

## 第7周作业

A: 练习册 练习十一

B: 要求抄题, 用 A4 大小的纸作答, 要求书写工整, 答题纸整洁

1、判断题.  $A$  为  $m \times n$  矩阵,

(1)若  $AX=0$  仅有零解, 则非齐次线性方程组  $AX=b$  有唯一解 ( )

(2)若非齐次线性方程组  $AX=b$  有唯一解, 则  $AX=0$  仅有零解 ( )

(3)若  $AX=0$  有非零解, 则非齐次线性方程组  $AX=b$  有无穷多解 ( )

(4)若非齐次线性方程组  $AX=b$  有无穷多解, 则  $AX=0$  有非零解 ( )

(5)若  $AX=b$  有两个不同解, 则  $AX=0$  有无穷多解 ( )

进一步, 若  $A$  的行向量线性无关, 且  $m < n$

(6) 方程组  $A^T X = 0$  有唯一零解 ( )

(7) 方程组  $A^T A X = 0$  必有非零解 ( )

(8) 对任意向量  $b$ , 方程组  $AX = b$  必有无穷解 ( )

(9) 对任意向量  $b$ , 方程组  $A^T X = b$  必有唯一解 ( )

2. 解答题: 求  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  的特征值和特征向量

3、证明题: 设  $A$  为  $m \times n$  矩阵,  $b$  为  $m$  维向量. 证明方程组  $A^T A X = A^T b$  有解.

4. 课堂上一个未做完的例题.

C: 选做题, 用 A4 大小的纸作答, 要求书写工整, 答题纸整洁

1. 设  $A$  为  $m \times n$  矩阵,  $B$  为  $n \times m$  矩阵, 证明

$$(1) \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA); \quad (2) |AB + I| = |BA + I|.$$