Übungen zur Vorlesung “Physik des Universums”

Wintersemester 2016/17

Übungsblatt Nr. 4

Ausgabe: 17.11.2016/21.11.2016 Besprechung: 24.11.2016/28.11.2016

Aufgabe 1: Wasser in Molekülwolken

Die Wassermoleküle, die sich nun in Ihrem Körper befinden, waren früher einmal Teil einer Molekülwolke. Nur etwa ein Millionstel der Masse einer Molekülwolke besteht aus Wassermolekülen und die Massendichte der Wolke beträgt etwa $10^{-21}\,\mathrm{g/cm^3}$. Bestimmen Sie, wie groß das Volumen der Molekülwolke ist, die dieselbe Menge Wasser enthält, wie Ihr Körper. Wie groß ist das Volumen im Vergleich zum Volumen der Erde?

Lösung

Annahme: 70 kg, 50% Wasser, also 35 kg Wasser. Also $3{,}5 \times 10^{31}\mathrm{cm}^3$.
Volumen der Erde: $1.1 \times 10^{27}\mathrm{cm}^3$. Die entsprechende Wuerfelkantenlaenge von 327 106 km ist fast so gross wie die Entfernung zum Mond (384400 km).

Aufgabe 2: Masse und Druck der Atmosphäre

a) Wie groß ist die Masse der Erdatmosphäre? Sie können ausnutzen, dass 1 bar dem Druck entspricht, der (bei der Schwerkraft der Erde) von ca. 10 000 Kilogramm ausgeübt wird, die auf einen Quadratmeter drücken.

Lösung

Jeder Quadratmeter der Erde unterliegt aufgrund der darüberliegenden Atmosphäre diesem Druck. Da $A = 4\pi R^2 = 5{,}1 \times 10^8\,\mathrm{km}^2$, ist $M_{\mathrm{atmo}} = 5{,}1 \times 10^{18}\,\mathrm{kg}$.

b) Viele Planetologen halten es für möglich, dass die Ozeane der Erde während des schweren Bombardements kurz nach ihrer Entstehung zeitweise “verkocht” waren. Welcher Atmosphärendruck würde herrschen, wenn die heutigen Ozeane in Dampf verwandelt würden? Die Ozeane bedecken heute 75% der Erdoberfläche bei einer mittleren Tiefe von 3,5 Kilometern; die Dichte von Wasser beträgt 1000 Kilogramm pro Kubikmeter.

Lösung

$V = 4 * \pi * (6378\text{km})^2 * 0.75 * 0.35\text{km} = 1.34 \times 10^9\text{km}^3 = 1.34 \times 10^{18}\text{m}^3$.
$M_{\text{Wasser}} = V\rho = 1.34 \times 10^{21}\text{kg}$
$P = M_{\text{Wasser}}/M_{\text{atmo}} = 262\,\text{bar}$

Aufgabe 3: Doppelsternsystem α Cen

Die Sterne des Doppelsternsystems α Centauri haben den scheinbaren Abstand $\alpha = 17{,}1''$ Die jährliche Parallaxe des Systems beträgt p = 0,758″. Für die Umlaufdauer ermittelt man $T = 80{,}1$ a und für $a_B : a_A = 1{,}22$. Berechnen Sie die Massen m_A und m_B.

Lösung

$$\frac{a}{r} = \arctan(\alpha) \quad \text{und} \quad \frac{1\,\text{AE}}{r} = \arctan(p)$$

$$a = \frac{\arctan(\alpha)}{\arctan(p)}\,\text{AE} = \frac{\alpha}{p}\,\text{AE} = 23{,}4\,\text{AE} = 3{,}48 \cdot 10^{12}\ \text{m}$$

$$m_\text{A} + m_\text{B} = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2} = 3{,}9 \cdot 10^{30}\ \text{kg} \approx 2 \cdot m_\text{S}$$

Mit $a_B : a_A = 1{,}22$ ergibt sich:

$m_\text{A} = 1{,}22 \cdot m_\text{B}$
$\Rightarrow 2{,}22 \cdot m_\text{B} = 3{,}9 \cdot 10^{30}\ \text{kg}$
$\Rightarrow m_\text{B} = 1{,}8 \cdot 10^{30}\ \text{kg} \approx 0{,}95 \cdot m_\text{S}$ und
$m_\text{A} = 2{,}1 \cdot 10^{30}\ \text{kg} \approx 1{,}1 \cdot m_\text{S}$

Aufgabe 4: Quadratbogensekunde

Wieviele Quadrat-Bogensekunden enthält der Raumwinkel 1 sr?

Lösung

$1'' = 1/3600 * \pi/180 = 4.85 \times 10^{-6}\text{rad}$
$1/(4.85 \times 10^{-6})^2 = 4.25 \times 10^{10}$

Aufgabe 5: Magnitudendifferenz

a) Zwei Sterne haben die scheinbaren Helligkeiten $m_V(A) = 6\,\text{mag}$ und $m_V(B) = 1\,\text{mag}$. Berechnen Sie das Verhältnis ihrer ankommenden Strahlungsleistung pro m^2 auf der Erde.

Lösung

Es gilt $E1/E2 = 10^{(m2-m1)/2,5} \quad \rightarrow \quad E1/E2 = 10^{(6-1)/2,5} = 10^2 = 100$
Die ankommende Strahlungseistung pro m^2 des um 5 Magnituden helleren Sterns ist 100 mal so groß.

b) Berechnen Sie, um welchen Faktor sich die Strahlungsleistung pro m^2 von Sonne ($-26{,}7$ mag) und Vollmond ($-12{,}5$ mag) unterscheiden.

Lösung

Es gilt $E1/E2 = 10^{(m_2-m_1)/2,5} \quad \rightarrow \quad E1/E2 = 10^{(14,2/2,5)} = 10^{5,68} = 4{,}8 \cdot 10^5$
Die ankommende Strahlungseistung pro m^2 der Sonne ist also 480 000 mal größer als die des Vollmondes.