

第9周作业

A: 练习册 练习十二和练习十三

B: 要求抄题, 用 A4 大小的纸作答, 要求书写工整, 答题纸整洁

一、判断题. A 为 $m \times n$ 矩阵,

(1) 若 A 存在属于特征值 λ 的 n 个线性无关的特征向量, 则 $A = \lambda I$. ()

(2) A 与 A^T 有相同的特征值. ()

(3) 设 A 为 n 阶方阵, λ_1, λ_2 是其特征值, ξ_1, ξ_2 是 A 的分别属于 λ_1, λ_2 的特征向量. 若 $\lambda_1 \neq \lambda_2$, 则 $\xi_1 + \xi_2$ 一定不会是 A 的特征向量. ()

(4) 若 X 是 A 属于特征值 λ 的特征向量, 则对任意可逆矩阵 P , $P^{-1}X$ 是 A 的相似矩阵 $B = PAP^{-1}$ 的属于特征值 λ 的特征向量. ()

(5) λ 同为 A, B 的特征值, 则 λ 同为 $A+B$ 的特征值. ()

(6) $|A|=0$, 则 A 有特征值 0. ()

二. 解答题: 求参数 x 的值, 使 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 相似于对角矩阵

三、证明题:

1. 证明 n 阶方阵 A 的非零特征值对应的特征向量是矩阵 A 的列向量的线性组合.

2. A 为 n 阶方阵, 满足 $A^2 - 2A - 3I = 0$, 证明

1) A 可逆; 2) A 可相似对角化.

C: 选做题, 用 A4 大小的纸作答, 要求书写工整, 答题纸整洁

1.(上周结论的推广): 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, B 为 $n \times m$ 矩阵, $m \geq n$, 则

$$|\lambda I - AB| = \lambda^{m-n} |\lambda I - BA|.$$