

## 第7周作业

A: 练习册 练习十

B: 要求抄题, 用 A4 大小的纸作答, 要求书写工整, 答题纸整洁

### 1、选择题

1)  $A$  为  $m \times n$  矩阵,  $B$  为  $n \times m$  矩阵, 则方程组  $(AB)X=0$  ( ).

(A) 当  $n > m$  时仅有零解 (C) 当  $m > n$  时仅有零解

(B) 当  $n > m$  时必有非零解 (D) 当  $m > n$  时必有非零解

2)  $A$  为  $n$  阶方阵,  $r(A)=n-3$ , 且  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是  $AX=0$  的三个线性无关的解向量, 则  $AX=0$  的基础解系为 ( )

(A)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$  (C)  $\alpha_1 - 2\alpha_2, \alpha_2 - \frac{1}{2}\alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$

(B)  $\alpha_2 - \alpha_1, \alpha_3 - \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_3$  (D)  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_2 - \alpha_3, 2\alpha_3 + \alpha_1$

3)  $A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]$  是 4 阶矩阵,  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 若

$[1, 0, 1, 0]^T$  是方程组  $AX=0$  的一个基础解系, 则  $A^*X=0$  的基础解系可为 ( ).

(A)  $\alpha_1, \alpha_3$  (B)  $\alpha_1, \alpha_2$  (C)  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  (D)  $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

2. 解答题: 设齐次线性方程组 
$$\begin{cases} ax_1 + bx_2 + bx_3 + \cdots + bx_n = 0 \\ bx_1 + ax_2 + bx_3 + \cdots + bx_n = 0 \\ \dots \dots \dots \\ bx_1 + bx_2 + bx_3 + \cdots + ax_n = 0 \end{cases}$$

其中  $a \neq 0, b \neq 0, n > 3$ . 试讨论  $a, b$  取何值, 此方程组仅有零解、无穷解? 在有无穷多组解时, 求出全部解, 并用基础解系表示全部解.

3、证明题: 设  $A, B$  均为  $n$  阶方阵,  $r(A) + r(B) < n$ , 证明: 齐次线性方程组  $AX=0$  与  $BX=0$  有非零公共解.

4. 课堂上两个未做完的例题.

C: 选做题, 用 A4 大小的纸作答, 要求书写工整, 答题纸整洁

1. 证明  $(A^*)^* = |A|^{n-2}A$ , 若  $|A| = 0$  也成立.