# 第十一章　正弦稳态电路的功率

11.1　功率

11.2　功率因素的提高

11.3　谐振

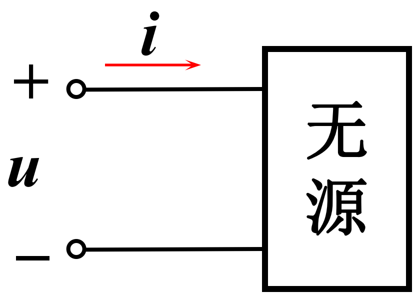
# 11.1 功率

涉及的概念——

- 瞬时功率： $p(t)=u(t)i(t)=UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t-\varphi)$
- 平均功率（有功功率）： $P=UI\cos\varphi$
- 无功功率： $Q=UI\sin\varphi$
- 功率因数 $\cos\varphi$
- 视在功率： $S=UI$
- 复功率： $\tilde{S}=UI\angle(\Psi_u-\Psi_i)=UI\cos\varphi+\mathrm{j}UI\sin\varphi$

$$=P+\mathrm{j}Q$$

## 无源一端口网络吸收的功率（ $u, i$ 关联）




$$u(t)=\sqrt{2}U\sin\omega t$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t-\varphi)$$

$\varphi$ 为$u$和$i$的相位差$\varphi=\Psi_u-\Psi_i$

### 1. 瞬时功率p

$$p(t)=u(t)i(t)=\sqrt{2}U\sin\omega t\cdot\sqrt{2}I\sin(\omega t-\varphi)$$

$$=UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t-\varphi)$$

瞬时功率实用意义不大，一般讨论所说的功率指一个周期平均值。

## 2. 平均功率 P（有功功率）

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T[UI\cos\phi-UI\cos(2\omega t-\phi)]\mathrm{d}t$$

$$=UI\cos\varphi$$

$P$ 的单位：W

$\varphi=\psi_u-\psi_i$ ： 电压电流相位差；阻抗的阻抗角；

功率因数角

cos $\varphi$ ： 功率因数

$$P=|Z|I^2\cos\varphi=RI^2$$

$$\cos\varphi=P/(UI)$$

$$\cos\varphi\begin{cases}1, & \text{纯电阻}\\0, & \text{纯电抗}\end{cases}$$

一般地，有 $0\le|\cos\varphi|\le 1$

$X>0$, $\varphi>0$，感性， 滞后功率因数，电流滞后电压

$X<0$, $\varphi<0$，容性， 超前功率因数，电流超前电压

例： $\cos\varphi=0.5$（滞后）， 则$\varphi=60^{\circ}$（电压领先电流$60^{\circ}$）。

平均功率实际上是电阻消耗的功率

- 有功功率代表电路实际消耗的平均功率，
- 它不仅与电压电流有效值有关，而且与 $\cos\varphi$有关，
- 这是交流和直流的区别，主要由于储能元件(LC)产生了阻抗角。

## 3. 无功功率 $Q$

$$Q = I^2 X = UI\sin\varphi$$

表示交换功率的值，单位：var（乏）。

**$Q$ 的大小反映网络与外电路交换功率的大小。是由储能元件$L$、$C$的性质决定的;**

**$Q$>0，表示网络吸收无功功率;**

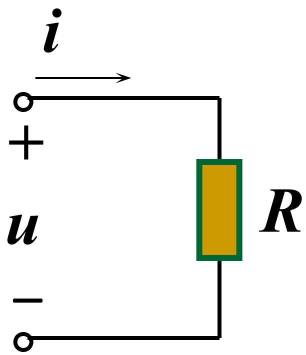
**$Q$<0，表示网络发出无功功率。**

## 4. 视在功率(表观功率)$S$

$$S = UI \qquad \text{单位: VA (伏安)}$$

反映电气设备的容量。

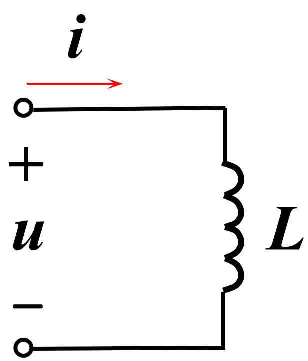
## 5. *R*、*L*、*C*元件的有功功率和无功功率




$$P_R=UI\cos\varphi=UI\cos 0°=UI=I^2R=U^2/R$$

$$Q_R=UI\sin\varphi=UI\sin 0°=0$$

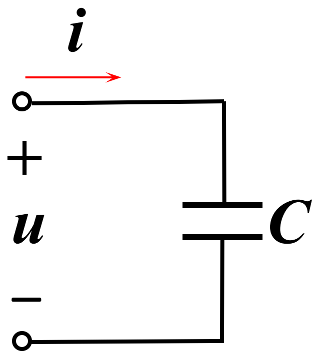
对电阻，$u$, $i$ 同相，故$Q$=0，即电阻只吸收(消耗)有功功率，不发出功率。




$$P_L=UI\cos\varphi=UI\cos 90°=0$$

$$Q_L=UI\sin\varphi=UI\sin 90°=UI$$

对电感，$u$领先 $i$ 90°，故$P_L$=0，即电感不消耗有功功率。由于$Q_L$>0，故电感吸收无功功率。

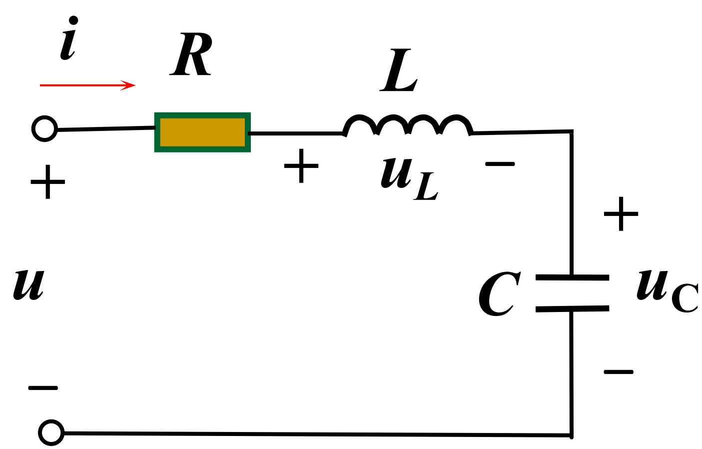


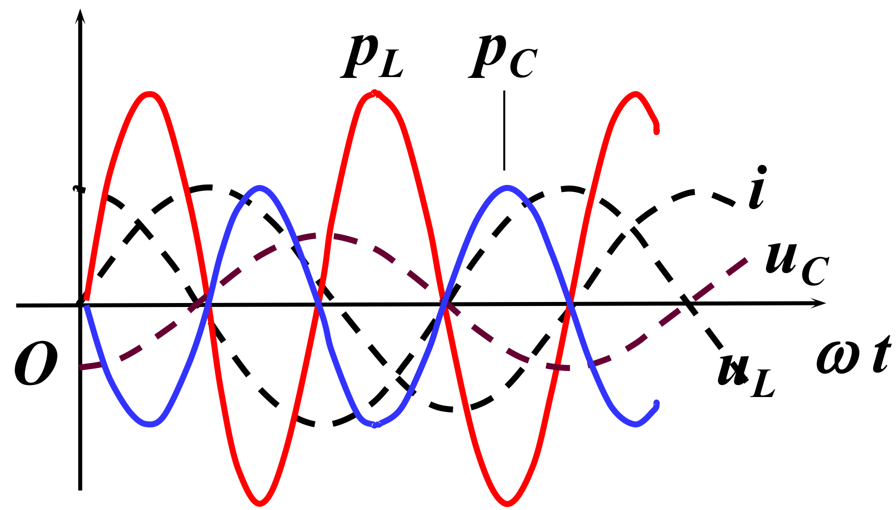

$P_C = UI\cos\varphi = Ui\cos(-90°) = 0$

$Q_C = UI\sin\varphi = UI\sin(-90°) = -UI$

对电容，$i$领先 $u$ 90°，故$P_C$=0，即电容不消耗有功功率。由于$Q_C$<0，故电容发出无功功率。

## 6. 电感、电容的无功补偿作用



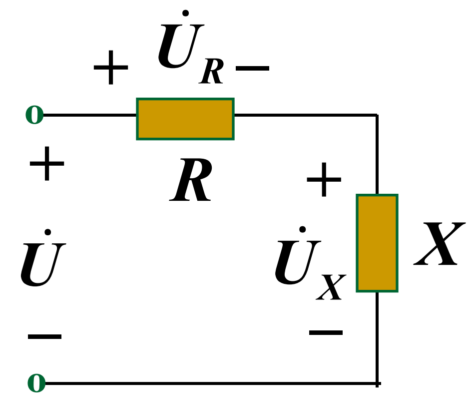

当$L$发出功率时，$C$刚好吸收功率，则与外电路交换功率为$p_L + p_C$。因此，$L$、$C$的无功具有互相补偿的作用。

# 7. 有功，无功，视在功率的关系

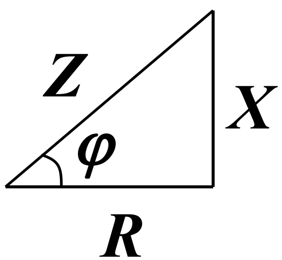
有功功率：$P = UI\cos\varphi$　　单位：W

无功功率：$Q = UI\sin\varphi$　　单位：var

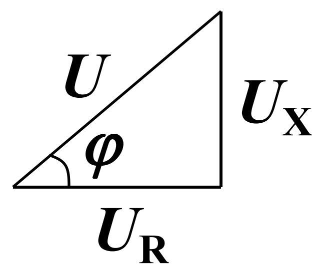
视在功率：$S = UI$　　单位：VA



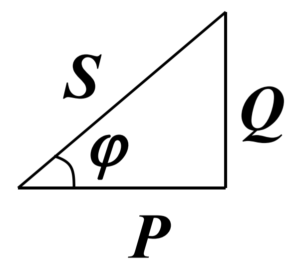

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$




阻抗三角形



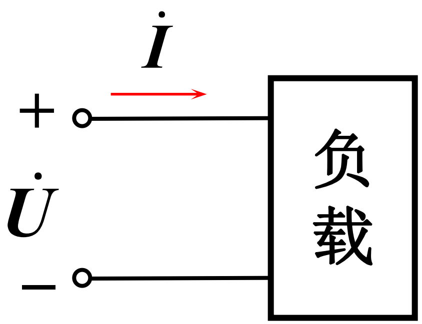

电压三角形




功率三角形

## 8. 复功率

为了用相量电压和电流来计算功率，引入“复功率”




$$\dot{U} = U\angle\Psi_u \quad , \qquad \dot{I} = I\angle\Psi_i$$

$$P = UI\cos(\Psi_u - \Psi_i) = UI\mathrm{Re}[e^{\mathrm{j}(\Psi_u - \Psi_i)}]$$

$$= \mathrm{Re}(Ue^{\mathrm{j}\Psi_u} \cdot Ie^{-\mathrm{j}\Psi_i})$$

$$\dot{U} \qquad \dot{I}^*$$

$$\boxed{P = \mathrm{Re}[\dot{U} \cdot \dot{I}^*]}$$

记 $\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^*$ 为复功率，单位 VA

则 $\tilde{S} = UI\angle(\Psi_u - \Psi_i) = UI\angle\varphi = S\angle\varphi$

$$= UI\cos\varphi + \mathrm{j}UI\sin\varphi$$

$$= P + \mathrm{j}Q$$ （其中 $Q = UI\sin\varphi$ 无功功率）

复功率 $\tilde{S}$ 也可以表示为以下式子：

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = Z\dot{I} \cdot \dot{I}^* = ZI^2$$

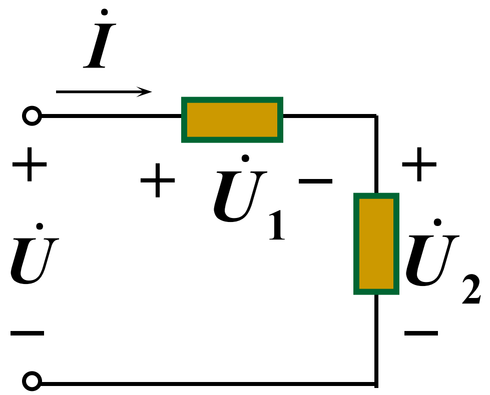
$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = \dot{U}(\dot{U}Y)^* = \dot{U} \cdot \dot{U}^* Y^* = U^2 Y^*$$

*复功率守恒定理*：**在正弦稳态下，任一电路的所有支路吸收的复功率之和为零。即**

$$\sum_{k=1}^{b} \tilde{S}_K = 0 \qquad \sum_{k=1}^{b} \dot{U}_k \dot{I}_k^* = 0$$

$$\sum_{k=1}^{b} (P_k + \mathrm{j}Q_k) = 0 \qquad \begin{cases} \sum_{k=1}^{b} P_k = 0 \\ \sum_{k=1}^{b} Q_k = 0 \end{cases}$$

## 注意：只有复功率守恒，而视在功率不守恒




$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = (\dot{U}_1 + \dot{U}_2)\dot{I}^*$$

$$= \dot{U}_1\dot{I}^* + \dot{U}_2\dot{I}^* = \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2$$

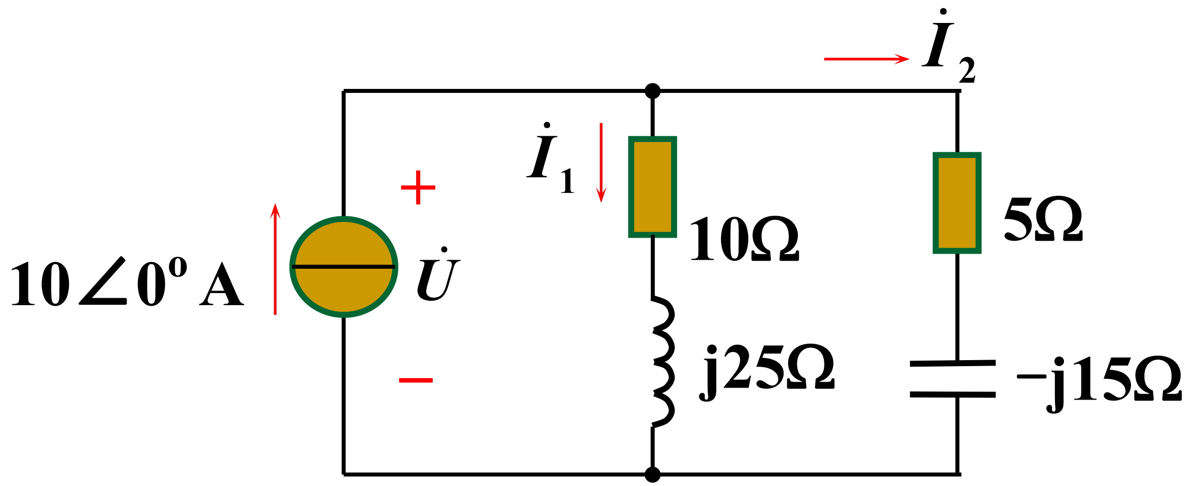
一般情况下：

$$\because U \neq U_1 + U_2$$

$$\therefore S \neq S_1 + S_2$$

$$S \neq \sum_{k=1}^{b} S_k$$

例. 已知如图，求各支路的复功率。




解：$\dot{U} = 10\angle 0^{\circ} \times [(10 + j25)//(5 - \mathrm{j}15)] = 236\angle(-37.1^{\circ})\ \ \mathrm{V}$

$$\tilde{S}_{发} = 236\angle(-37.1^{\circ}) \times 10\angle 0^{\circ} = 1882 - \mathrm{j}1424\ \ \mathrm{VA}$$

$$\tilde{S}_{1吸} = U^2 Y_1^* = 236^2 \left(\frac{1}{10 + j25}\right)^* = 768 + \mathrm{j}1920\ \ \mathrm{VA}$$

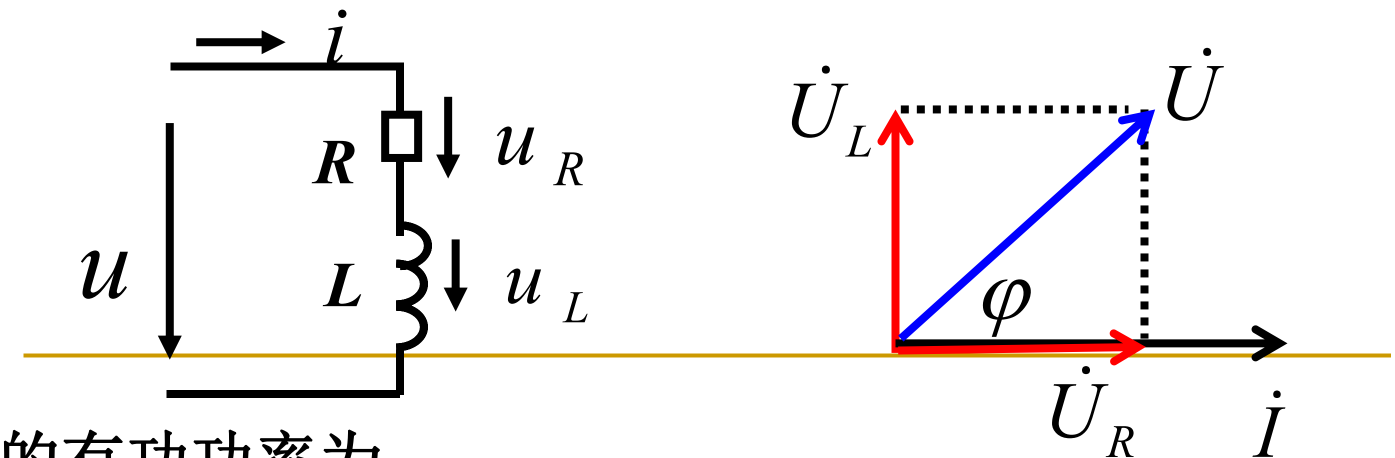
$$\tilde{S}_{2吸} = U^2 Y_2^* = 1113 - \mathrm{j}3345\ \ \mathrm{VA}$$

复功率守恒

# 11.2 功率因数的提高

## 1. 提高功率因数的意义

**$\cos\varphi$ 的意义:** 对电源利用程度的衡量




其中消耗的有功功率为:

$$\boxed{P = P_R = UI\cos\varphi}$$

当 $\cos\varphi < 1$ 时, 电路中发生能量互换, 出现无功功率 $Q = UI\sin\varphi$

这样引起两个问题:

## (1) 电源设备的容量不能充分利用

$$S_{\mathrm{N}} = U_{\mathrm{N}} \cdot I_{\mathrm{N}} = 1000\ \mathrm{kV \cdot A}$$

若用户：$\cos\varphi = 1$ 则电源可发出的有功功率为：

$$P = U_{\mathrm{N}} I_{\mathrm{N}} \cos\varphi = 1000\mathrm{kW}$$

无需提供无功功率。

若用户：$\cos\varphi = 0.6$ 则电源可发出的有功功率为：

$$P = U_{\mathrm{N}} I_{\mathrm{N}} \cos\varphi = 600\mathrm{kW}$$

而需提供的无功功率为: $Q = U_{\mathrm{N}} I_{\mathrm{N}} \sin\varphi = 800\mathrm{kvar}$

所以提高 $\cos\varphi$ 可使发电设备的容量得以充分利用

## （2）增加线路和发电机绕组的功率损耗

设输电线和发电机绕组的电阻为: $r$

$$P = UI\cos\varphi \ (P、U\text{定值})$$

$$I\uparrow = \frac{P}{U\cos\varphi\downarrow} \begin{cases} \Delta P\uparrow = I^2\uparrow r & \text{（损耗大）} \\ I\uparrow \longrightarrow A\uparrow & \text{（导线截面积大）} \end{cases}$$

所以提高 $\cos\varphi$ 可减小线路和发电机绕组的损耗

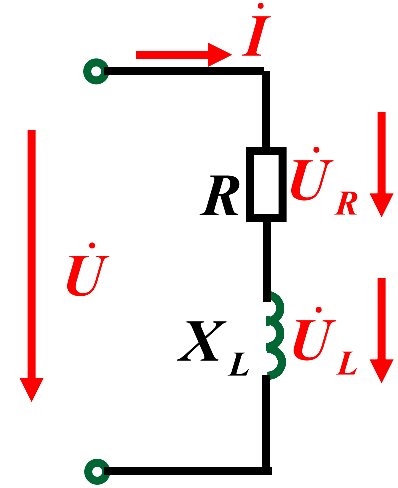
所以提高电网的功率因数对国民经济的发展有重要的意义。

## 2. 功率因数$\cos\varphi$低的原因

日常生活中多为感性负载---如电动机、日光灯，其等效电路及相量关系如右图。

$$Z=R+jX_L$$

$$L\uparrow \longrightarrow \omega L\uparrow \longrightarrow \varphi\uparrow \longrightarrow \cos\varphi\downarrow \longrightarrow I\uparrow$$




感性等效电路

例 40W220V白炽灯 $\boxed{\cos\varphi=1}$

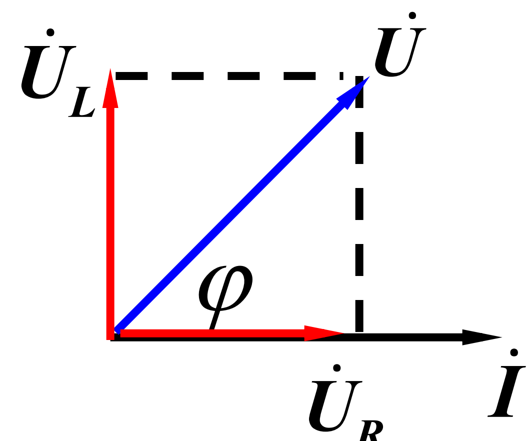
$$P=UI\cos\varphi$$

$$\Rightarrow I=\frac{P}{U}=\frac{40}{220}\text{ A}=0.182\text{ A}$$

40W220V日光灯 $\boxed{\cos\varphi=0.5}$

$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}=\frac{40}{220\times 0.5}\text{ A}=0.364\text{ A}$$

供电局一般要求用户的 $\boxed{\cos\varphi>0.85}$ 否则受处罚。




相量图

## 3、提高功率因数的办法

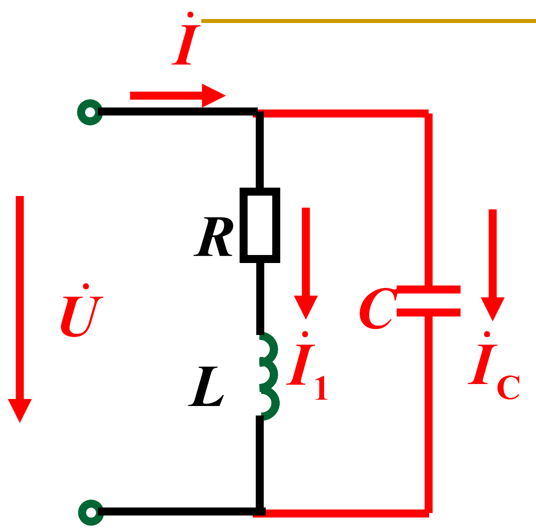
(1) 提高功率因数的原则：

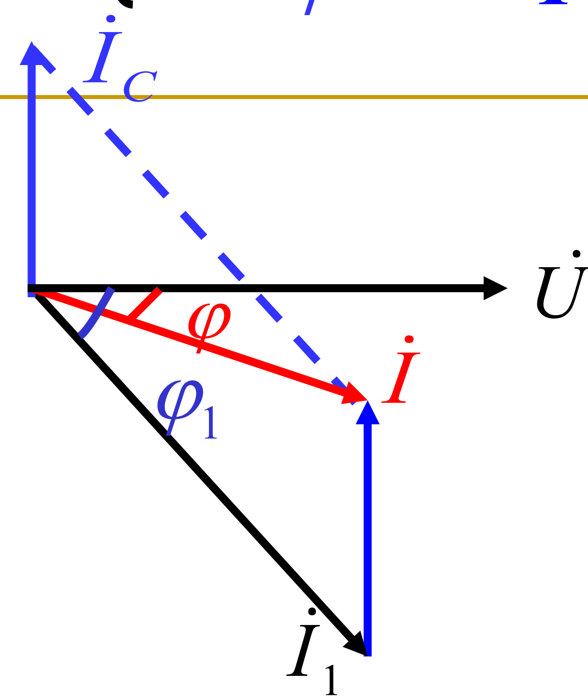
必须保证原负载的工作状态不变。即：加至负载上的电压和负载的有功功率不变。

(2) 提高功率因数的措施：

$$\begin{cases} \varphi\downarrow \longrightarrow \cos\varphi\uparrow \\ \cos\varphi\uparrow \longrightarrow I\downarrow \end{cases}$$

在感性负载两端并电容

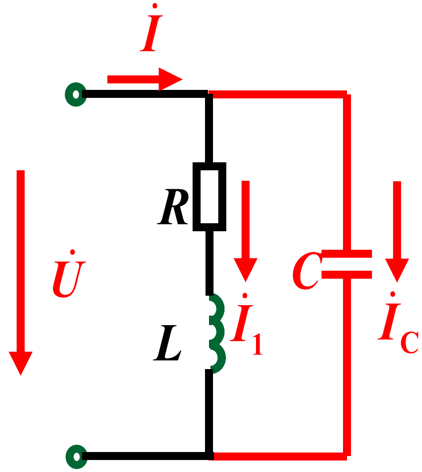


## (3) 并联电容C后电路发生的变化

1) 电路的总电流 $I$ ↓，电路总功率因数 $\cos\varphi$ ↑

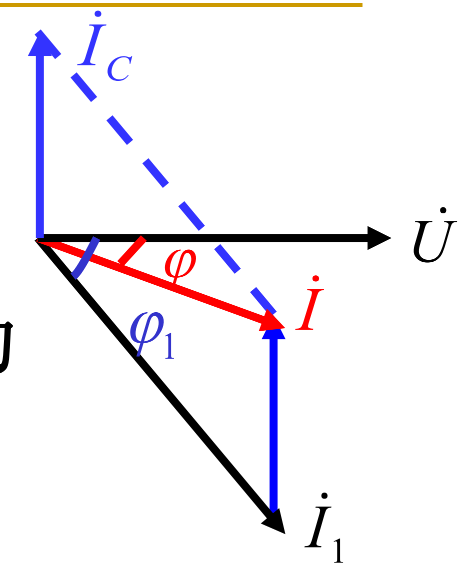
电路总视在功率 $S$ ↓




2) 原感性支路的工作状态不变：

感性支路的功率因数 $\cos\varphi_1$ 不变

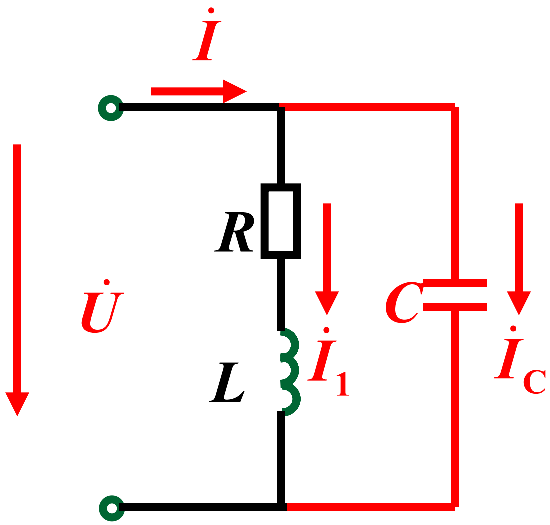
感性支路的电流不变



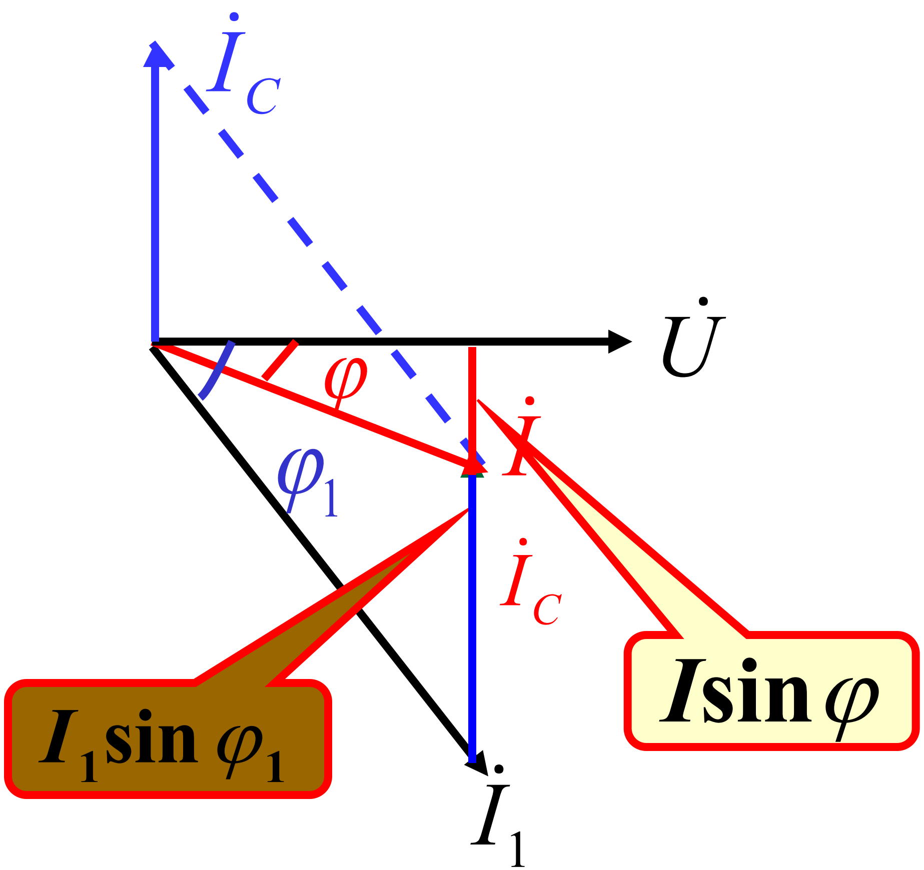

3) 电路总的有功功率不变

电路中电阻没有变，所以消耗的有功功率也不变。

## (4) 并联电容值的计算




相量图:




所以$I_C = U\omega C$

又由相量图可得:

$$I_C = I_1 \sin\varphi_1 - I\sin\varphi$$

即: $U\omega C = I_1 \sin\varphi_1 - I\sin\varphi$

$$U\omega C = \frac{P}{U\cos\varphi_1}\sin\varphi_1 - \frac{P}{U\cos\varphi}\sin\varphi$$

$$\boxed{C = \frac{P}{\omega U^2}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)}$$

例1:
一感性负载, 其功率$P$=10kW, $\cos\varphi=0.6$ ， 接在电压$U$=220V, $f$=50Hz的电源上。

(1) 如将功率因数提高到 $\cos\varphi=0.95$, 需要并多大的电容$C$, 求并$C$前后的线路的电流。

(2) 如将$\cos\varphi$ 从0. 95提高到1，试问还需并多大的电容$C$。

解：(1) $$C=\frac{P}{\omega U^2}(\tan\varphi_1-\tan\varphi)$$

$$\cos\varphi=0.6 \quad \text{即} \quad \varphi=53^\circ$$

$$\cos\varphi=0.95 \quad \text{即} \quad \varphi=18^\circ$$

所以$$C=\frac{10\times10^3}{314\times220^2}(\tan53^\circ-\tan18^\circ)\ \mathrm{F}=656\ \mu\mathrm{F}$$

并$C$前后的线路电流

并$C$前：$I_1 = \dfrac{P}{U\cos\varphi_1} = \dfrac{10\times10^3}{220\times0.6}\text{A} = 75.6\text{ A}$

并$C$后：$I = \dfrac{P}{U\cos\varphi} = \dfrac{10\times10^3}{220\times0.95}\text{A} = 47.8\text{ A}$

(2) $\cos\varphi$ 从0.95提高到1时所需增加的电容值

$$C = \frac{10\times10^3}{314\times220^2}(\tan18°-\tan0°)\text{F} = 213.6\ \mu\text{F}$$

可见：cosφ≈1时再继续提高，则所需电容值很大（不经济），所以一般不必提高到1。

## 例2:

已知电源$U_N$=220V，$f$=50Hz，$S_N$=10kV•A向$P_N$=6kW, $U_N$=220V, $\cos\varphi_N = 0.5$ 的感性负载供电，

（1）该电源供出的电流是否超过其额定电流？

（2）如并联电容将 $\cos\varphi$ 提高到0.9，电源是否还有富裕的容量？

解：(1) 电源提供的电流为：

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{6\times10^3}{220\times0.5}\mathrm{A} = 54.54\mathrm{A}$$

电源的额定电流为：

$$I_N = \frac{S_N}{U_N} = \frac{10\times10^3}{220}\mathrm{A} = 45.45\mathrm{A}$$

所以 $I > I_N$

该电源供出的电流超过其额定电流。

（2）如将 $\cos\varphi$ 提高到0.9后，电源提供的电流为：

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{6\times10^3}{220\times0.9}\text{A} = 30.3\text{A}$$

所以 $I < I_N$

该电源还有富裕的容量。即还有能力再带负载；所以提高电网功率因数后，将提高电源的利用率。

# 作业

11-4　11-8　11-11

# 11.3 电路的谐振

## 谐振的概念：

在同时含有*L*和*C*的交流电路中，如果总电压和总电流同相，称电路处于谐振状态。此时电路与电源之间不再有能量的交换，电路呈电阻性。

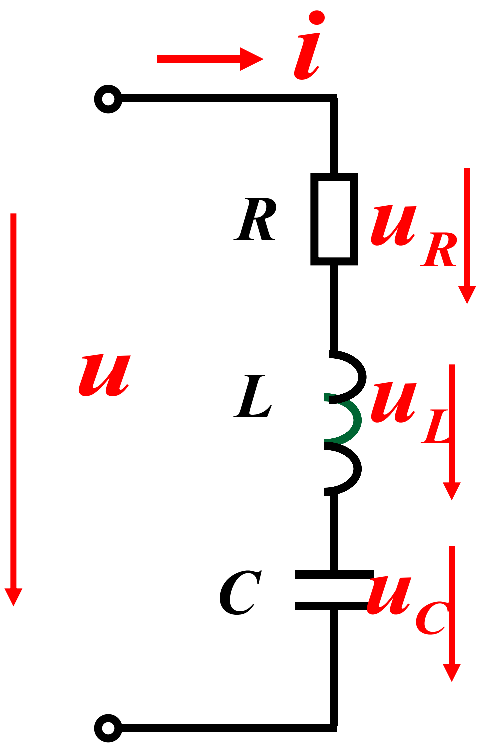
串联谐振：*L*与*C*串联时*u*、*i*同相

并联谐振：*L*与*C*并联时*u*、*i*同相

研究谐振的目的：一方面在生产上充分利用谐振的特点，(如在无线电工程、电子测量技术等许多电路中应用)。另一方面又要预防它所产生的危害。

# 一 串联谐振

串联谐振电路




## 1. 谐振条件

由定义，谐振时： $\dot{U}$、$\dot{I}$ 同相

即 $\varphi = \arctan\dfrac{X_L - X_C}{R} = 0$

谐振条件： $X_L = X_C$

或： $\boxed{\omega_o L = \dfrac{1}{\omega_o C}}$

谐振时的角频率

## 2. 谐振频率

根据谐振条件：$\omega_o L = \dfrac{1}{\omega_o C}$

或： $2\pi f_0 L = \dfrac{1}{2\pi f_0 C}$ 可得谐振频率为：

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \quad \text{或} \quad \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

电路发生谐振的方法：

(1) 电源频率$f$一定，调参数$L$、$C$使$f_0=f$;

(2) 电路参数$LC$一定，调电源频率$f$，使$f=f_0$

## 3. 串联谐振特征

### (1) 阻抗最小

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$$

### (2) 电流最大

当电源电压一定时：$I = I_0 = \dfrac{U}{R}$

### (3) $\dot{U}$、$\dot{I}$ 同相

$$\varphi = \arctan\frac{X_L - X_C}{R} = 0$$

电路呈电阻性，能量全部被电阻消耗，$Q_L$和 $Q_C$ 相互补偿。即电源与电路之间不发生能量互换。

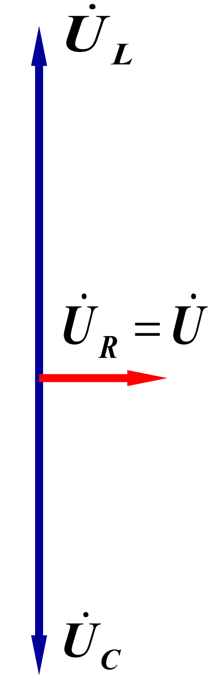
## (4) 电压关系（电压谐振）

电阻电压：$U_R = I_0 R = U$

电容、电感电压：$\dot{U}_L = -\dot{U}_C$

$$\boxed{U_L = I_0 X_L = U_C = I_0 X_C}$$

大小相等、相位相差180°




当 $X_L = X_C >> R$时：

有：$U_L = U_C >> U_R = U$

$U_C$、$U_L$将大于电源电压$U$

由于 $U_L = U_C >> U$ 可能会击穿线圈或电容的绝缘，因此在电力系统中一般应避免发生串联谐振，但在无线电工程上，又可利用这一特点达到选择信号的作用。

令：

$$Q=\frac{U_L}{U}=\frac{U_C}{U}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 RC}$$

$Q$品质因数，表征串联谐振电路的谐振质量

有：$U_L=U_C=QU$

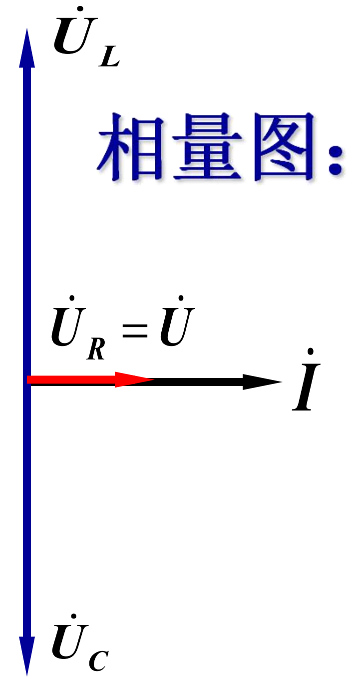
所以串联谐振又称为电压谐振。

注意

谐振时：$\dot{U}_L$与$\dot{U}_C$相互抵消，但其本身不为零，而是电源电压的$Q$倍。

$$
\begin{cases}
U_L = I_0 X_L = \dfrac{\omega_0 L}{R} U = QU \\
U_C = I_0 X_C = \dfrac{1}{\omega_0 C R} U = QU
\end{cases}
$$

相量图：




如$Q$=100,$U$=220V, 则在谐振时

$$U_L = U_C = QU = 22000\text{V}$$

所以电力系统应避免发生串联谐振

## 4. 谐振曲线

### (1) 串联电路的阻抗频率特性

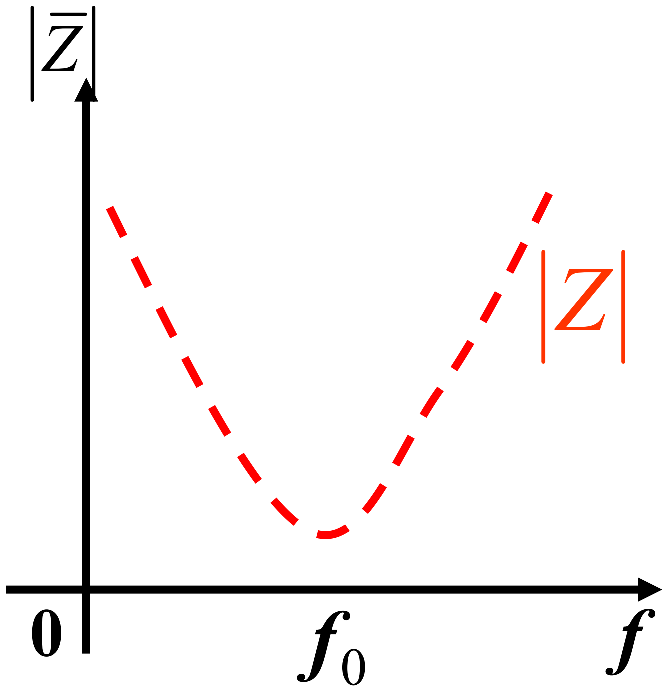
阻抗随频率变化的函数关系：

$$Z = R + \mathrm{j}(X_L - X_C)$$

$$X_L = wL = 2\pi f L$$

$$X_C = \frac{1}{wC} = \frac{1}{2\pi fC}$$

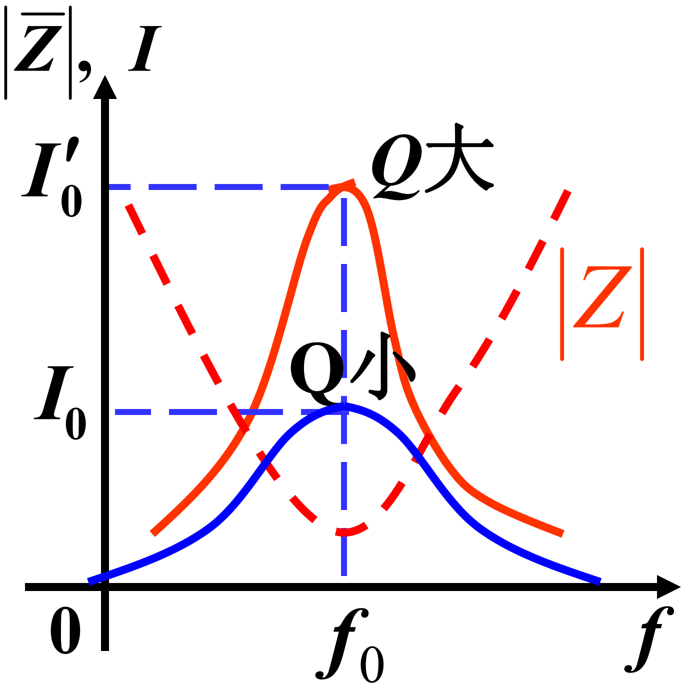
$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2}$$



## (2) 谐振曲线

电流随频率变化的关系曲线。

$$I(\omega)=\frac{U}{|Z|}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}}$$




谐振电流 $I_0=\frac{U}{R}$

分析： $R\downarrow\rightarrow\begin{cases}I_0\uparrow\\ Q\uparrow=\dfrac{\omega_0 L}{R\downarrow}\end{cases}$

电路具有选择最接近谐振频率附近的电流的能力——选择性

$Q$值越大，曲线越尖锐，选择性越好。

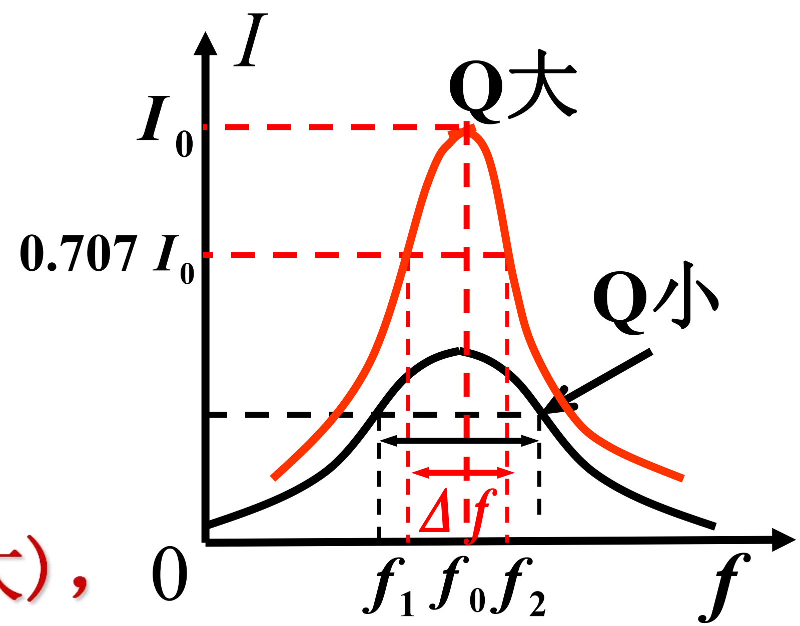
## (3) 通频带（了解）

当电流下降到0.707$I_0$时所对应的上下限频率之差，称通频带。即：$\triangle f = f_2 - f_1$

$f_0$：谐振频率

$f_1$：下限截止频率

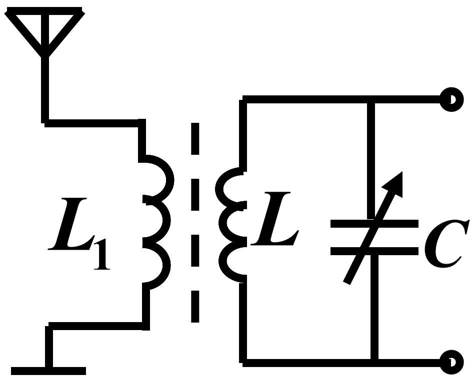
$f_2$：上限截止频率



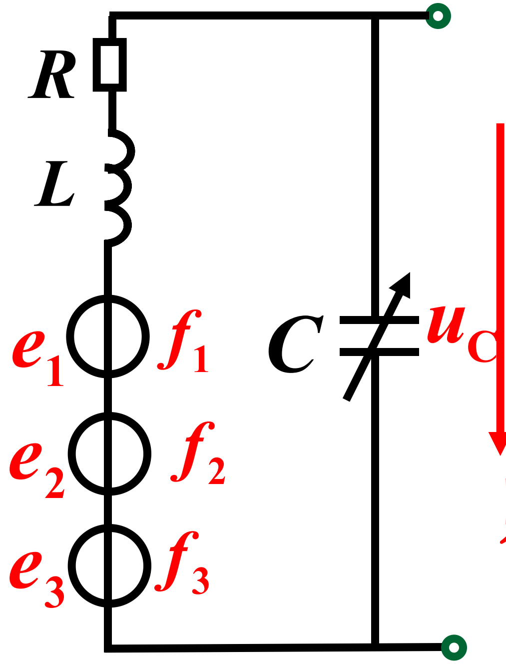

通频带宽度越小（Q值越大），选择性越好，抗干扰能力越强。

# 5. 串联谐振应用举例

接收机的输入电路




电路图




等效电路

调C，对所需信号频率产生串联谐振

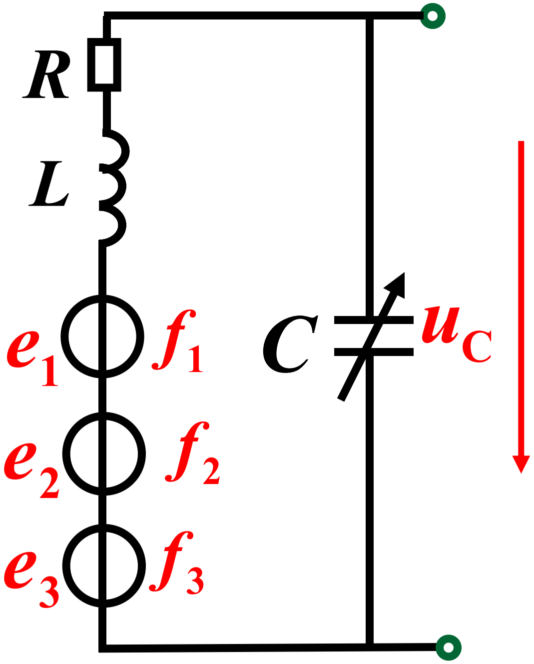
则 $I_0 = I_{max} \Rightarrow$

$U_C = QU$ 最大

- $L_1$：接收天线
- $LC$：组成谐振电路

$e_1$、$e_2$、$e_3$ 为来自3个不同电台(不同频率)的电动势信号；

例1：(1)若要收听 $e_1$ 节目，$C$应配多大？




已知：$L = 0.3\,\mathrm{mH}$、$R = 16\Omega$

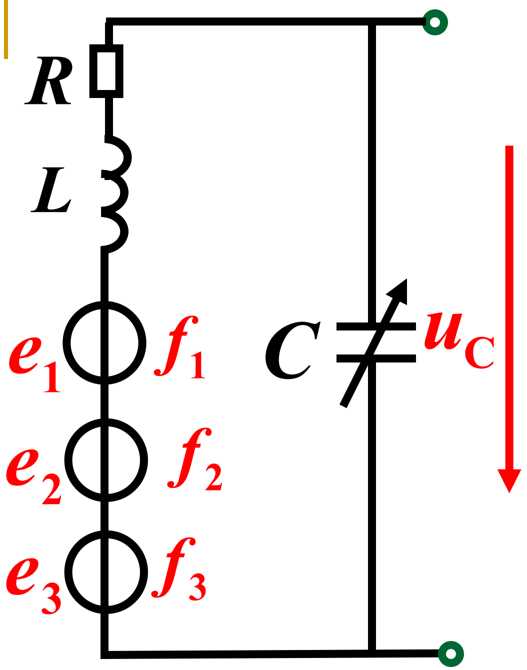
$$f_1 = 640\mathrm{kHz}$$

解：$$f_0 = f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

则：$$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L}$$

$$\boxed{C = \frac{1}{\left(2\pi \times 640 \times 10^3\right)^2 \times 0.3 \times 10^{-3}} = 204\mathrm{pF}}$$

结论：当$C$调到204pF时，可收听到 $e_1$ 的节目。




(2)$e_1$信号在电路中产生的电流有多大？在$C$上产生的电压是多少？

已知： $E_1 = 2\ \mu V$

解：已知电路在 $f_1 = 640\text{kHz}$ 时产生谐振

这时 $I = E_1 / 16 = 0.13\,\mu A$

所需信号被放大了78倍

$$X_L = X_C = \omega L = 2\pi f_1 L = 1200\,\Omega$$

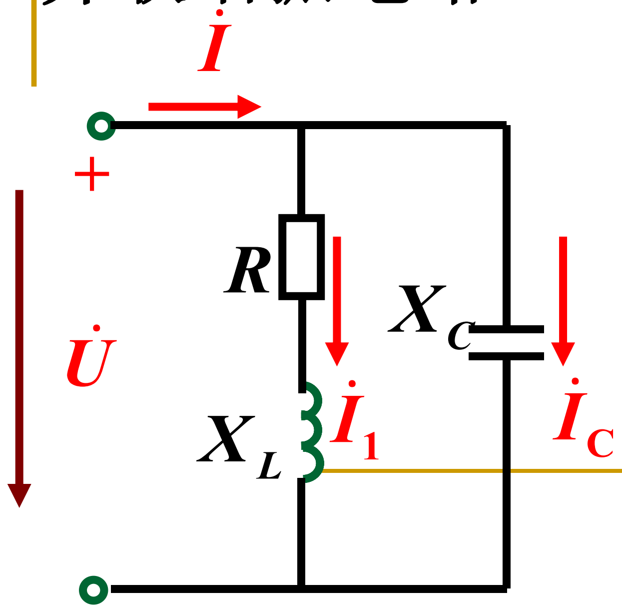
$$U_{C1} = I X_C = 156\,\mu V$$

$$Q = \frac{U_{C1}}{E_1} = \frac{156}{2} = 78$$

# 二　并联谐振

## 1. 谐振条件

并联谐振电路：




由定义，谐振时：　$\dot{U}$、$\dot{I}$ 同相

$$Z=\frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}(R+\mathrm{j}\omega L)}{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+(R+\mathrm{j}\omega L)}=\frac{R+\mathrm{j}\omega L}{1+\mathrm{j}\omega RC-\omega^2 LC}$$

实际中线圈的电阻很小，$\omega_0 L >> R$

电阻可以忽略

$$Z\approx\frac{\mathrm{j}\omega L}{1-\omega^2 LC+\mathrm{j}\,\omega RC}=\frac{1}{RC/L+\mathrm{j}\,(\omega C-1/\omega L)}$$

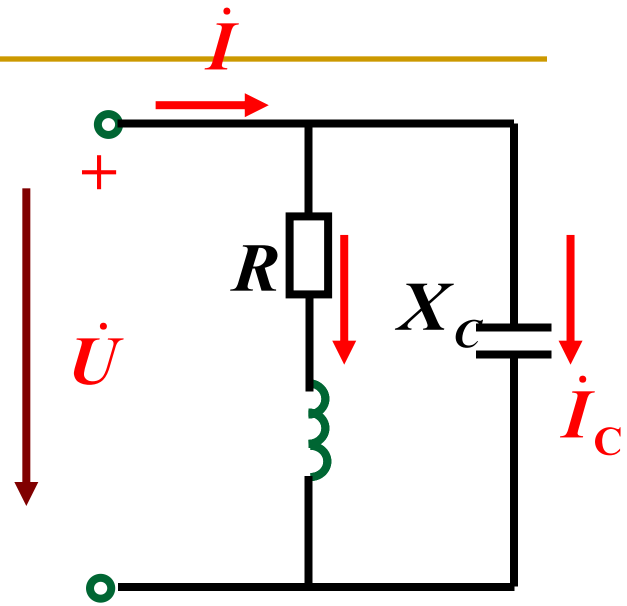
$$\boxed{\text{谐振条件：}\ \omega_0 C-\frac{1}{\omega_0 L}\approx 0}$$

## 2. 谐振频率

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

或

$$f = f_0 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$




电路发生谐振的方法：

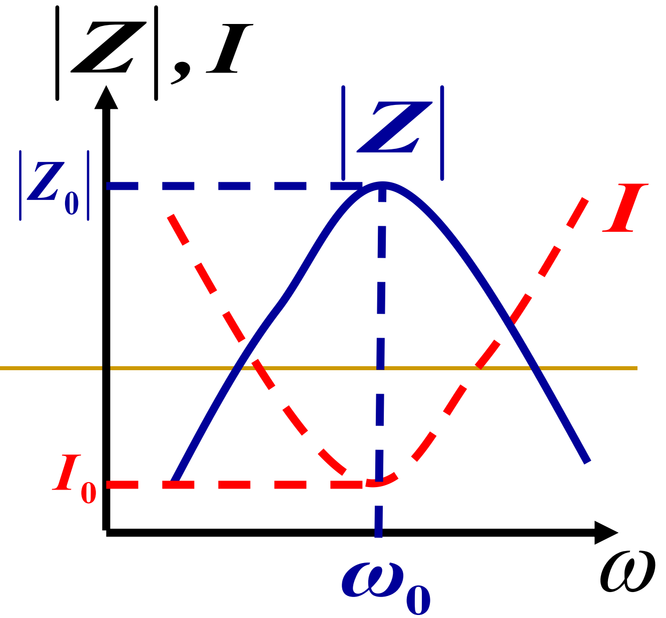
(1) 电源频率$f$一定，调参数$L$、$C$使$f_0$=$f$；

(2) 电路参数$LC$ 一定，调电源频率 $f$，使 $f = f_0$

## 3. 并联谐振的特征

(1) 阻抗最大，呈电阻性

$$|Z_0| = \frac{L}{RC}$$




(2) 总电流最小

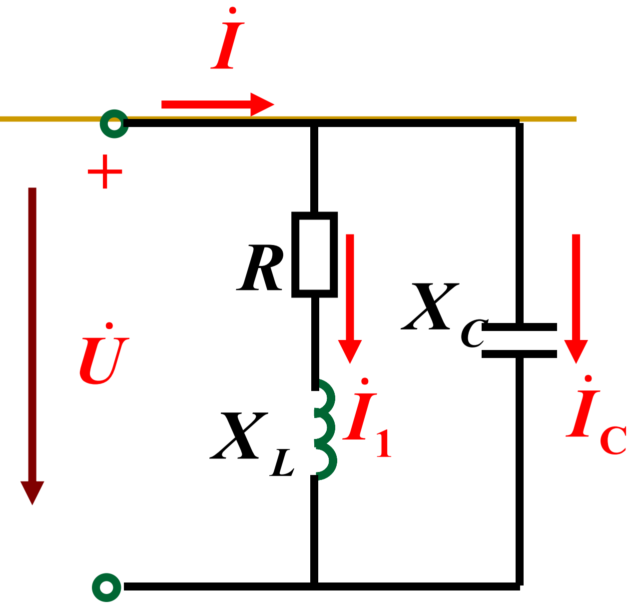
$$I = I_0 = \frac{U}{L/RC} = \frac{U}{|Z_0|}$$

## (3) 支路电流与总电流的关系

当$\omega_0 L >> R$时，

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L)^2}} \approx \frac{U}{2\pi f_0 L}$$

$$I_C = \frac{U}{\dfrac{1}{2\pi f_0 C}} = U \cdot 2\pi f_0 C$$




$$\boxed{I_1 \approx I_C >> I_0}$$

并联支路电流近似相等，但是远远大于总电流。

$$\boxed{\text{并联谐振又称为电流谐振}}$$

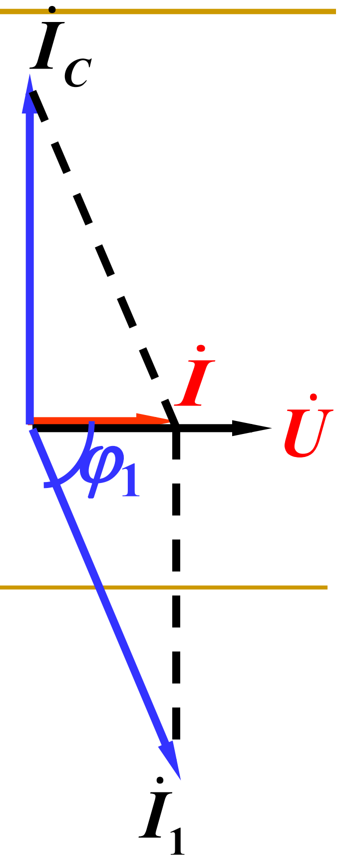
## (4) 品质因数

相量图

$$Q=\frac{I_C}{I_0}=\frac{U(2\pi f_0 C)}{U/|Z_0|}$$

$$=\frac{2\pi f_0 L}{R}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 CR}$$

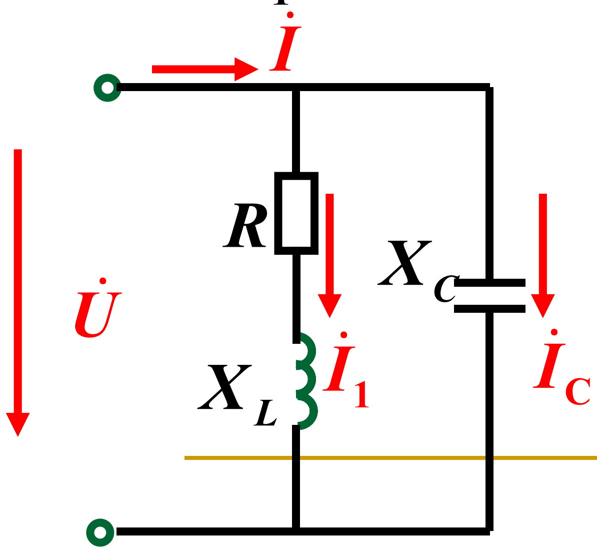
$$\boxed{\therefore I_1\approx I_C=QI_0}$$

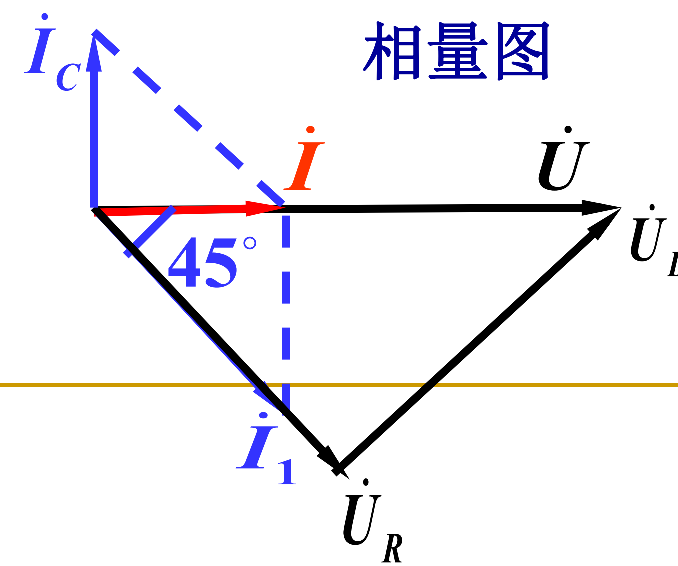



支路电流是总电流的$Q$倍 —— 电流谐振

例：电路如图：已知 $R$=10 Ω、$I_C$=1A、$\varphi_1$ =45°（ $\dot{U},\dot{I}_1$ 间的相位角）、$f$=50Hz、电路处于谐振状态。

试计算 $I$、$I_1$、$U$、$L$、$C$之值，并画相量图。




解：利用相量图结合标量式求解

由相量图可知电路谐振，则：$I_1 \sin\varphi_1 = I_C$ 因为$I_C = 1\text{A}$

所以 $I_1 = \dfrac{I_C}{\sin 45°} = 1.414 = \sqrt{2}\,\text{A}$ $\quad I = I_C = 1\ \text{A}$

又：$\varphi_1 = 45°$、$R = 10\Omega$

所以 $X_L = R = 10\ \Omega$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{10}{314}\text{H} = 0.0318\,\text{H}$$

所以 $U = I_1\sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{2} \times 10\sqrt{2}\,\text{V} = 20\,\text{V}$

$$X_C = \frac{U}{I_2} = \frac{20}{1}\Omega = 20\ \Omega$$

所以 $C = \dfrac{1}{2\pi f X_C} = 159\ \mu\text{F}$