

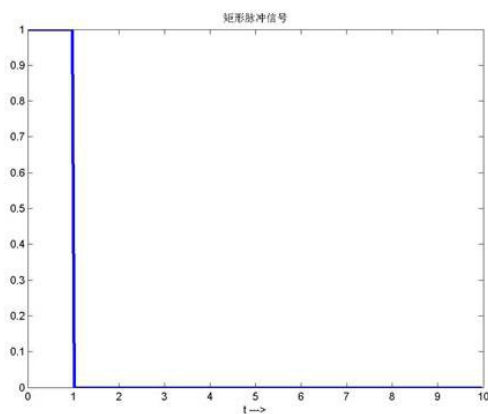


积分变换实验课

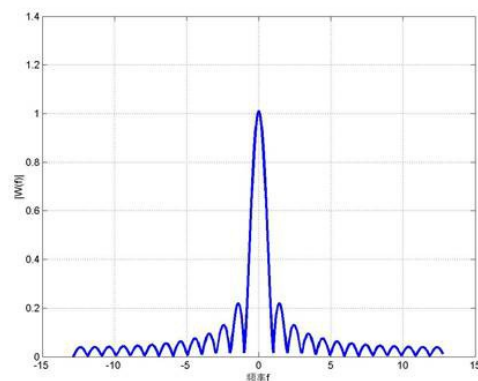
Matlab实现

矩形脉冲信号的傅氏变换

❖ 矩形脉冲信号 $w(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$ (例8.2)



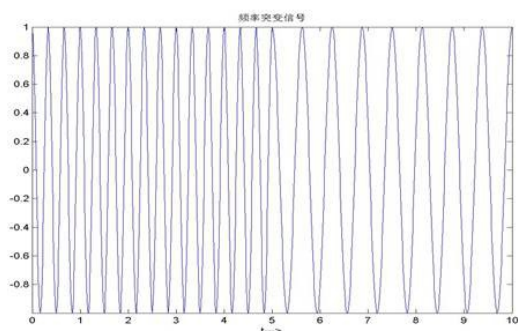
FFT
→



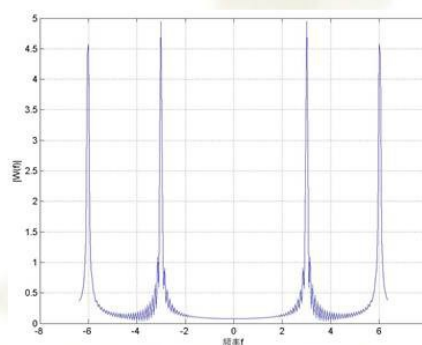
频率突变信号

$$x(t) = \begin{cases} \cos 2\pi \cdot 6t & t < 5 \\ \cos 2\pi \cdot 3t & t \geq 5 \end{cases} \quad \xrightarrow{\text{FFT}}$$

$$-\frac{i}{2}(\pi\delta(\omega-12\pi)-\frac{i}{\omega-12\pi})+\frac{i}{2}(\pi\delta(\omega+12\pi)-\frac{i}{\omega+12\pi})-\frac{i}{2}(\pi\delta(\omega-6\pi)-\frac{i}{-\omega+6\pi})+\frac{i}{2}(\pi\delta(\omega+6\pi)-\frac{i}{-\omega-6\pi})$$

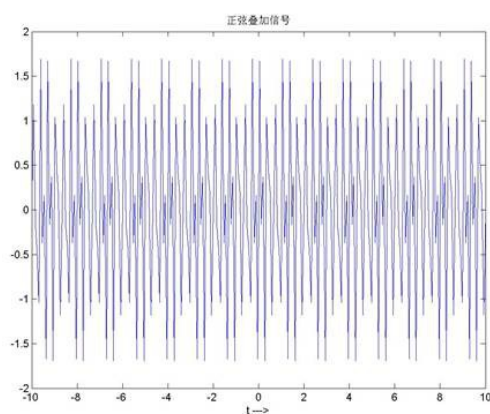


FFT

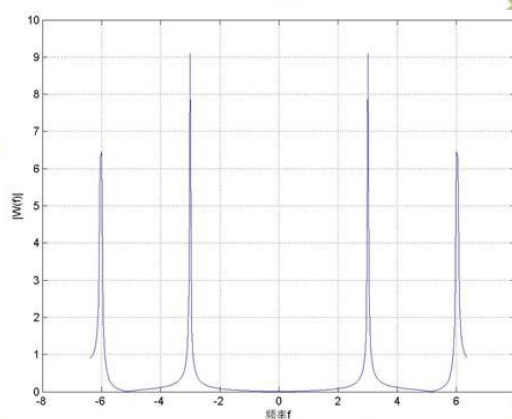


正弦叠加信号

$$xx(t) = \sin 2\pi \cdot 6t + \sin 2\pi \cdot 3t \quad \longrightarrow \quad i\pi[-\delta(\omega-12\pi)+\delta(\omega+12\pi)-\delta(\omega-6\pi)+\delta(\omega+6\pi)]$$



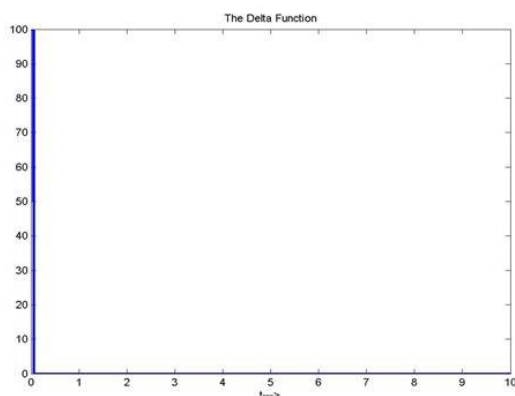
FT



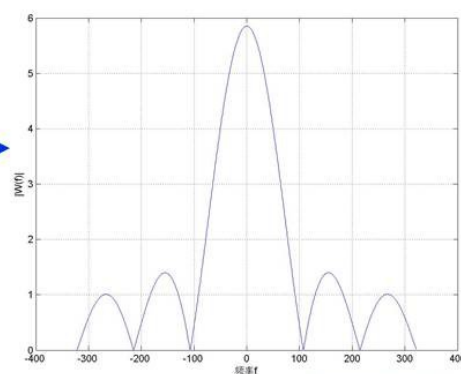
- ❖ 观察正弦叠加信号：频率在 3 和 6 的位置对应的幅值特别高。因此标记出这两个频谱峰值对应的频率分量，正好可以验证信号的频率成份。
- ❖ 观察频率突变信号和正弦叠加信号的频谱图可以看出它们虽然有不同的时间过程，但是频谱图却相似，都是在 3 和 6 处有突起

脉冲信号

$$x(t) = \begin{cases} 100 & 0 < t < \varepsilon \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

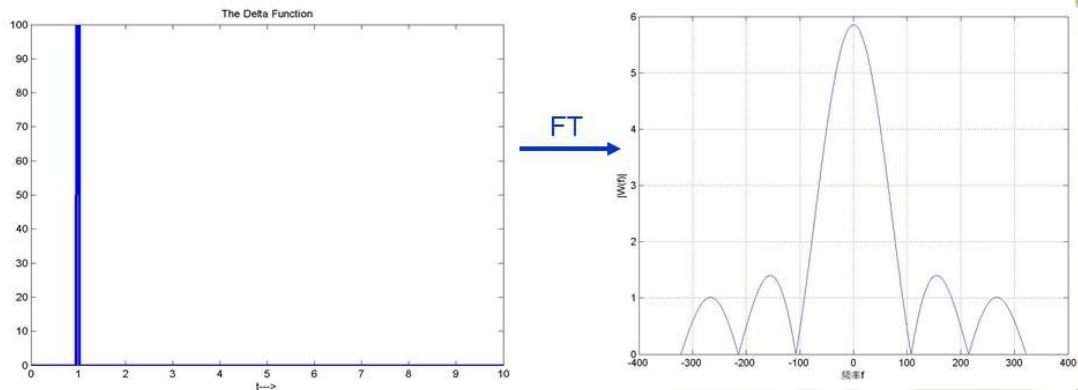


FT



脉冲信号

$$x(t) = \begin{cases} 100 & t = 1 \text{附近} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

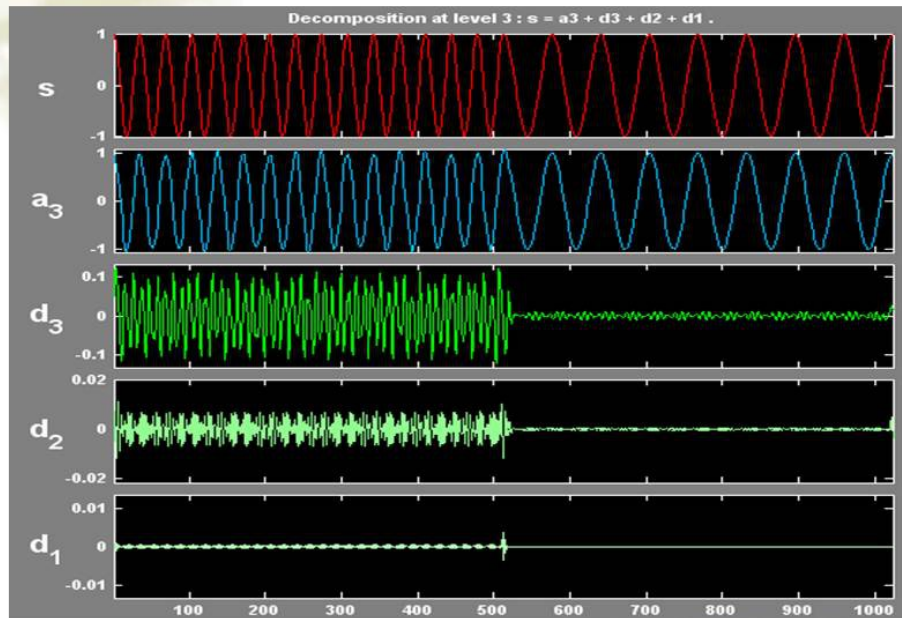


傅里叶变换的缺陷

- ❖ 时变频率信号在音乐，地震信号，雷达回波，非平稳物理过程中是很常见的，人们希望知道信号在突变时刻对应的频率成份
- ❖ 但是傅里叶变换的积分作用平滑了突变成份，即任一频率点的谱值是由信号在整个时间域上的贡献决定的；反之，信号在某一时刻的状态也是由频谱在整个频率域上的贡献决定的
- ❖ 一个著名的例子就是 δ 函数，时间上的点脉冲具有在频率域上正负无限延伸的均匀频谱

$$\delta(t - t_0) \longrightarrow F(\omega) = 1$$

频率突变信号的小波变换



矩形脉冲信号的傅氏变换

❖ 编写信号

```
M=8; tend=1; T=10; N=2^M;
```

```
dt=T/N; n=0:N-1; t=n*dt;
```

```
w=zeros(size(t,2),1);
```

```
Tow=find((tend-t)>0);
```

```
w(Tow,1)=ones(length(Tow),1);
```

```
plot(t,w,'b','LineWidth',2.5);title('矩形脉冲信号');xlabel('t --->');
```

- ❖ 在命令窗口输入 `cftbyfft(w,t)`; 得到该信号的傅氏变换频谱图
- ❖ 或者在命令窗口输入 `exp8_2_`; 得到该信号的傅氏变换频谱图与理论值的对比图。注意，当 `M` 的取值过小时，就会出现混叠引起图形的差别。

频率突变信号

- ❖ 编写信号并绘制图形

```
clear;M=8;N=2^M;  
t=linspace(-10,10,N);  
s1=find(t<.0);  
x(s1)=cos(2*pi*6*t(s1));  
s2=find(t>=.0);  
x(s2)=cos(2*pi*3*t(s2));  
plot(t,x); title('频率突变信号');xlabel('t--->');
```

- ❖ 保存在sinbreak.mat中
- ❖ 在命令窗口输入cftbyfft(x,t);得到傅氏变换频谱图

正弦叠加信号

- ❖ 编写信号并绘制图形

```
clear; M=8; N=2^M;  
t=linspace(-10,10,N);  
x1=sin(2*pi*6*t);  
x2=sin(2*pi*3*t);  
xx=x1+x2;  
plot(t,xx); title('正弦叠加信号');xlabel('t --->');
```

- ❖ 在命令窗口输入cftbyfft(xx,t);得到该信号的傅氏变换频谱图

脉冲信号1

- ❖ 编写信号

```
clear;M=10; T=10; N=2^M;  
dt=T/N; n=0:N-1; t=n*dt;  
w=zeros(size(t));  
w(1:6)=100;  
plot(t,w,'b','LineWidth',2.5);title('The Delta  
Function');xlabel('t-->');
```

- ❖ 在命令窗口输入cftbyfft(w,t);得到该信号的傅氏变换
频谱图

脉冲信号2

- ❖ 编写信号

```
clear;M=10; T=10; N=2^M;  
dt=T/N; n=0:N-1; t=n*dt;  
w=zeros(size(t));  
w(100:105)=100;  
plot(t,w,'b','LineWidth',2.5);title('The Delta  
Function');xlabel('t-->');
```

- ❖ 在命令窗口输入cftbyfft(w,t);得到该信号的傅氏变换
频谱图

几种信号

请对下面几种信号做傅氏变换并做适当的分析

山形函数

❖ 山形函数

```
clear; M=10; N=2^M;  
t=linspace(-10,10,N);  
mtn=zeros(size(t));  
s1=find(t>=-1&t<0);  
mtn(s1)=1+t(s1);  
s2=find(t>0&t<=1);  
mtn(s2)=1-t(s2);  
plot(t,mtn); title('Mountian Function');xlabel('t ---->');
```


❖ 余弦信号

```
clear; M=10; N=2^M;  
t=linspace(-10,10,N);  
xcos=cos(3*t);
```

❖ 高斯函数

```
clear; M=10; N=2^M;  
t=linspace(-10,10,N);  
a=1/4;  
g=exp(-a*t.^2);
```

注：高斯函数的傅氏变换仍为高斯函数，即

$$g(t) = e^{-at^2}, (a > 0) \text{ 的傅氏变换 } F[g(t)] = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\omega^2/4a}$$

❖ 阶跃信号

```
clear; M=10; N=2^M;  
t=linspace(-10,10,N);  
x=zeros(size(t));  
s=find(t>=0);  
x(s)=ones(1,length(s));  
plot(t,x,'LineWidth',2.5); title('阶跃信号');
```

❖ 符号函数

```
clear; M=10; N=2^M;  
t=linspace(-10,10,N);  
s1=find(t<0);  
sgn(s1)=-ones(size(s1));  
s2=find(t>=0);  
sgn(s2)=ones(size(s2));  
plot(t,sgn,'LineWidth',2.5); title('符号函数');
```

注：这两个函数的傅氏变换也非常相似

❖ 太阳黑子活动

```
load sunspot.dat  
year=sunspot(:,1);  
wolver=sunspot(:,2);
```

❖ 地震数据

```
load quake;  
cftbyfft(e,1:length(e));
```

如何用傅里叶变换对这些信号处理并说明实际问题可参阅张延华等编著，机械工业出版社数字信号处理—基础与应用一书，此处不做详细介绍

作业要求

- ❖ 1已知信号，作出傅氏变换及其频谱图
- ❖ 2分析频谱特性。
- ❖ 3作业发送到

Email: fairytaoqi@163.com

在主题中写明班级、姓名、学号

预备知识 一维数组（向量）的创建

❖ 逐个元素输入

```
x1=[2 pi/2 sqrt(3) 3+5i];
```

❖ 冒号生成法

```
x2=a:inc:b;
```

注：a、b是数组的第一和最后元素，inc是步长
当inc=1是，可省略

```
x3=linspace(a,b,n);
```

注：n是采样点总数

预备知识 特殊数组（向量）的创建

❖ 全零数组

```
x4=zeros(1,10);
```

❖ 全1数组

```
x5=ones(1,10);
```

```
x6=2*ones(1,10);
```

❖ 运算

+ - *

❖ 数组连接

```
xx=[x4,x5];
```

预备知识 图形图像的绘制

❖ 画二维图

`plot(t,x);`

`t,x`分别代表横坐标、纵坐标

❖ 坐标控制

`axis([x1,x2,y1,y2])`

人工设定坐标范围，目的是使图形更利于观测

❖ 插入标题、横坐标、纵坐标

图形窗口菜单Insert/X Label输入横坐标标签

离散傅氏变换

❖ 傅氏变换

`Xf = fft(xt,N);`

注：`N`用以制定输入宗量`xt`(或`Xf`)的序列长度，当`N`取2的幂次时，实施快速傅氏变换

❖ 傅氏逆变换

`Xt=ifft(xf,N);`

❖ 用FFT实现连续傅氏变换编程序cftbyfft.m

`[AW,f]=cftbyfft(wt,t);`

`cftbyfft(wt,t);`

频率突变信号的小波变换

❖ 小波变换

在命令窗口输入wavemenu，弹出小波变换界面

- 选择wavelet 1-D
- File/load/signal,选择sinbreak.mat导入信号x
- 选择wavelet及level，这里我们取' db2',level=5
- 按下Analyze按钮，得到小波分解的系数： a_5 是低频分量， $d_i(i=1,\dots,4)$ 是高频分量
- ❖ 小波变换具有时频分析特性，在信号的突变点 $t=5$ 两侧表现明显不同

脉冲信号

❖ 编写信号

```
clear;M=10; T=10; N=2^M;
dt=T/N; n=0:N-1; t=n*dt;
w=zeros(size(t));
w(1)=100;
plot(t,w,'b','LineWidth',2.5);title('The Delta
Function');xlabel('t-->');
```

- ❖ 在命令窗口输入cftbyfft(w,t);得到该信号的傅氏变换频谱图



Email: fairytaoqi@163.com

精通Matlab 6.5,张志涌等编著,北京航空航天大学出版社

