

班级	
姓名	

## 练 习 七

1. 序列  $z_n = \frac{n!}{n^n} i^n$  是否有极限? 若有, 求出其极限.

2. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!}$  是否收敛? 是否绝对收敛?

3. 试确定下列幂级数的收敛半径.

(1)  $\sum_{n=0}^{\infty} \cos(in) z^n$

(2)  $\sum_{n=0}^{\infty} (n + a^n) z^n$

4. 将下列各函数展开为  $z$  的幂级数, 并指出其收敛区域.

(1)  $\frac{1}{(1-z)^2}$

(2)  $e^{\frac{z}{z-1}}$

(3)  $\int_0^z e^{z^2} dz$

5. 讨论级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (z^{n+1} - z^n)$  的收敛性.

6. 证明  $\sum_{n=1}^{\infty} z^{-n}$  在  $|z| > 1$  内解析.

\*7. 思考题

(1) 如何判定级数的绝对收敛性与收敛性?

(2) 判定级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  收敛的必要条件是什么?  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  绝对收敛的充要条件又是什么?

(3) 为什么说函数能展为幂级数与函数为解析函数是等价的?