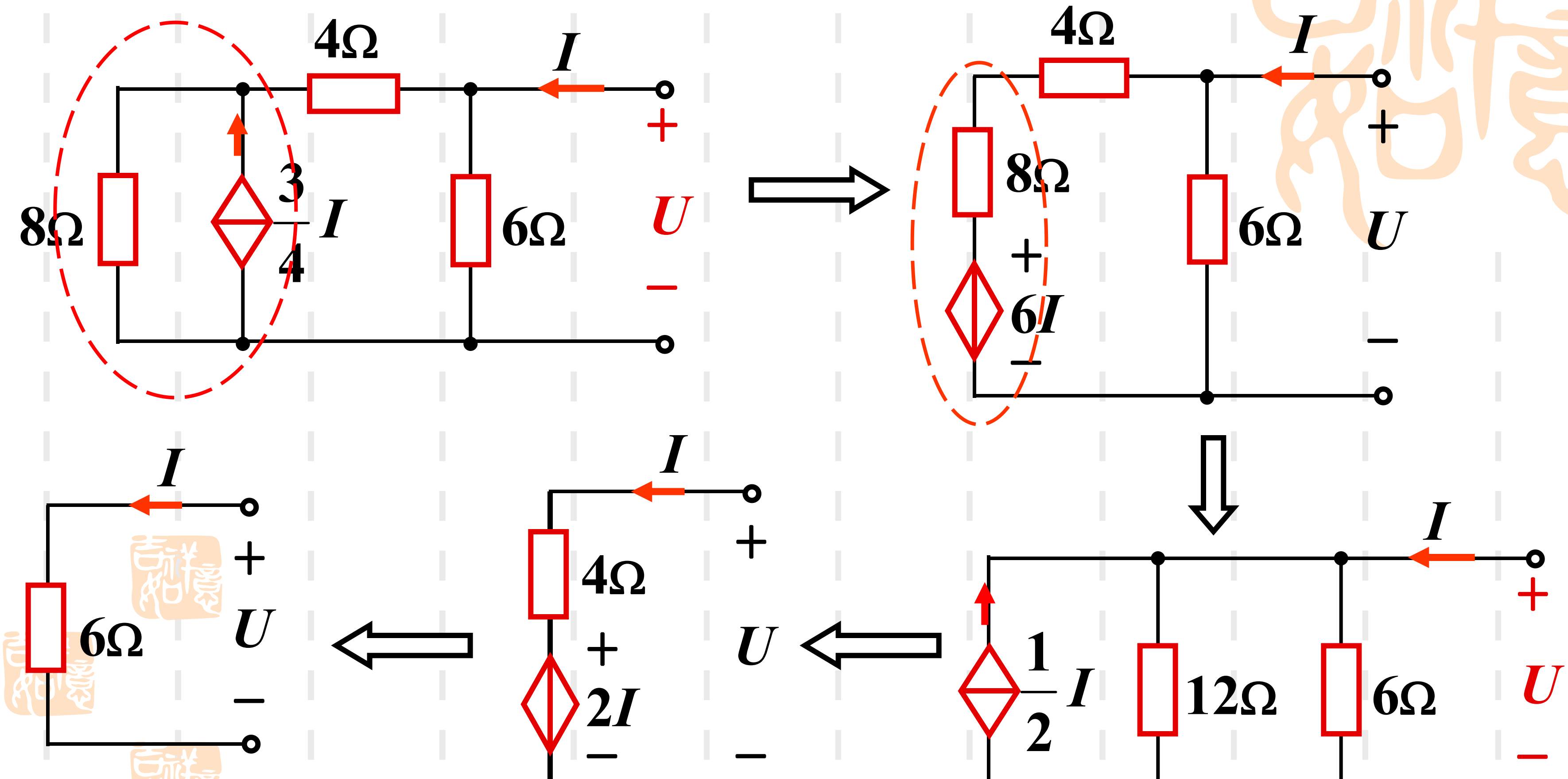
电阻R_1的功率： $P_2=R_1I_1^2=5\times 1=5W$（吸收）

电阻R_2的功率： $P_3=R_2I_2^2=2.5\times 4^2=40W$（吸收）

受控源的功率： $P_4=-U_2\alpha I_1=-10\times 3\times 1=-30W$ (发出)

$$\sum p_{发出}=\sum p_{吸收}$$ 功率平衡

•例2.简化下图所示二端电路，使其具有最简形式。



$$U = 6I$$

$$U = 4I + 2I = 6I$$

注：受控源和独立源一样可以进行电源转换。

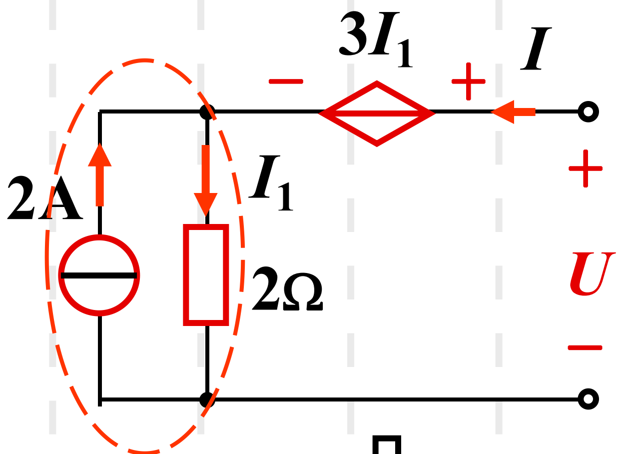
转换过程中注意不要丢失控制量。

- 法则8：当一端口电路中仅含受控电源和线性电阻元件，且控制量与受控电源在同一电路中时，该电路可以等效为一个电阻（该电阻可能为负）；

- 法则9：受控电源也可以进行等效变换，变则变量转移。

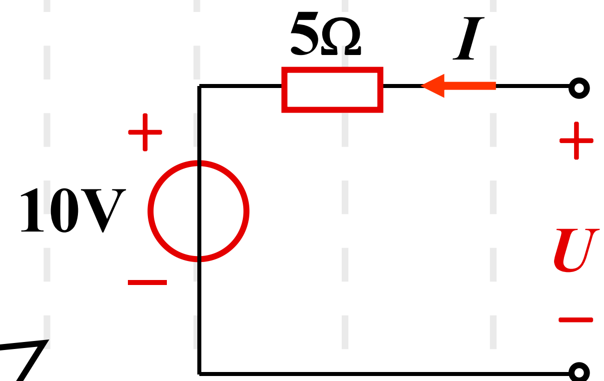
注意：控制量不能丢

•例3.简化下图所示二端电路，使其具有最简形式。

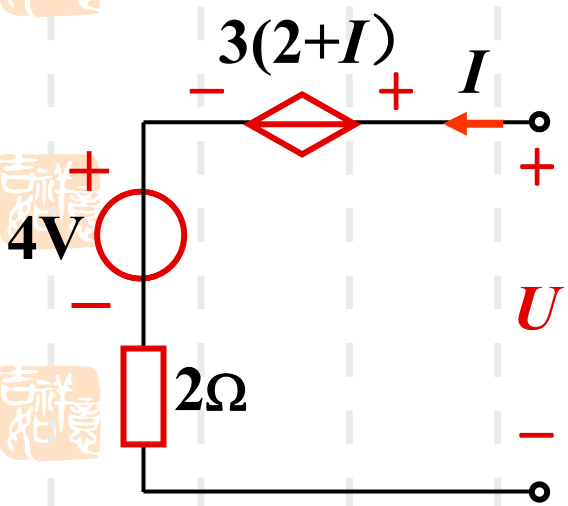


方法一：

$$U = 3I_1 + 2I_1 = 5I_1 = 5(2+I) = 10 + 5I$$



方法二：

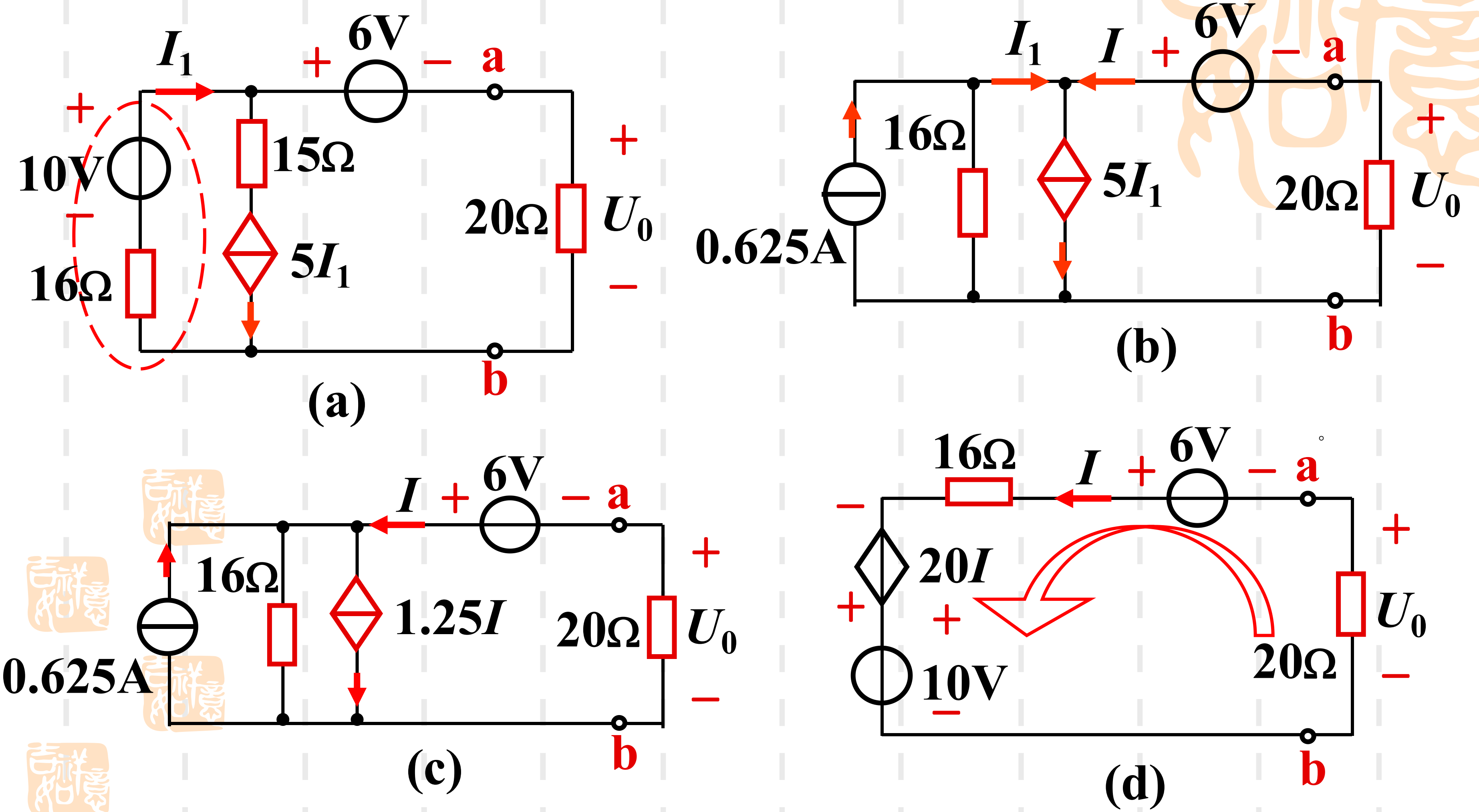


$$U = 3(2+I) + 4 + 2I = 10 + 5I$$

- 法则10：一个含电阻和受控源的二端网络，如果还含<u>独立电源</u>，则其可以等效为一个戴维南电路或诺顿电路

第四章的戴维南和诺顿定理

•例2.3.5 求图所示电路中的电压U_0

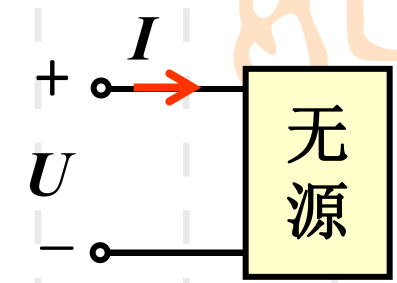


由(d)得： $-6 + 16I - 20I + 10 + 20I = 0$ $I = -0.25\text{A}$

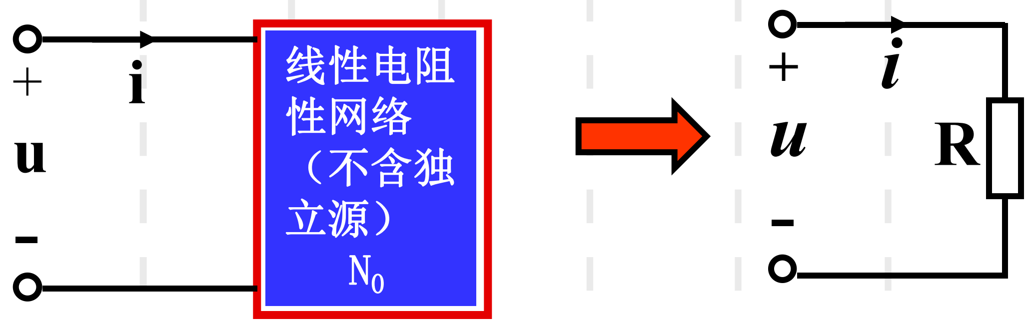
$\therefore U_0 = -20 \times (-0.25) = 5\text{V}$

二、二端网络的输入电阻

- 网络内部没有独立源的二端网络，称为无源二端网络。



- 网络内部有独立源的二端网络，称为有源二端网络。
- 一个无源二端电阻网络可以用一个电阻来等效，该电阻称为入端电阻或输入电阻。



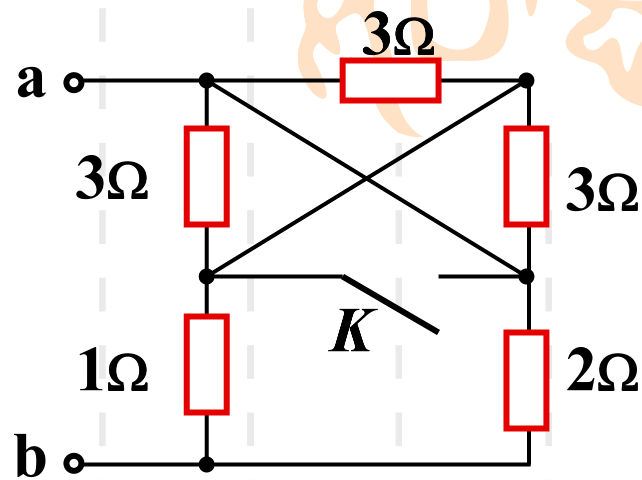
$$R_{ep}=\frac{\text{端口电压 } U}{\text{端口电流 } I}$$

$$R_{eq}=U/I$$

- 求无源二端网络入端电阻的2种方法：
  - 1）加电压求电流法或加电流求电压法
    电压/电流=入端电阻
    （对任意无源二端网络都有效）
  - 2）逐步等效变换法
    （仅含线性电阻元件时比较方便，如果含有受控源则需要变量转移）

二、二端网络的输入电阻

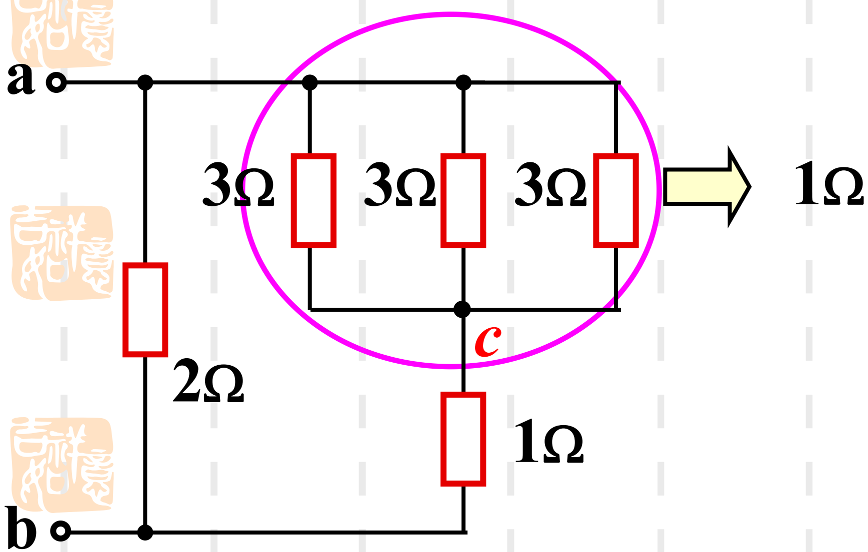
- 例5：求开关K闭合和断开时的等效电阻R_{ab}
- 解：开关K闭合时

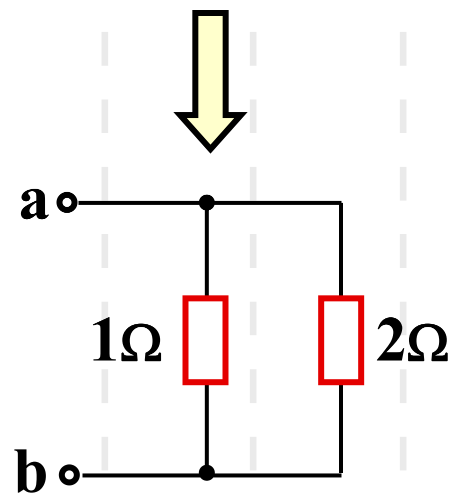


$$R_{ab} = (1 \mathbin{//} 2) = 2/3\Omega$$

开关K打开时

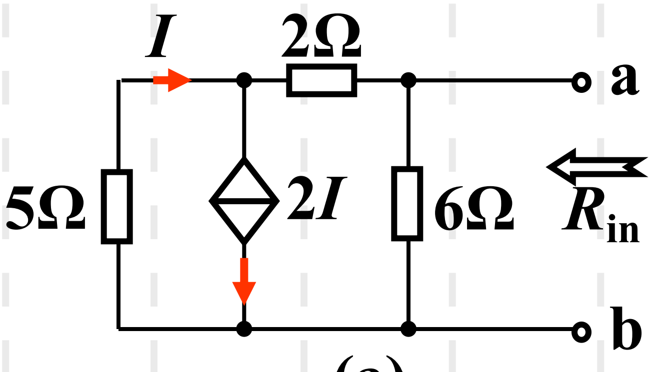
$$R_{ab} = 2 \mathbin{//} (1+1) = 1\Omega$$



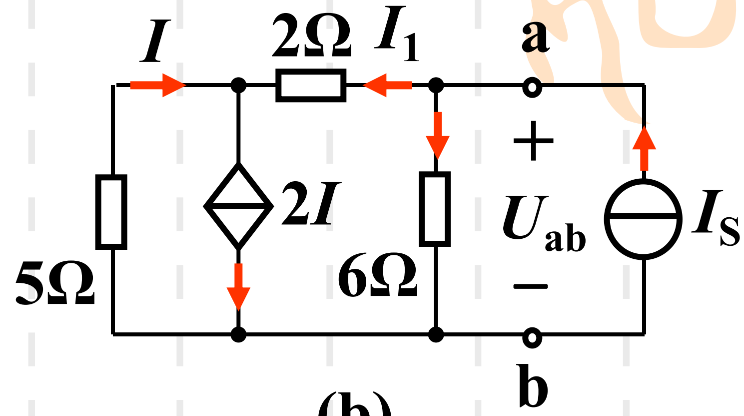


二、二端网络的输入电阻

- 例6：二端网络如下图(a)所示，求R_{in}。



(a)



(b)

- 解：加流求压法

$$U_{ab} = 6(I_S - I_1) = 2I_1 - 5I \quad ----(1)$$

据KCL有：$I_1 = 2I - I = I \quad ---(2)$

由式(1)、(2)得：$I_1 = 2I_S \qquad U_{ab} = -6I_S$

逐步等效变换法求R_{in}

$$\therefore \ R_{in} = \frac{U_{ab}}{I_S} = -6\Omega$$

- 法则8补充：当一端口电路中仅线性电阻元件，该电路可以等效为一个电阻；

- 法则8补充：当一端口电路中仅含受控电源和线性电阻元件，且控制量与受控电源在同一电路中时，该电路可以等效为一个电阻，该电阻可能为负；

本章小结：

本章的核心繁-简

1 等效电路的概念

2 化简无源二端网络

3 实际电源（独立电源、受控电源）的两种电路模型及其等效变换方法。

4 含受控源的无源二端网络可以等效为一电阻（或负电阻）

5 Y — Δ电路的等效变换

第二章作业

2.6，2.9，2.17，2.19，2.27，2.31