

练 习 十

班级	
姓名	

1. 求下列函数在指定点处的留数.

$$(1) \frac{1}{(z-1)(z+1)^2}, z = \pm 1 \quad (2) \frac{1-e^{2z}}{z^4}, z = 0$$

2. 求下列函数在孤立奇点处的留数.

$$(1) \frac{\sin 2z}{(z+1)^3} \quad (2) \frac{1}{z \sin z}$$

$$(3) \frac{e^{\frac{1}{z}}}{1-z} \quad (4) e^{z+\frac{1}{z}}$$

3. 判定 $z = \infty$ 是下列函数的什么奇点, 并求出在 ∞ 的留数.

$$(1) z + \frac{1}{z} \quad (2) \sin z - \cos z$$

4. 利用留数计算下列复积分

$$(1) \oint_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{e^z}{(z-1)(z+3)^2} dz$$

$$(2) \oint_{|z|=1} \frac{dz}{(z-a)^n(z-b)^n} \quad (n \text{ 为整数}, |a| \neq 1, |b| \neq 1, |a| < |b|)$$

$$(3) \oint_{|z|=3} \frac{z^{15}}{(z^2+1)^2(z^4+2)^3} dz$$

*5. 思考题

(1) 留数的各种求法的理论根据是什么?

(2) 有限可去奇点的留数为 0, 当 ∞ 为函数 $f(z)$ 的可去奇点时, 留数是否一定为 0?