

班级	
姓名	

## 练习八

1. 求下列函数在指定点  $z_0$  处 Taylor 展式。

(1)  $\frac{1}{4-3z}$ ,  $z_0 = 1+i$

(1)  $\sin z$ ,  $z_0 = 1$

2. 将下列各函数在指定圆环域内展为 Laurent 级数。

(1)  $z^2 e^{\frac{1}{z}}$ ,  $0 < |z| < \infty$

$$(2) \frac{z^2 - 2z + 5}{(z-2)(z^2+1)}, 1 < |z| < 2$$

3. 将  $\frac{1}{(z^2+1)^2}$ ，在  $z=i$  的去心邻域内展为 Laurent 级数。

4. 证明在  $f(z) = \cos(z + \frac{1}{z})$  以  $z$  的各幂表出的 Laurent 展开式中的各系数为：

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2\cos\theta) \cos n\theta d\theta, \quad n=0, \pm 1, \dots$$

提示：令  $C$  为单位圆  $|z|=1$ ，在  $C$  上取积分变量  $z = e^{i\theta}$ ，则  $z + \frac{1}{z} = 2\cos\theta, dz = ie^{i\theta} d\theta$ 。

#### \*5. 思考题

(1) 实变量函数中函数展成 Taylor 级数和复变量函数中函数展开为 Taylor 级数的条件有什么不同？

(2) 确定  $f(z)$  的 Taylor 级数的收敛半径时，应注意什么？奇点为什么在收敛圆周上？

(3) Laurent 级数与 Taylor 级数有何关系？