

### 练习三

班级	
姓名	

1、用导数定义，求  $f(z)=z\operatorname{Re}z$  的导数。

2. 下列函数在何处可导？何处不可导？何处解析？何处不解析？

(1)  $f(z)=\frac{1}{z}$

(2)  $f(z)=x^3-3xy^2+i(3x^2y-y^3)$

3. 设  $my^3+nx^2y+i(x^3+ly^2)$  为解析函数，试确定  $l, m, n$  的值。

4. 设  $f(z)$  在区域  $D$  内解析，试证明在  $D$  内下列条件是彼此等价的。

(1)  $f(z)=\text{常数}$ ;                      (2)  $f'(z)=0$ ;                      (3)  $\operatorname{Re} f(z)=\text{常数}$ ;

- (4)  $\operatorname{Im} f(z)$  = 常数;                      (5)  $\overline{f(z)}$  解析;                      (6)  $|f(z)|$  = 常数。

\*5. 思考题:

- (1) 复变函数  $f(z)$  在一点  $z_0$  可导与在  $z_0$  解析有什么区别?
- (2) 函数  $f(z)$  在区域  $D$  内解析与  $f(z)$  在区域  $D$  内可导有无区别?
- (3) 用 C-R 条件判断  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  解析时应注意些什么?
- (4) 判断复变函数的可导性或解析性一般有哪些方法