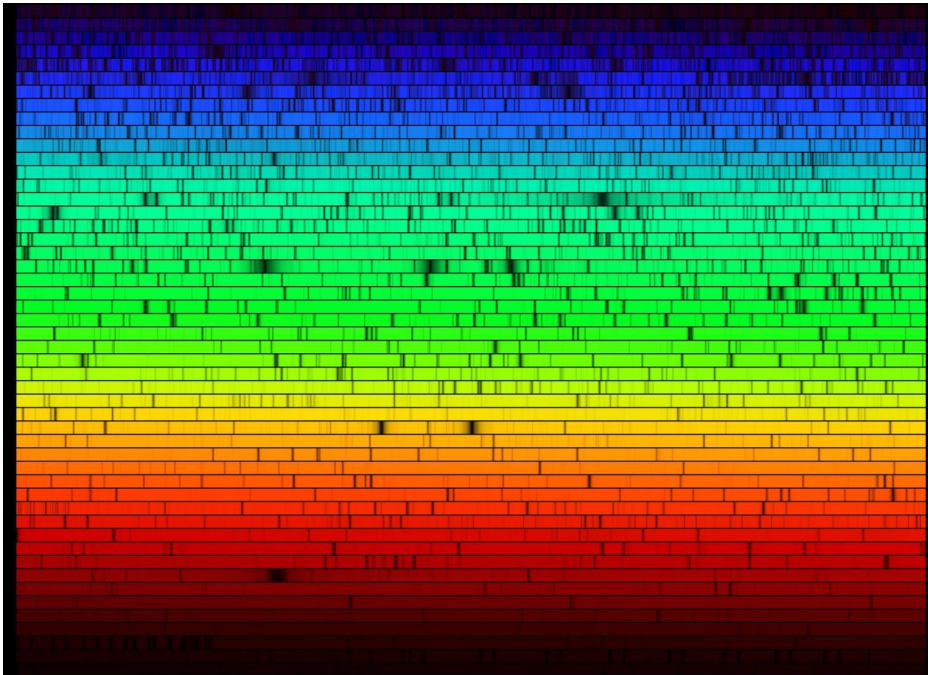
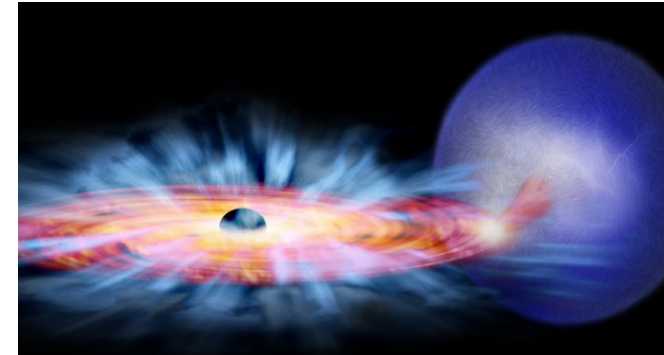
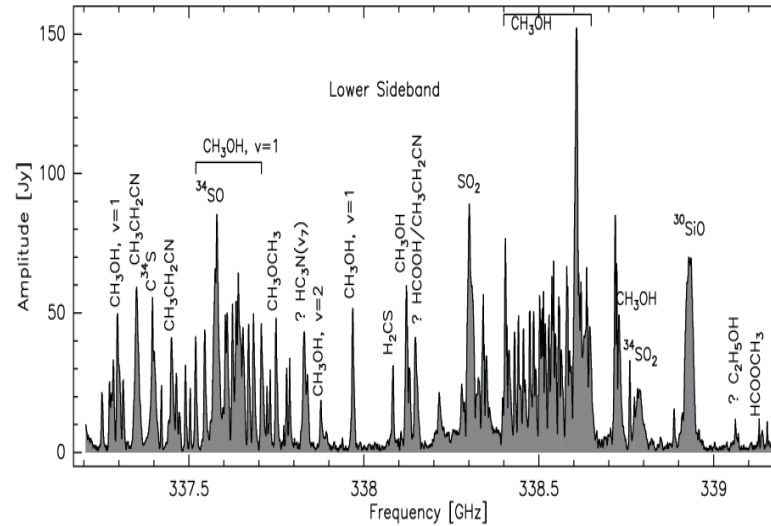
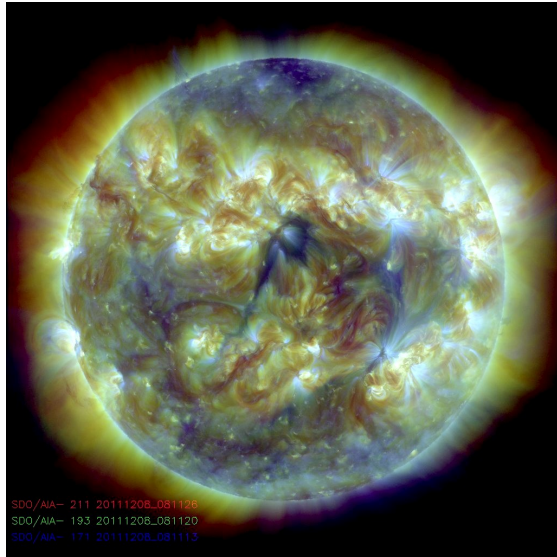


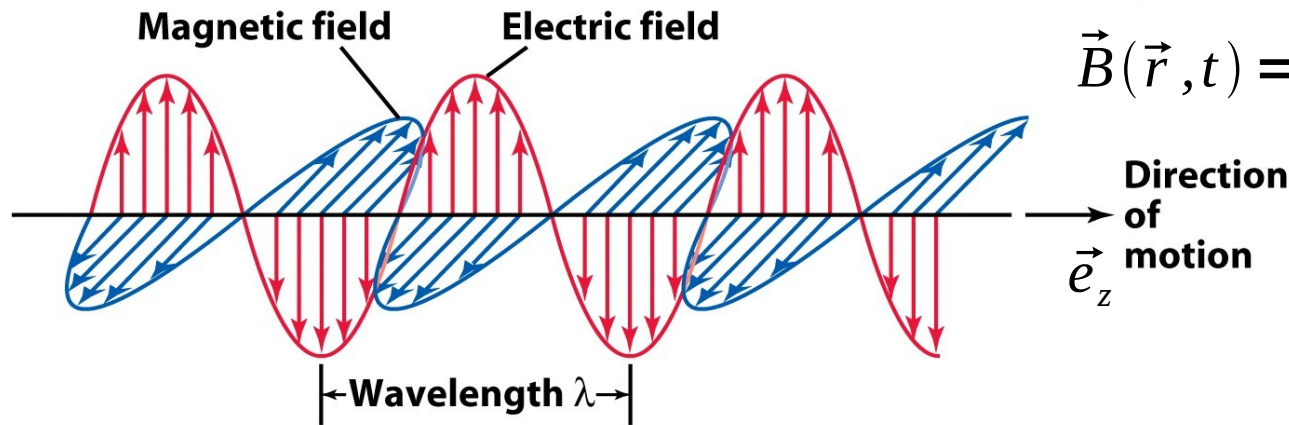
Physik des Universums

Kapitel 6: Strahlung und Materie



Monochromatische Strahlung

• Wellenbild:



$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e}_x E_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{e}_y B_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

$$\nu \lambda = c$$

$$\omega = 2\pi \nu$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Intensität: $I = \epsilon_0 c \langle |\vec{E} \times \vec{B}| \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c \langle |\vec{E}|^2 \rangle$

• Teilchenbild – Photon:



Photonen-
Energie

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

Photonen-
Impuls

$$p = \frac{h\nu}{c} = h \frac{c}{\lambda}$$

Intensität: $I = \langle f_{\text{photon}} \rangle h\nu$

Photonen-
strom

Polychromatische Strahlung

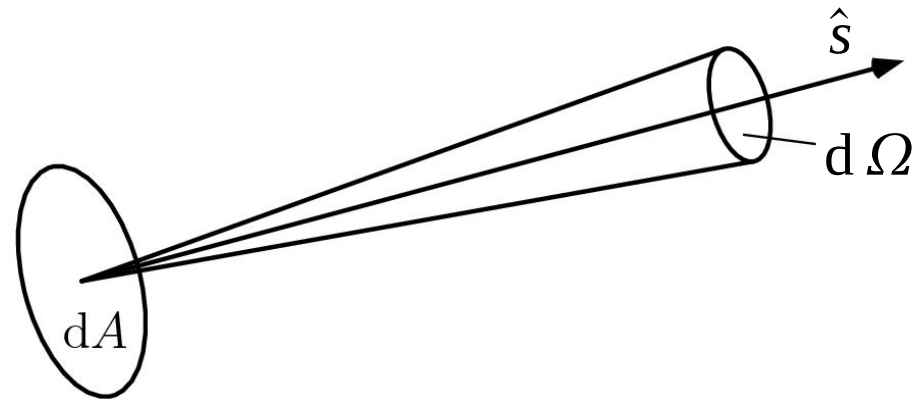
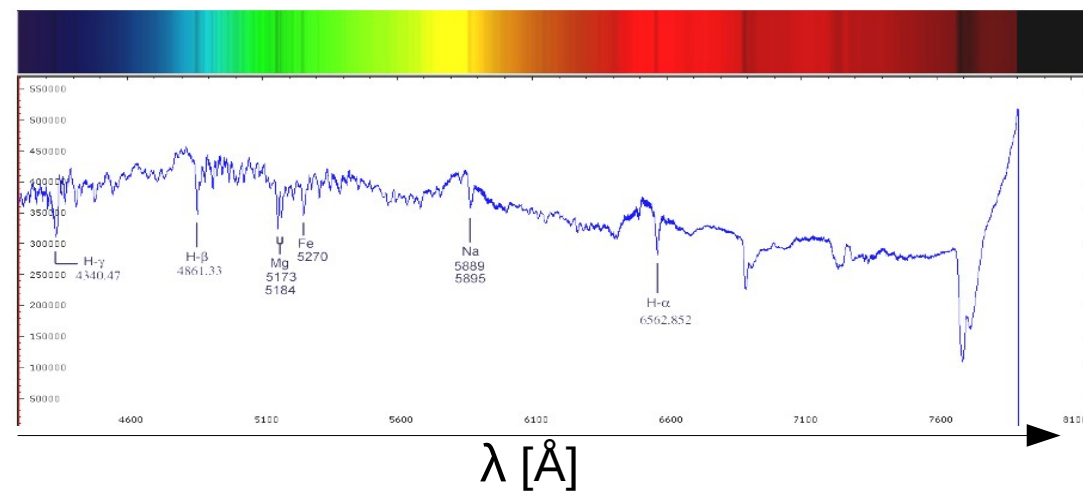
- Energiestrom in *eine Richtung* =
(Raumwinkel-Intervall)

Spezifische Intensität

$$I_{\nu}(\vec{r}, \hat{s}, t) := \frac{dE}{dt \, dA \, d\Omega \, d\nu}$$

$$I_{\lambda}(\vec{r}, \hat{s}, t) := \frac{dE}{dt \, dA \, d\Omega \, d\lambda}$$

Einheit: $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ sr Hz}} \right]$ bzw. $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ sr nm}} \right]$



Umrechnung von Frequenzdichte zu Wellenlängendichte:

$$\nu = c/\lambda \rightarrow \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{-c}{\lambda^2}$$

$$I_{\nu} d\nu = I_{\lambda} d\lambda \rightarrow I_{\nu} = I_{\lambda} \frac{\lambda^2}{c}$$

- Energiestrom
durch Fläche:

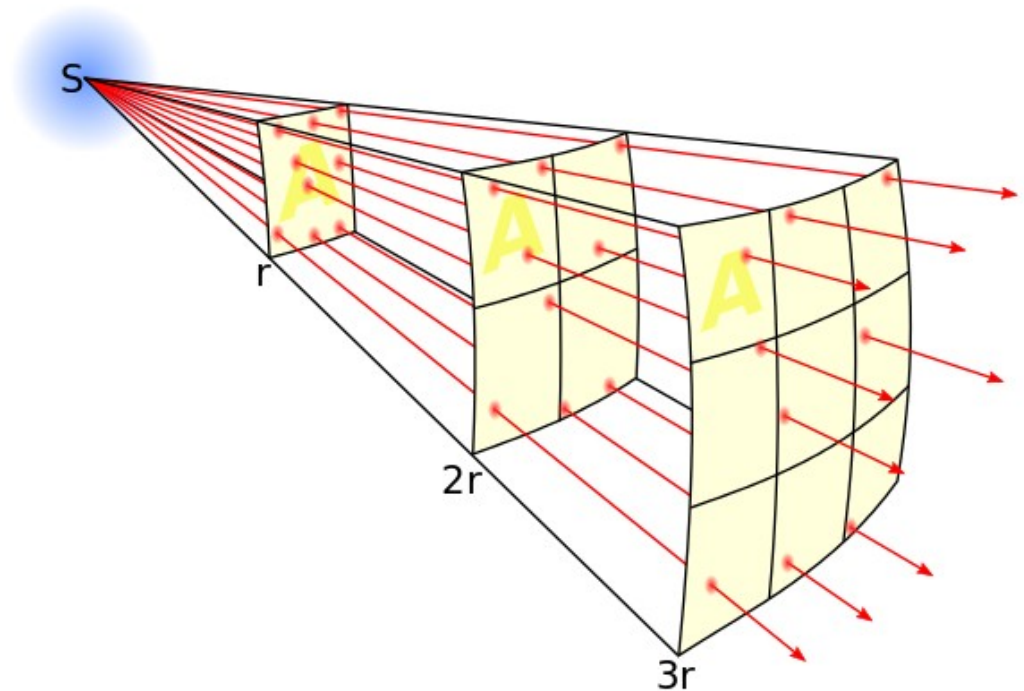
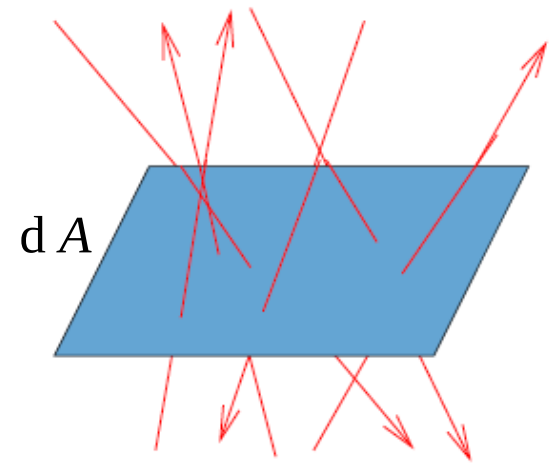
Strahlungsflussdichte

$$F_{\lambda}(\vec{r}, t) := \int_{4\pi} I_{\lambda}(\vec{r}, \hat{s}, t) \hat{s} \cdot \hat{n} d\Omega := \frac{dE}{dt dA d\lambda}$$

Einheit: $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ nm}} \right]$

Für die Flussdichte gilt das
quadratische Abstandsgesetz
von der Quelle

$$F(r) \propto r^{-2}$$



Materie Teilchenenergien im thermodynamischen Gleichgewicht

Wahrscheinlichkeitsdichte für Teilchenenergie E :

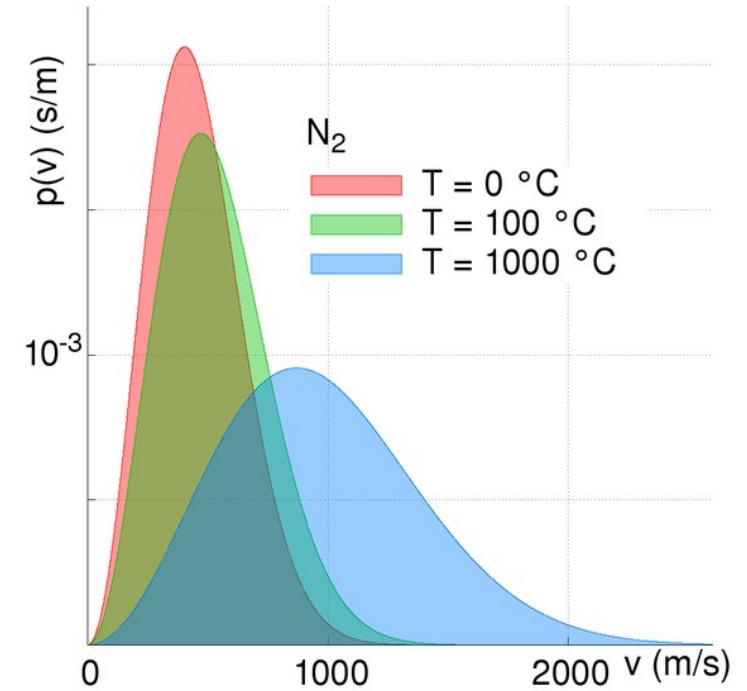
$$f(E) = \rho(E) \cdot e^{\frac{-E}{kT}}$$

Bewegung freier Gasteilchen

(3 Freiheitsgrade): $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$

$$p(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{\frac{-mv^2}{2kT}}$$

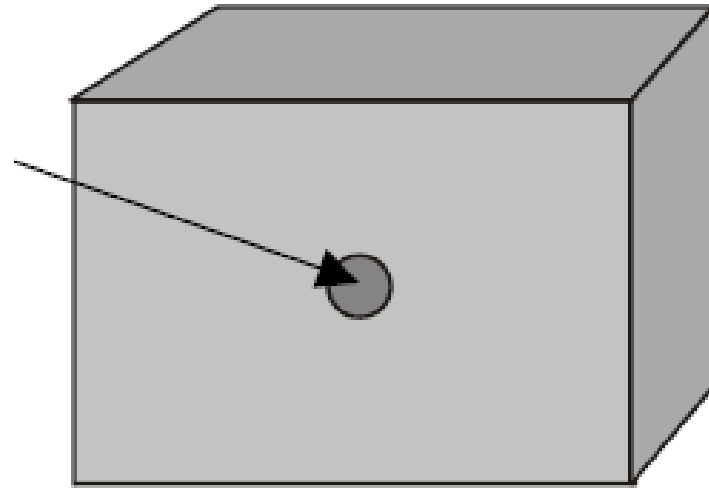
Maxwell – Boltzmann Verteilung



Erwartungswert der Teilchenenergie: $\langle E \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT$

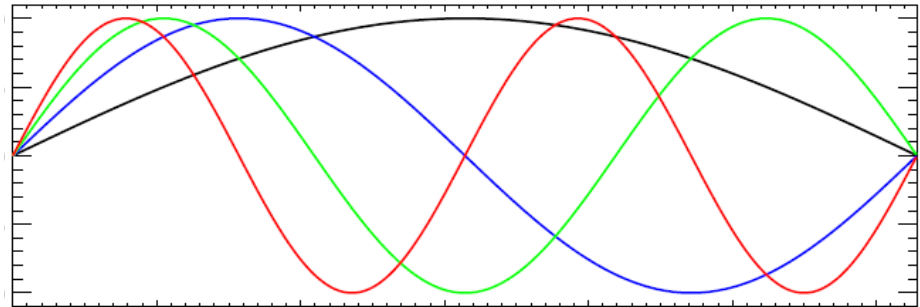
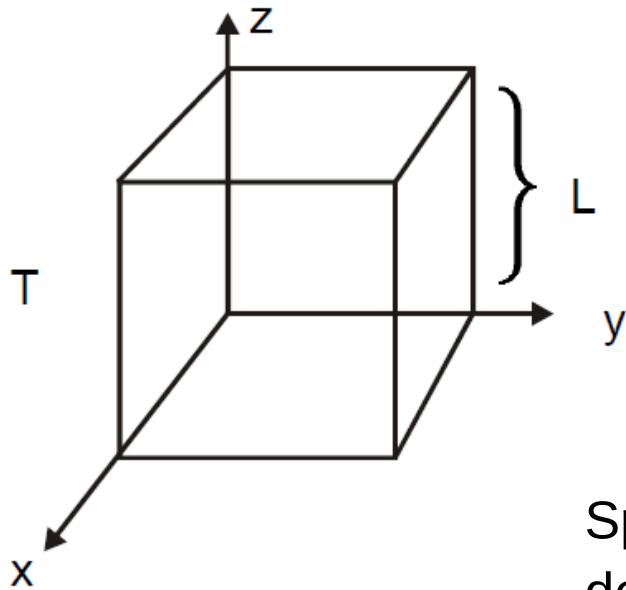
| | | | | | | |
|----------------|------------|-----------|----------|----------|-----------|-----------|
| T = | 10 K, | 100 K, | 1000 K, | 6000 K, | 10^4 K, | 10^5 K, |
| $E \approx kT$ | 0.0013 eV, | 0.013 eV, | 0.13 eV, | 0.78 eV, | 1.3 eV, | 13 eV |

Schwarzkörper-Strahlung



Temperatur T

Jede mögliche Schwingungsmode
ist ein Freiheitsgrad



Spektrale Dichte
der möglichen
Schwingungsmoden

$$\rho(\nu) d\nu \propto \nu^2 d\nu$$

klassisch:

Wahrscheinlichkeit, dass ein Oszillator die Energie E hat:

$$P(E) \propto \frac{\exp(-E/kT)}{\int_0^\infty \exp(-E'/kT) dE'}$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} kT$$

spektrale Energiedichte:

$$W_\nu = \rho_\nu \langle E \rangle \propto \nu^2 kT$$

Quantenmechanik:

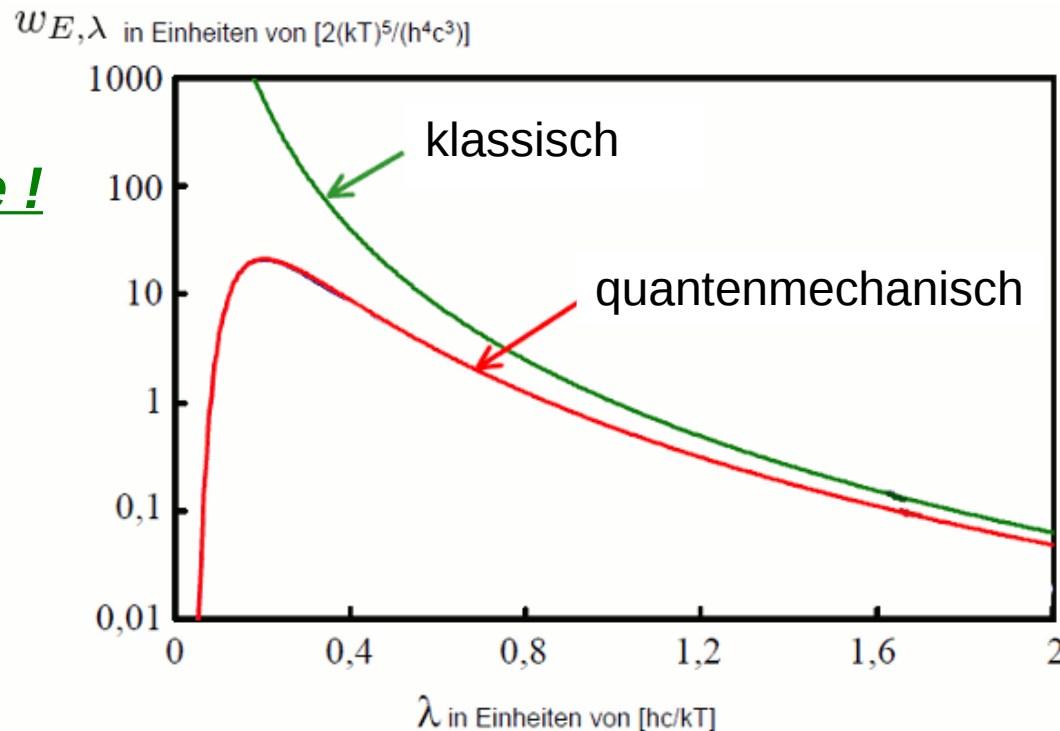
nur ganzzahlige Vielfache der Mindestenergie $h\nu$ sind erlaubt

$$P(E) \propto \frac{\exp(-n h\nu/kT)}{\sum_{n'=0}^\infty \exp(-n' h\nu/kT)}$$

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

$$W_\nu = \rho_\nu \langle E \rangle \propto \frac{h\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

UV-Katastrophe !

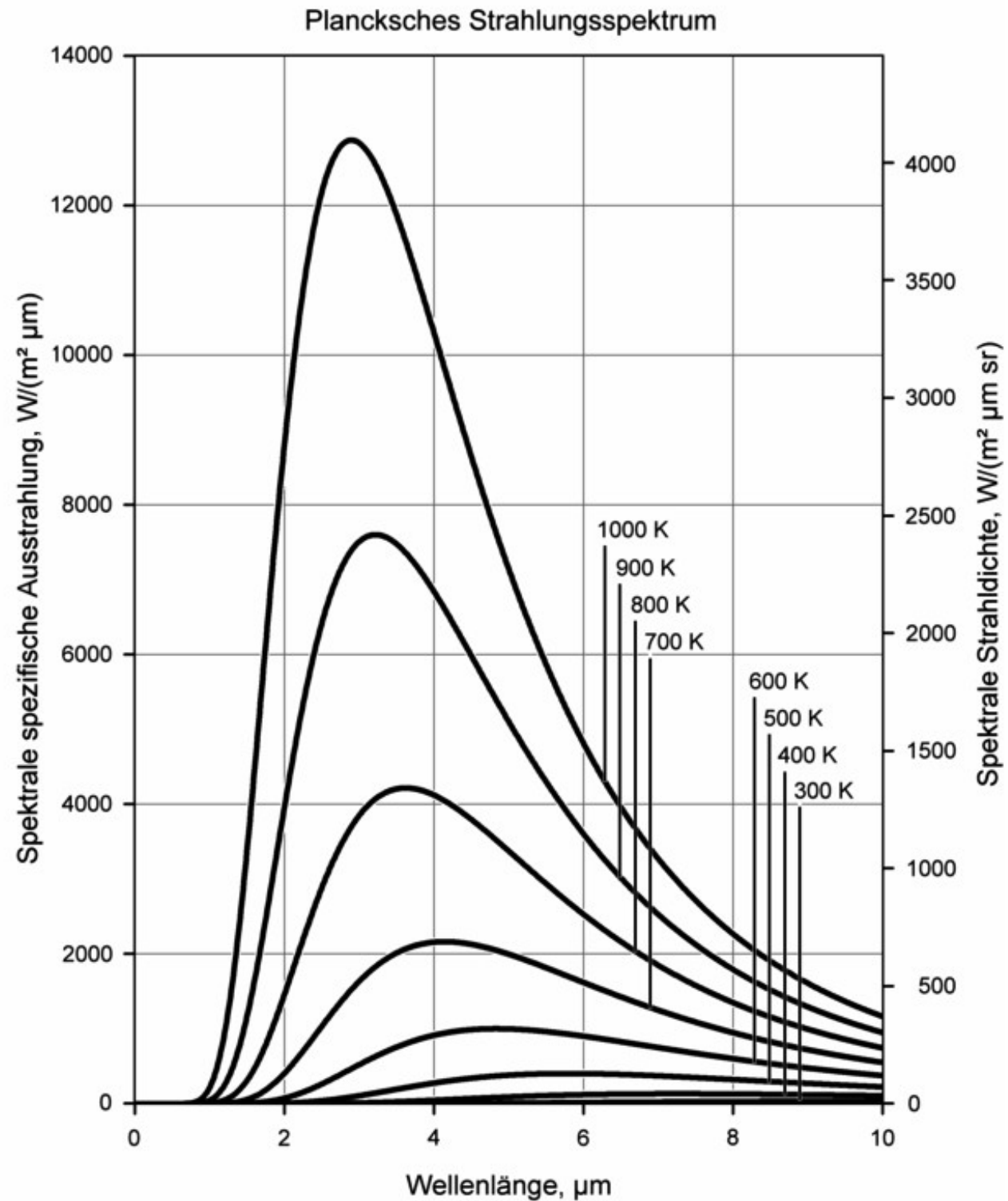


$$E = n \cdot h\nu$$

Schwarzkörperstrahlung

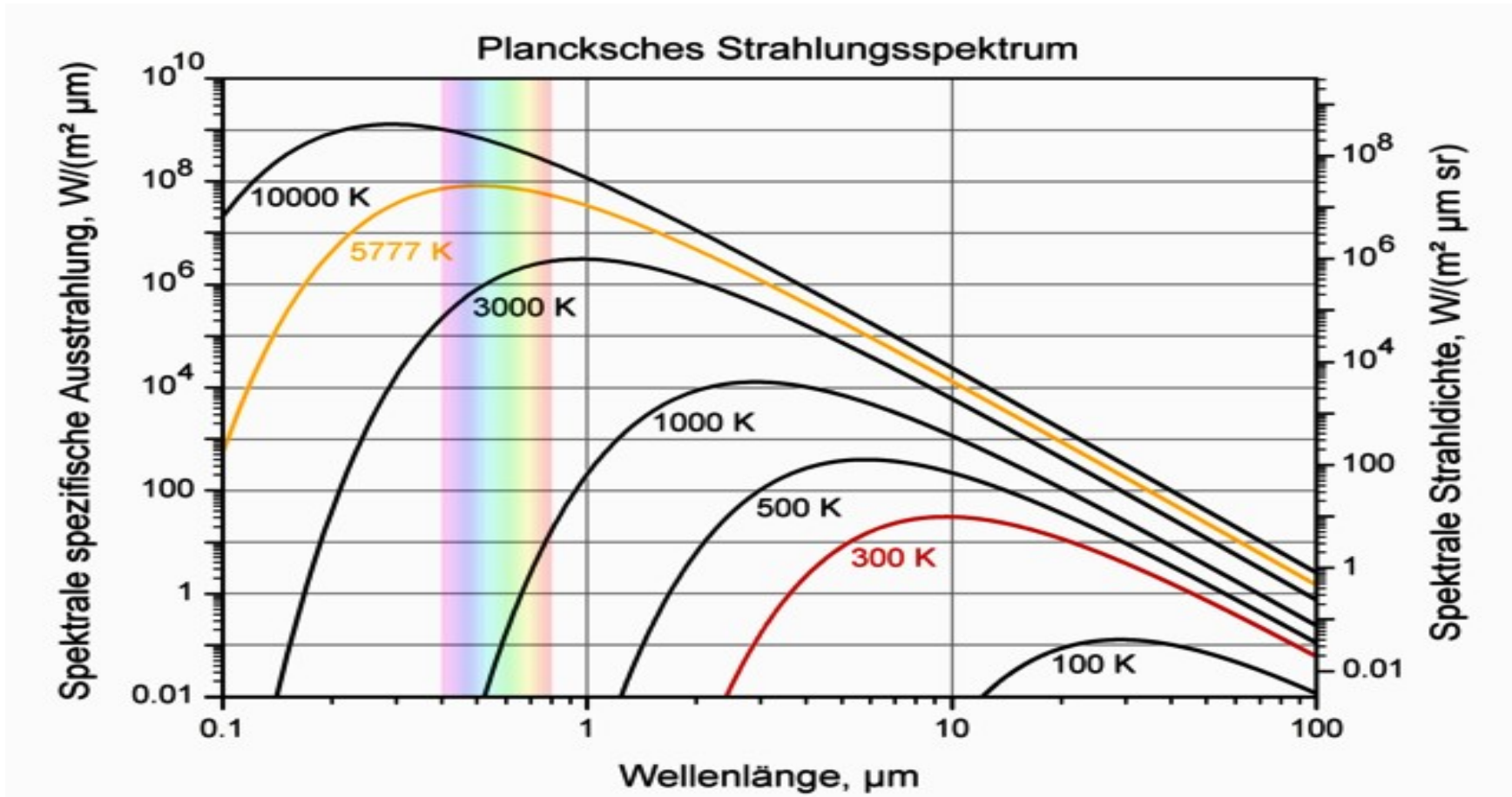
$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$



Schwarzkörperstrahlung: Grenzfälle

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$



$$\frac{h\nu}{kT} \gg 1 \rightarrow e^{h\nu/kT} \gg 1$$

$$\rightarrow B_{\nu}(T) = \frac{2\nu^3}{c^2} e^{\frac{-h\nu}{kT}}$$

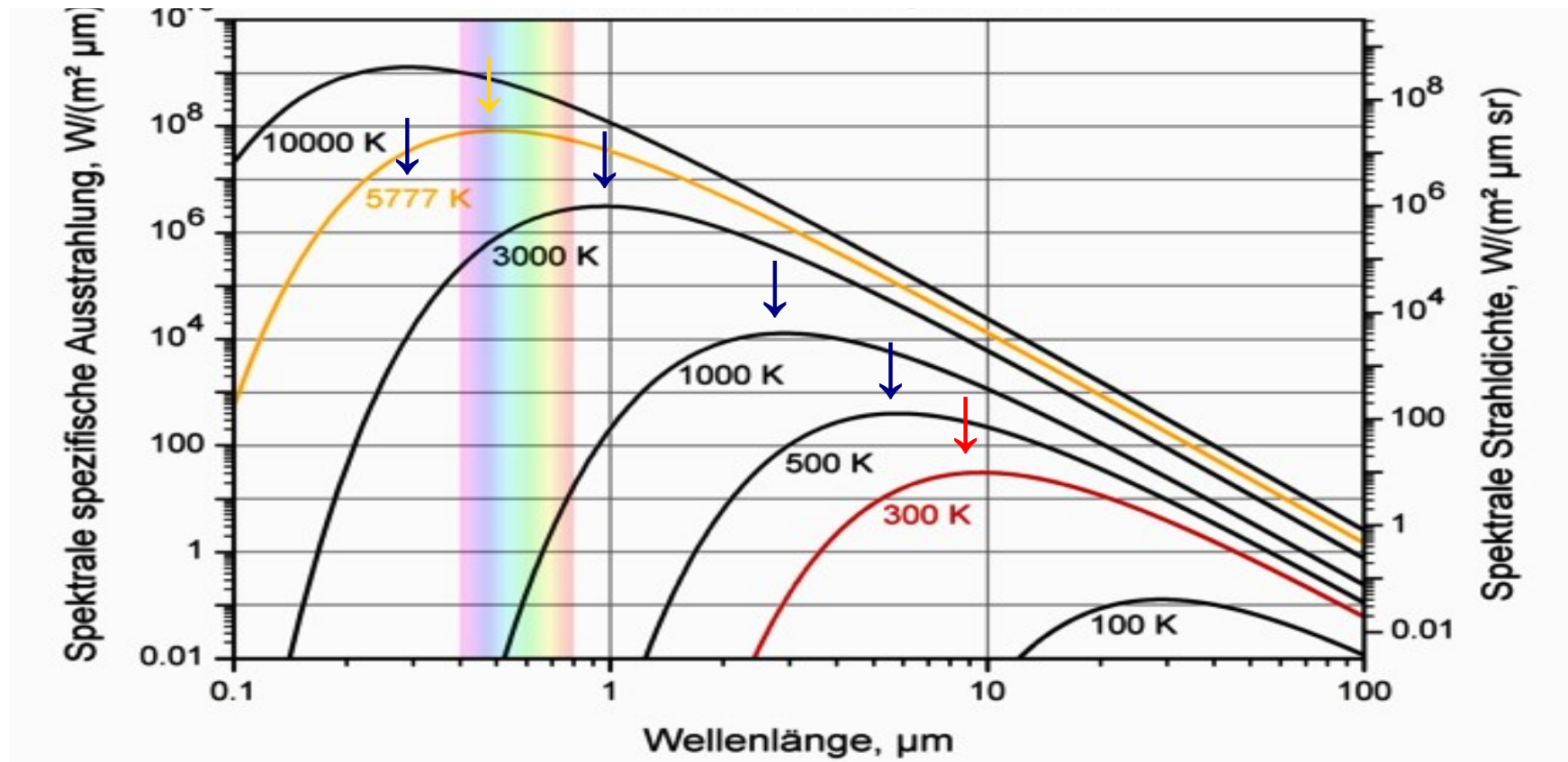
$$\frac{h\nu}{kT} \ll 1 \rightarrow e^{h\nu/kT} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

$$\rightarrow B_{\nu}(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT$$

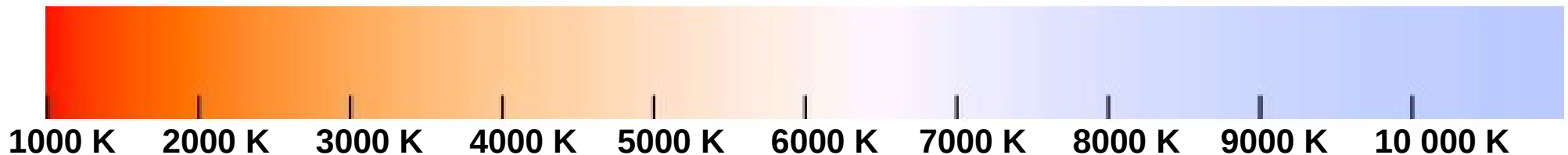
Rayleigh-Jeans Näherung

Wiensches Verschiebungsgesetz:

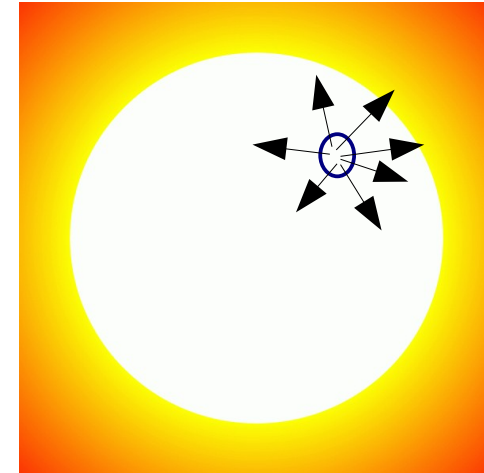
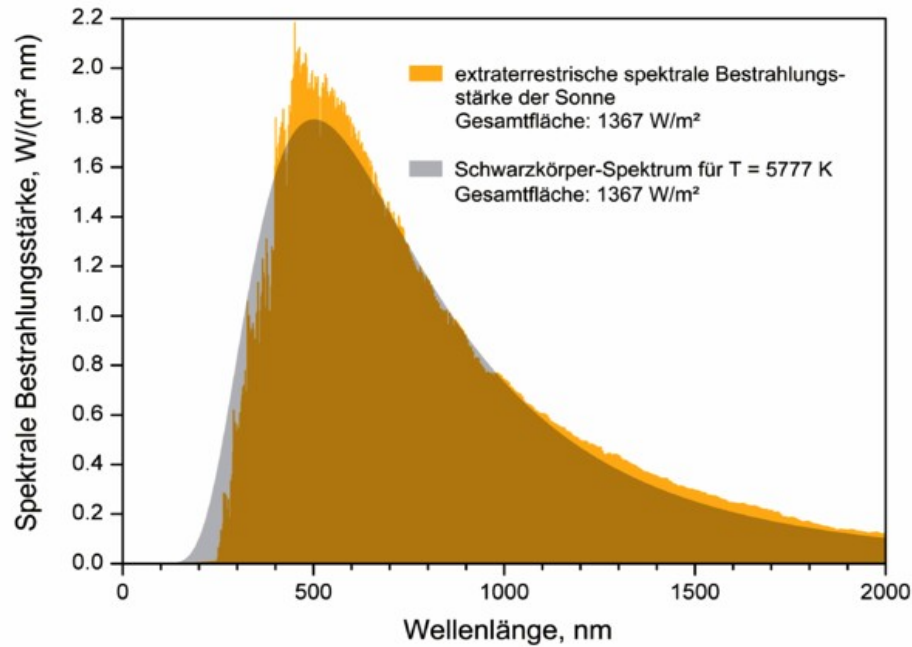
$$\lambda_{\max} \cdot T = 2.90 \cdot 10^{-3} [\text{m K}]$$



Farbe der Schwarzkörperstrahlung in Abhängigkeit von der Temperatur:



Sternspektren \approx Schwarzkörper-Spektrum



Abstrahlung pro Flächenelement:

$$\pi B(T) = \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu = \frac{2\pi^2 k^4}{15 c^2 h^3} T^4 = \sigma_{\text{SB}} T^4$$

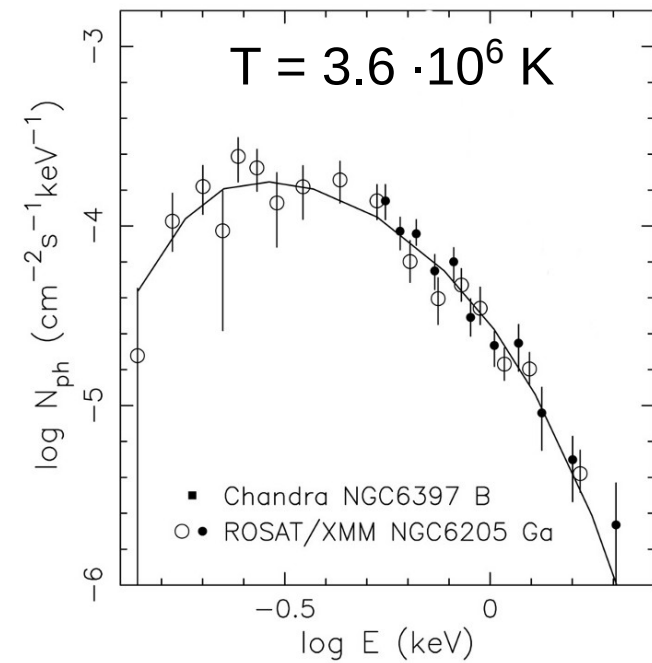
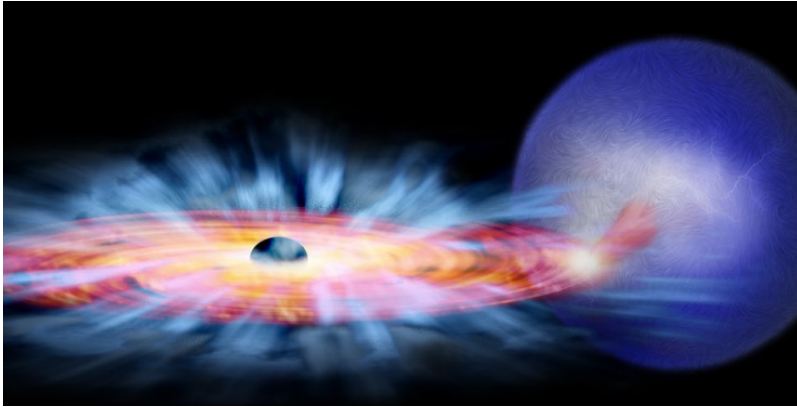
Integration über die gesamte Oberfläche
liefert die Leuchtkraft des Sterns:

Stefan-Boltzmann Gesetz

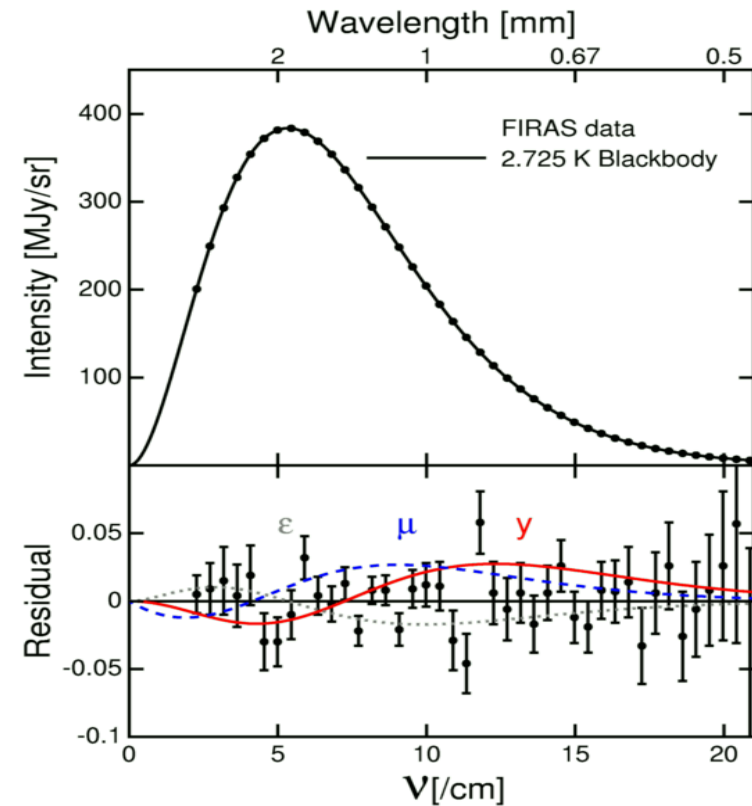
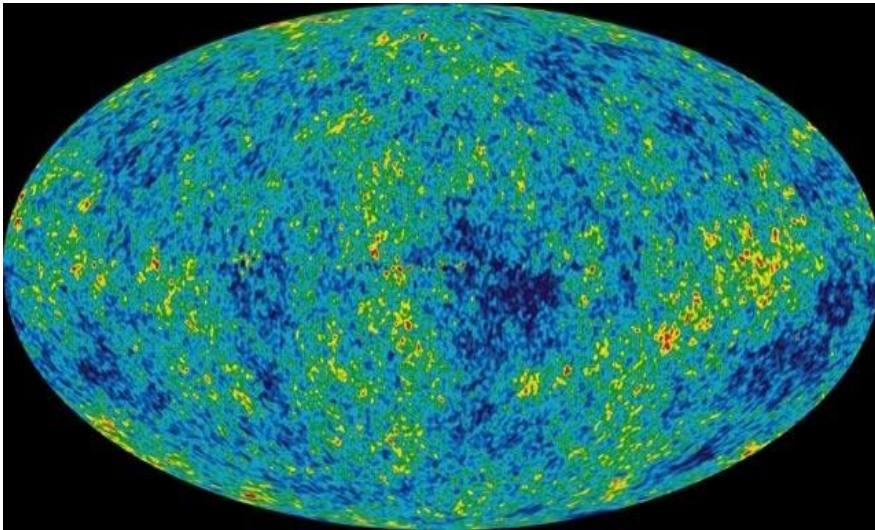
$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma_{\text{SB}} T_*^4$$

weitere Beispiele für Schwarzkörper

- Röntgendoppelstern

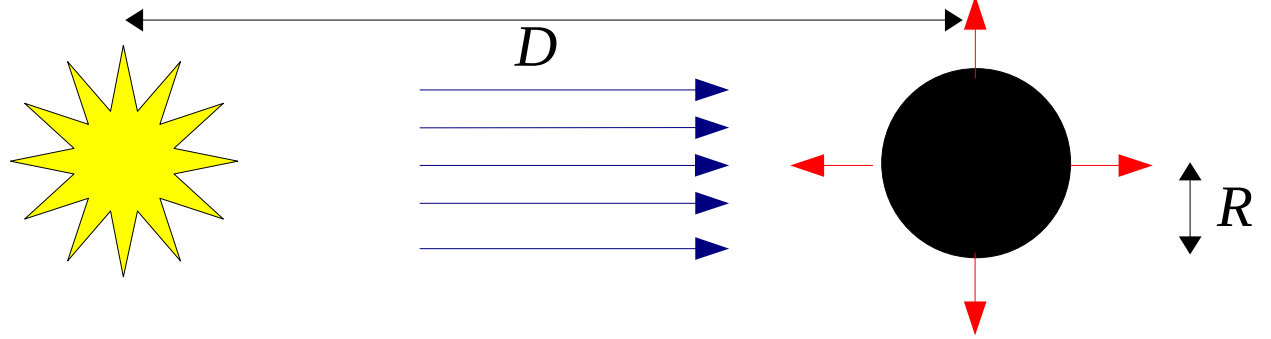


- kosmischer Mikrowellenhintergrund



Anwendung 1:

Wie kalt ist es im Weltall ?



Annahmen:

Sonne und bestrahltes Objekt verhalten sich wie perfekte Schwarzkörper

→ vollständige Absorption des Sonnenlichts durch Objekt im Abstand D

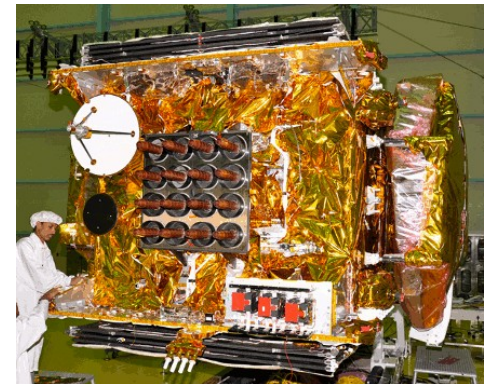
Vom Objekt empfangene Energie:
$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_+ = \pi R^2 \int_0^\infty F_\nu d\nu = \pi R^2 \frac{L_\odot}{4\pi D^2}$$

Vom Objekt abgestrahlte Energie:
$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_- = 4\pi R^2 \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu = 4\pi R^2 \sigma_{\text{SB}} T^4$$

Gleichgewicht:
$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_- = \left(\frac{dE}{dt} \right)_+ \longrightarrow T_{\text{GG}} = \left(\frac{L_\odot}{16\pi D^2 \sigma_{\text{SB}}} \right)^{1/4}$$

Für $D = 1 \text{ AU}$:

$$T_{\text{GG}} = 279 \text{ K } (6^\circ \text{ C})$$



Anwendung 2:

Änderung der Magnitude (=scheinbare Helligkeit) **eines Stern mit der Entfernung**

Definition der Magnitude:

$$m = -2.5 \log \left(\frac{F}{F_0} \right)$$

m : Magnitude des Sterns aus Entfernung r

M : Magnitude des Sterns aus Entfernung R

$$m - M = -2.5 \log \left(\frac{F(r)}{F(R)} \right) \stackrel{\substack{\uparrow \\ F(r) \propto r^{-2}}}{=} -2.5 \log \left(\frac{R^2}{r^2} \right) = 5 \log(r) - 5 \log(R)$$

Für **Einheitsentfernung** $R \equiv 10 \text{ pc}$:

$$\text{D.M.} := m - M$$



Entfernungsmodul

$$\text{D.M.} = 5 \text{ mag} \leftrightarrow R = 100 \text{ pc}$$

$$\text{D.M.} = 10 \text{ mag} \leftrightarrow R = 1000 \text{ pc}$$

$$\text{D.M.} = 15 \text{ mag} \leftrightarrow R = 10\,000 \text{ pc}$$

$$m - M = 5 \log(r) - 5 = 5 \log \left(\frac{r}{10 \text{ pc}} \right)$$



absolute Magnitude M

= scheinbare Helligkeit,
wenn der Stern 10 pc entfernt wäre

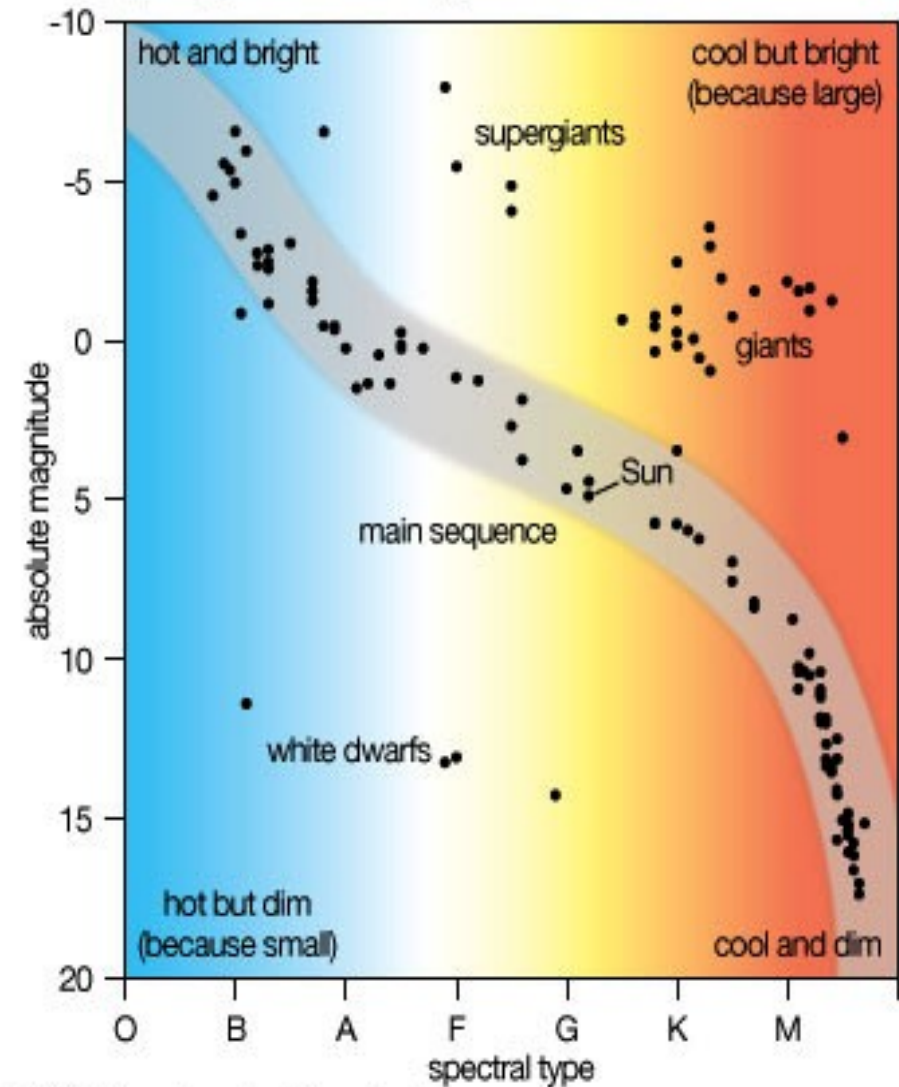
$$m - M = 5 \log(r) - 5$$

Beispiele für
scheinbare (m) und
absolute (M) Magnituden
im visuellen (=V) Band:

| | m_V [mag] | r [pc] | M_V [mag] |
|--------------|-------------|----------------------|-------------|
| Sonne: | -26.75 | $4.85 \cdot 10^{-6}$ | 4.82 |
| Sirius : | -1.47 | 2.7 | 1.40 |
| β Ori: | 0.08 | 265 | -6.70 |

Absolute Magnitude ist ein Maß für
die *Leuchtkraft* eines Sterns.

Hertzsprung-Russell diagram

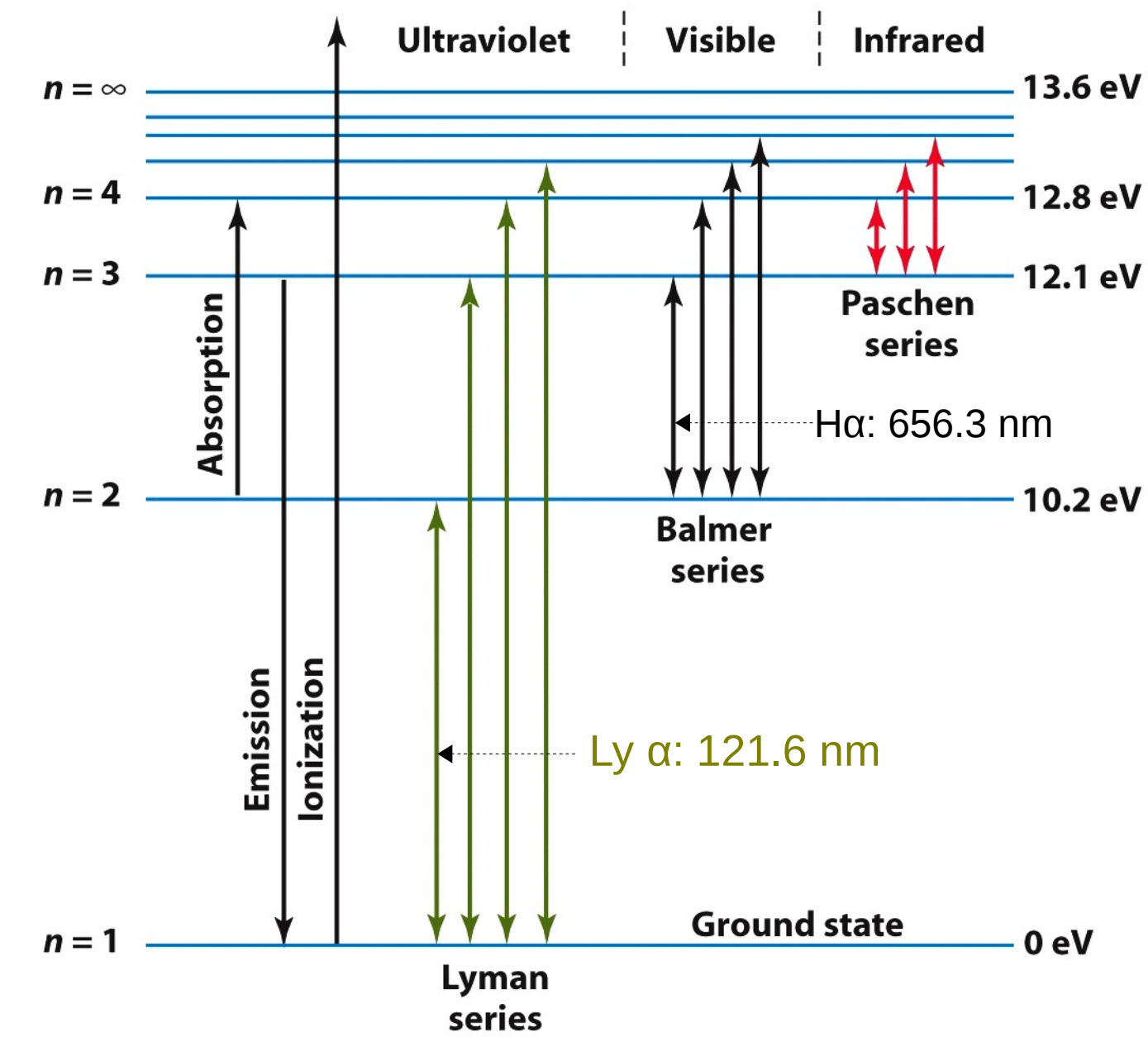


© 2010 Encyclopædia Britannica, Inc.

Farbtemperatur

Emission und Absorption von Licht durch Atome und Moleküle

Wasserstoff Atom – Energieniveaus



$$E_n = - \frac{e^2 Z^2}{2 a_0 n^2}$$

Anregung aus dem Grundzustand durch Stöße erfordert

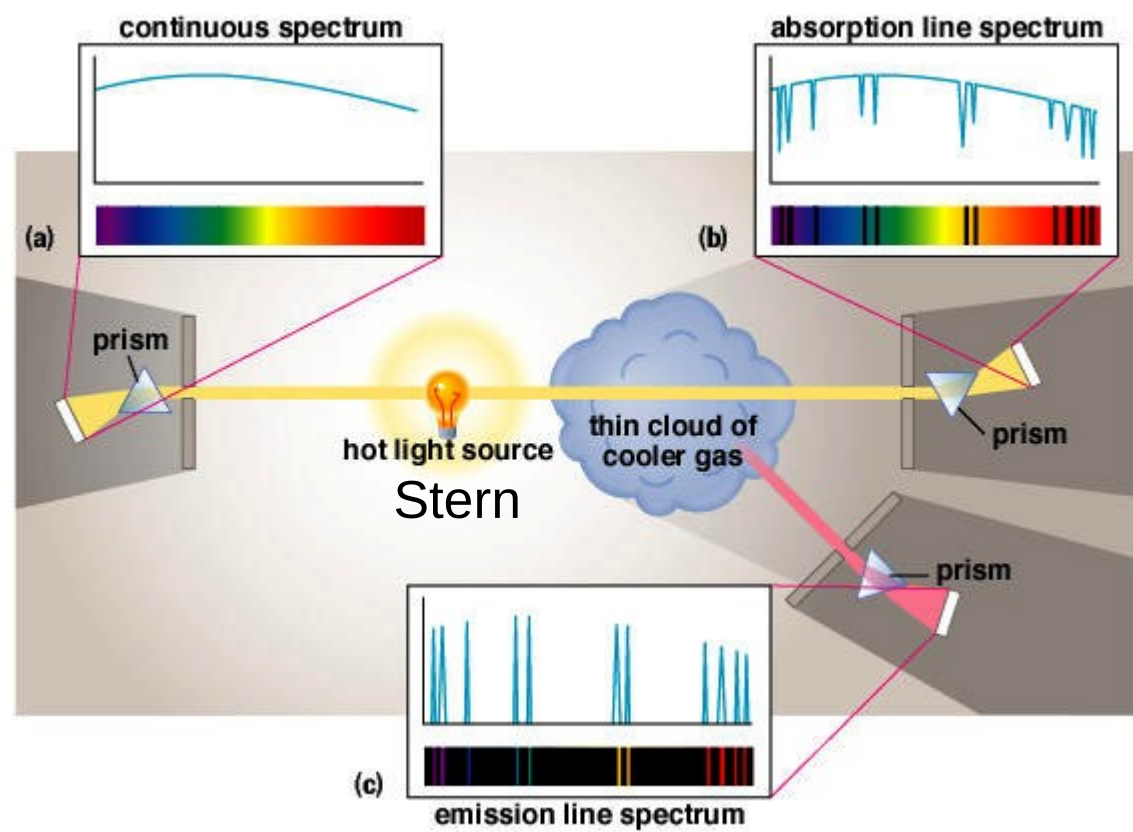
$$E_{1-2} = 10.2 \text{ eV}$$

Da $\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT$

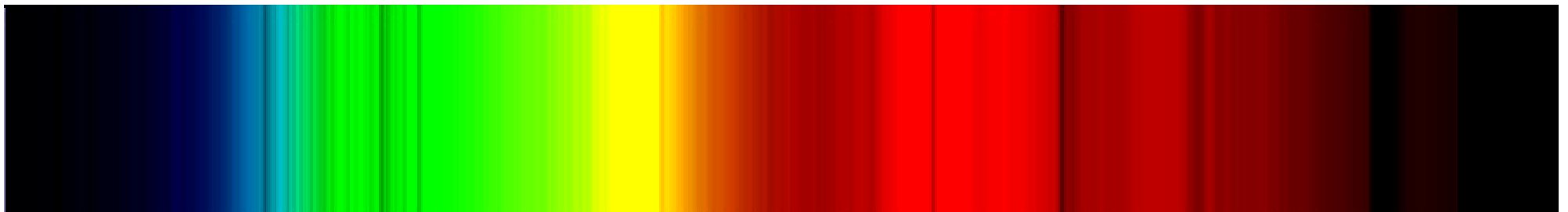
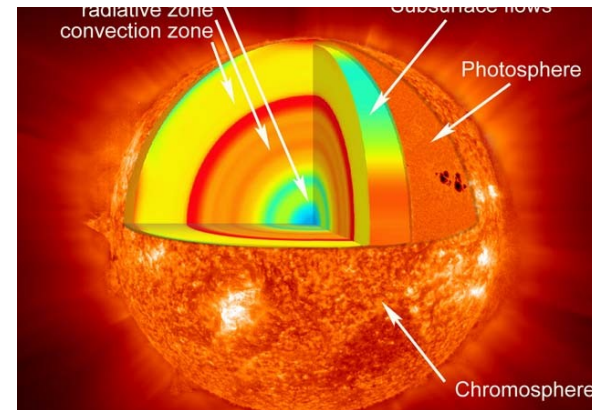
$$\rightarrow T \sim 79\,000 \text{ K}$$

In kühlem Gas ($T < 10\,000 \text{ K}$) befinden sich fast alle Atome im Grundzustand

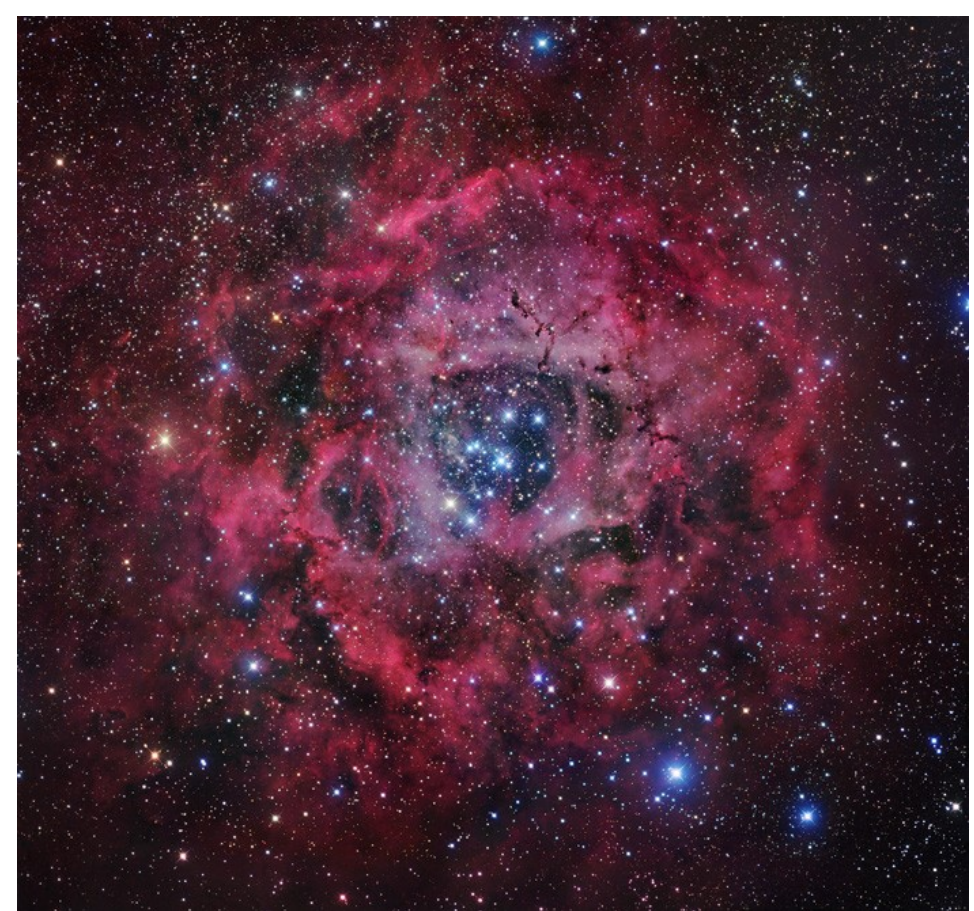
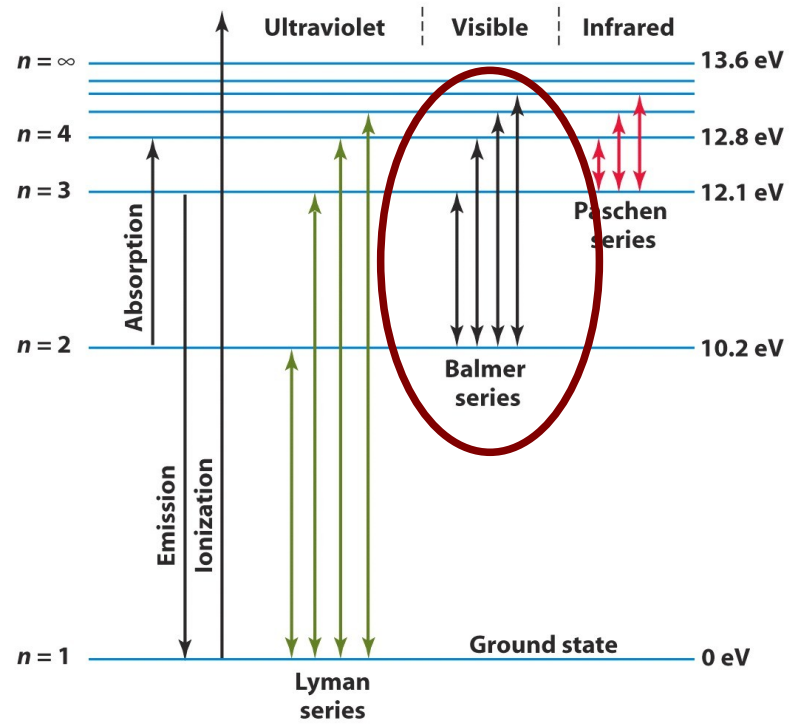
Entstehung von Spektrallinien



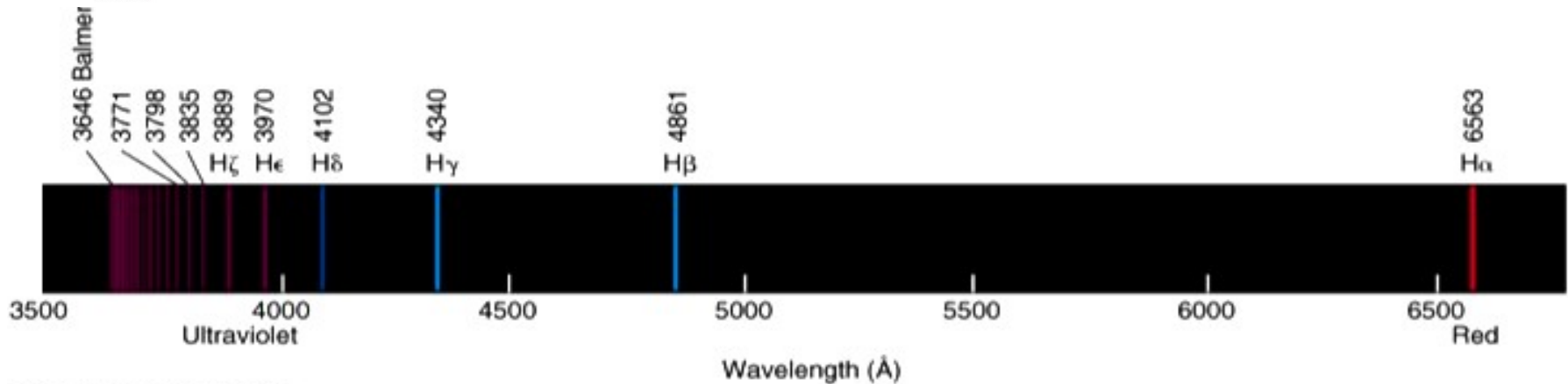
- *Absorptionsspektrum* der Sonnenatmosphäre



- *Emissionsspektrum* von bestrahlten Gasnebeln



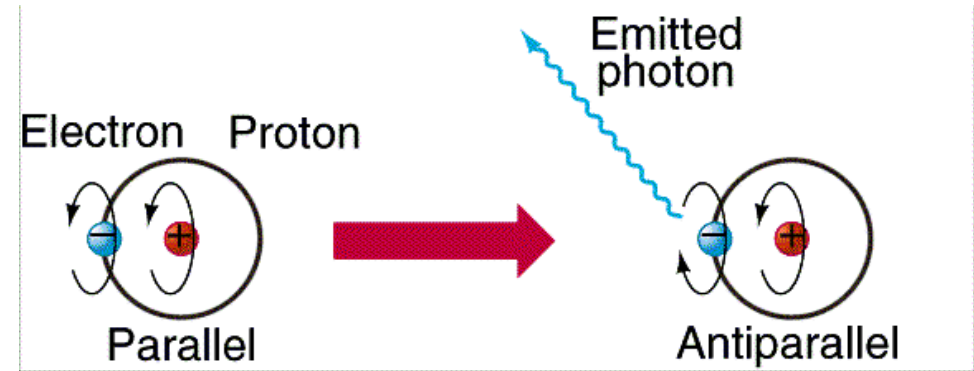
$T \sim 10\,000\text{ K}$



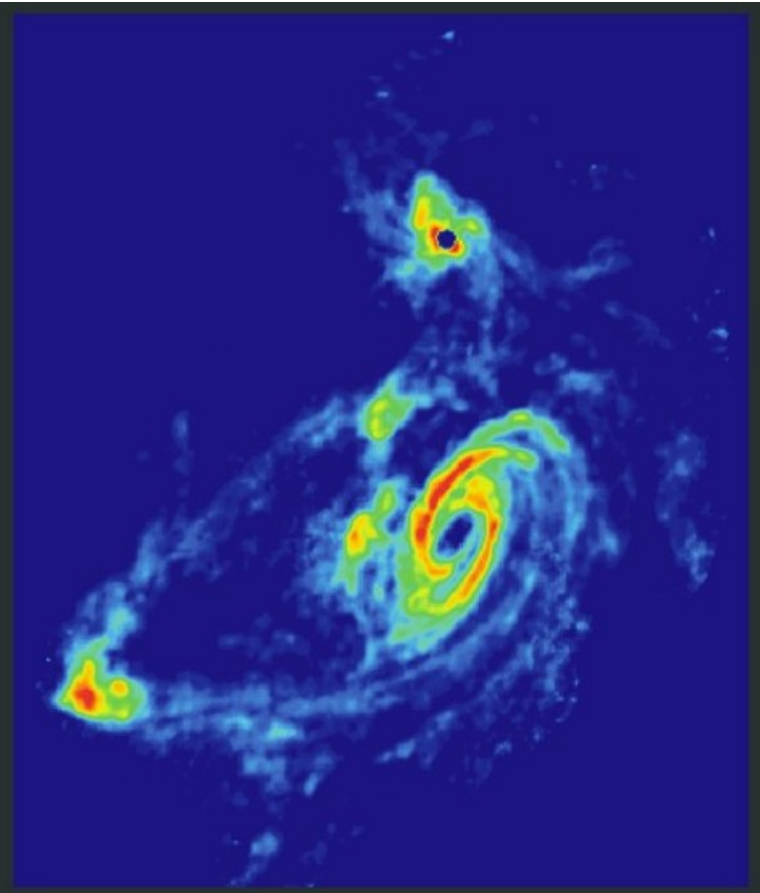
Die 21 cm Linie des atomaren Wasserstoffs

Hyperfein-Struktur

$$\text{Energiedifferenz} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$$
$$\cong T = 0.07 \text{ K}$$



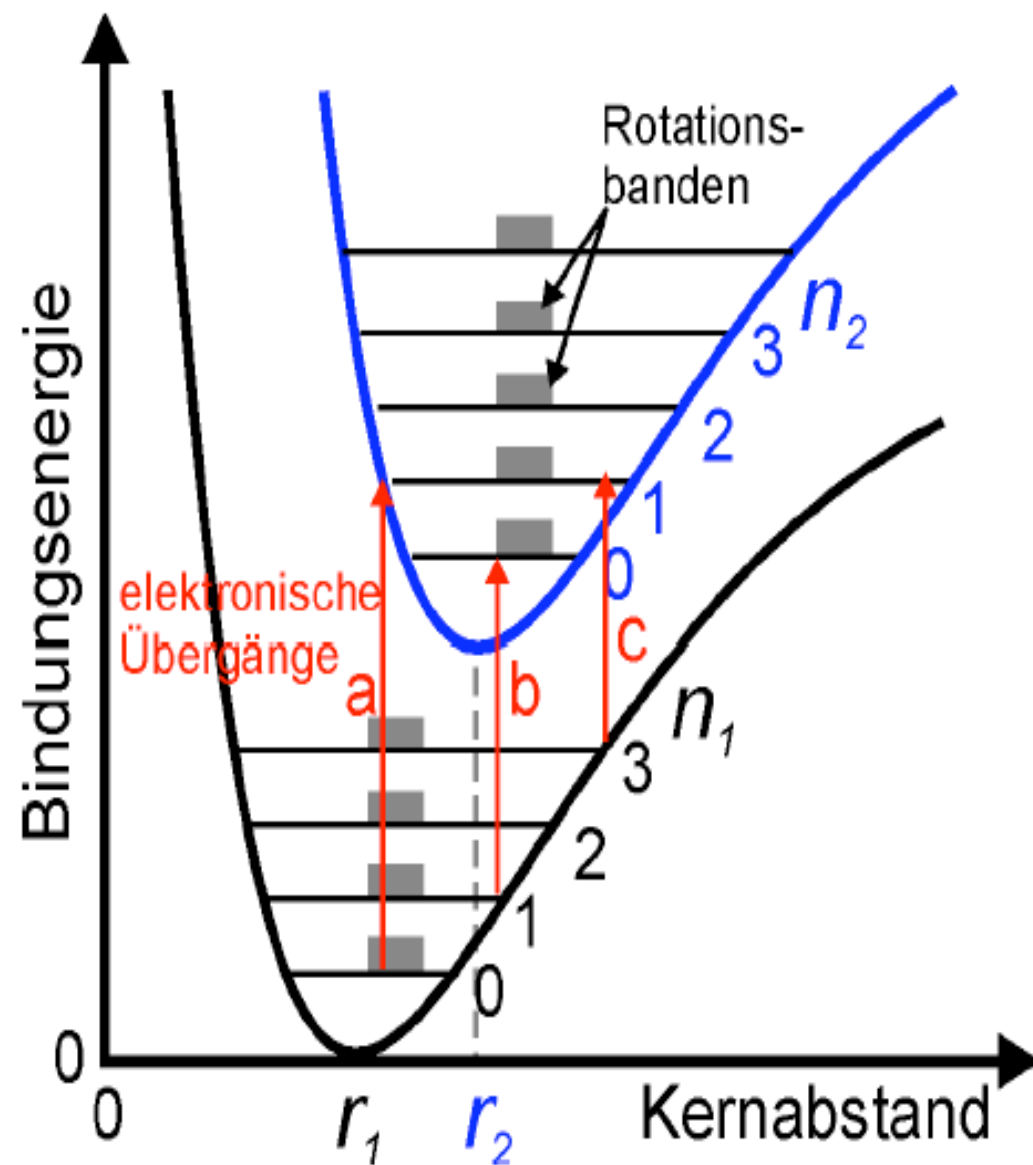
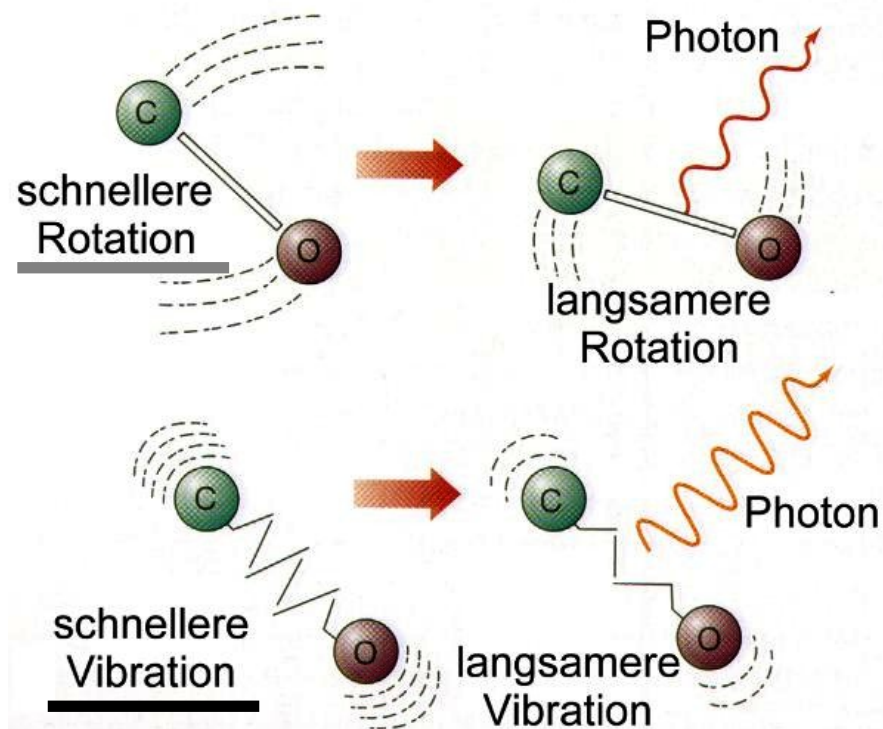
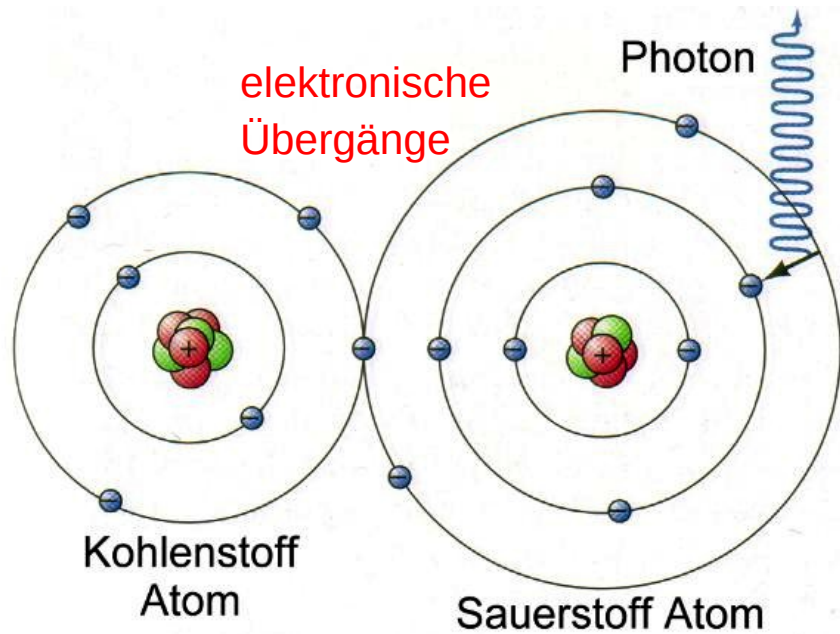
optisch



21 cm

Energiezustände von Molekülen

elektronische
Übergänge



1.) Elektronische Übergänge

$\Delta E \sim \text{einige eV}$

$T > 10^4 \text{ K}$ optisch/UV

2.) Vibrations Übergänge

Quantenzahl: v

$\Delta E \leq 1 \text{ eV}$

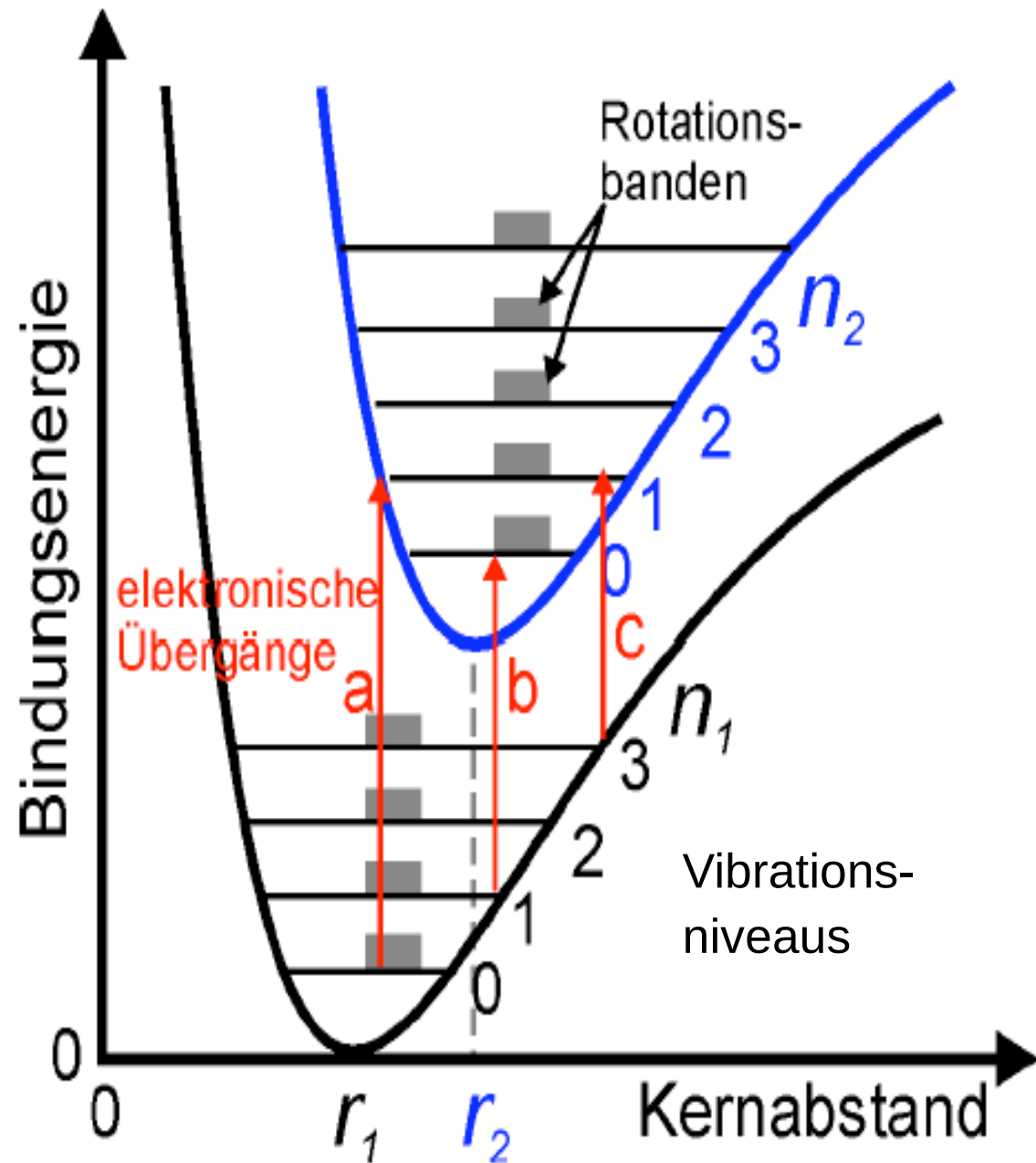
$T \geq 100\text{--}1000 \text{ K}$ infrarot

3.) Rotations Übergänge

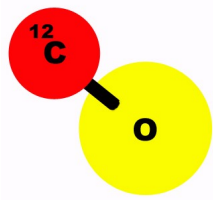
Quantenzahl: J

$\Delta E \leq 0.1 \text{ eV}$

$T \geq 5 \text{ K}$ sub-mm

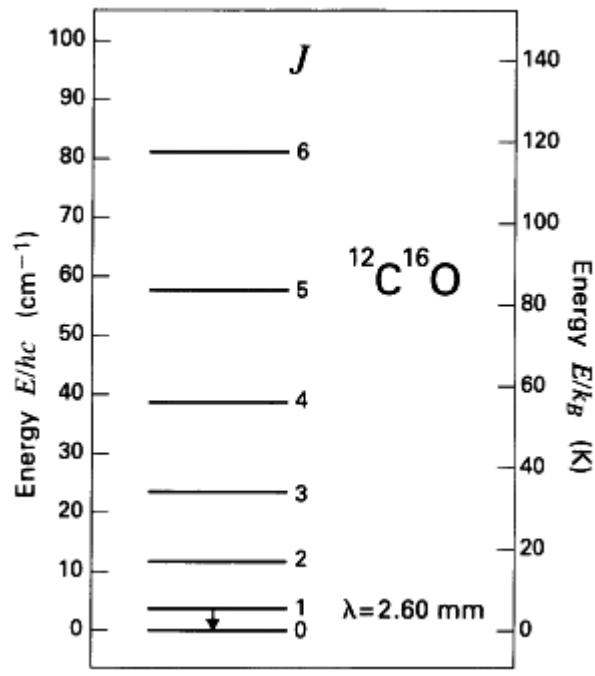


Beispiel: **CO** $n(\text{CO}) \sim 10^{-4} n(\text{H}_2)$

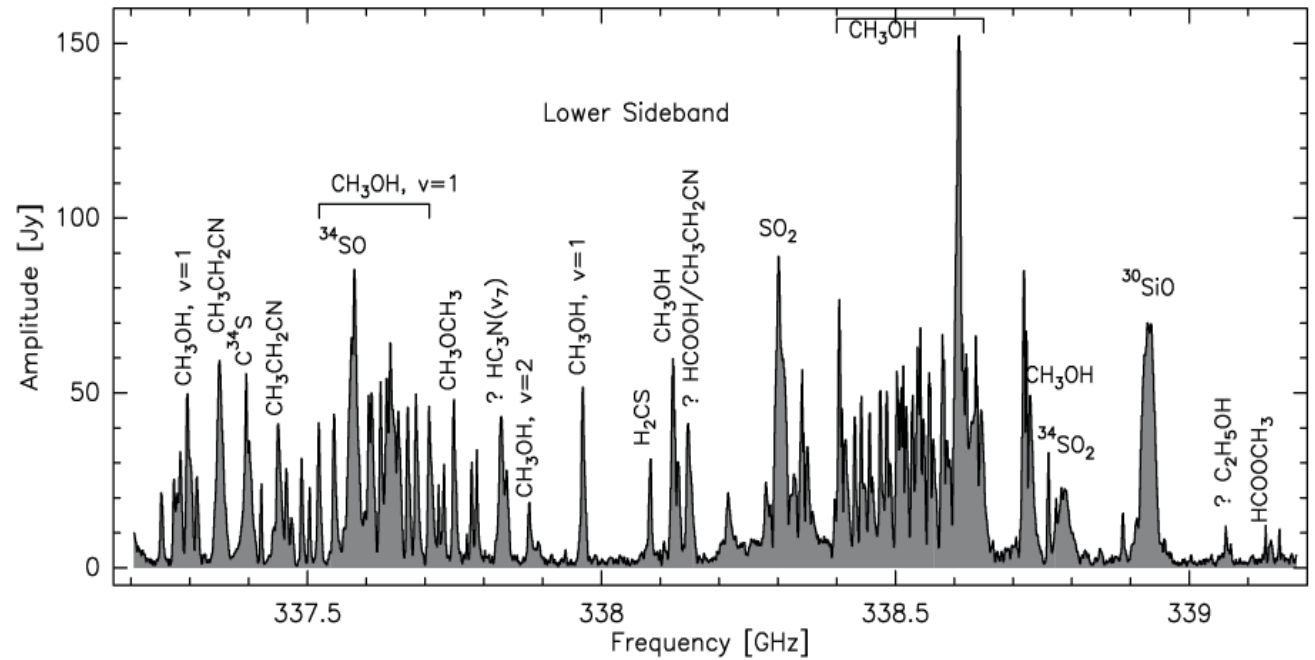


Rotations-Übergänge:

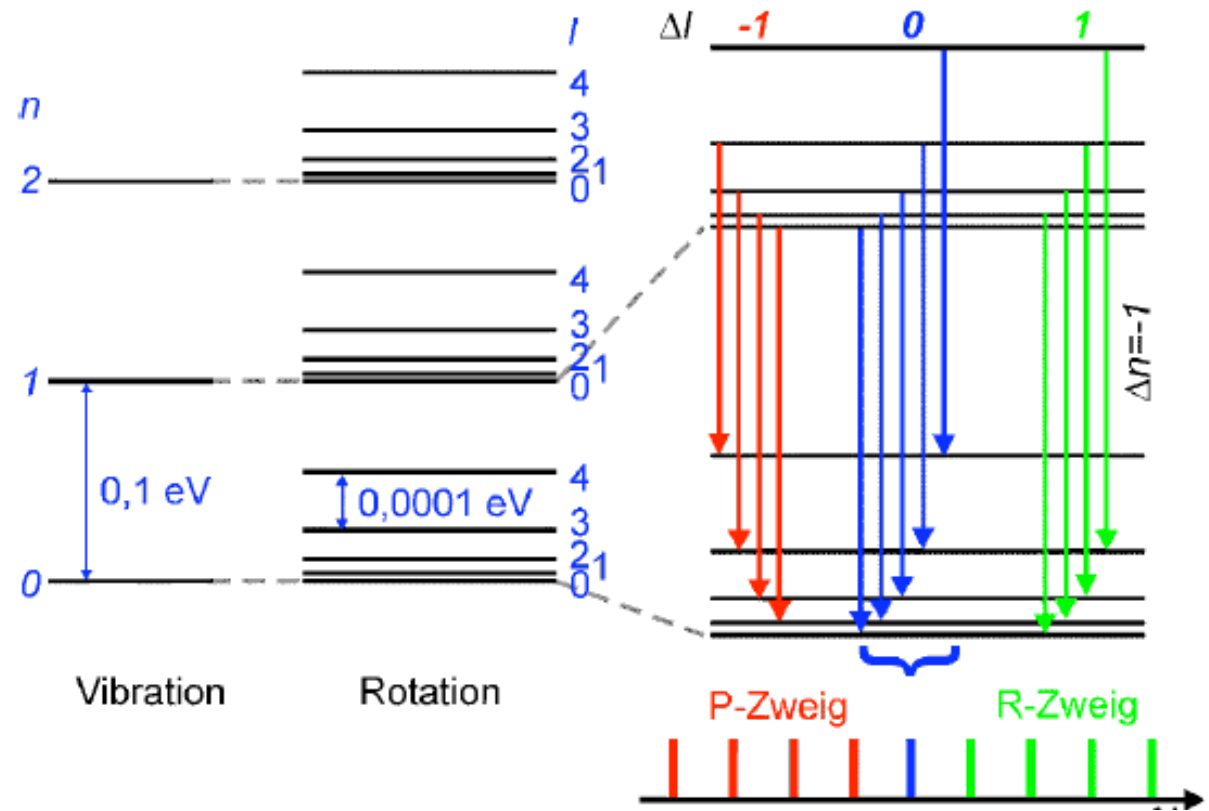
- $J = 1 \rightarrow 0$ $\lambda = 2.6007 \text{ mm}$, $T_{\text{excitation}} \sim 5.5 \text{ K}$
- $J = 2 \rightarrow 1$ $\lambda = 1.3004 \text{ mm}$, $T_{\text{excitation}} \sim 16 \text{ K}$
- $J = 3 \rightarrow 2$ $\lambda = 0.8669 \text{ mm}$, $T_{\text{excitation}} \sim 22 \text{ K}$
- ...



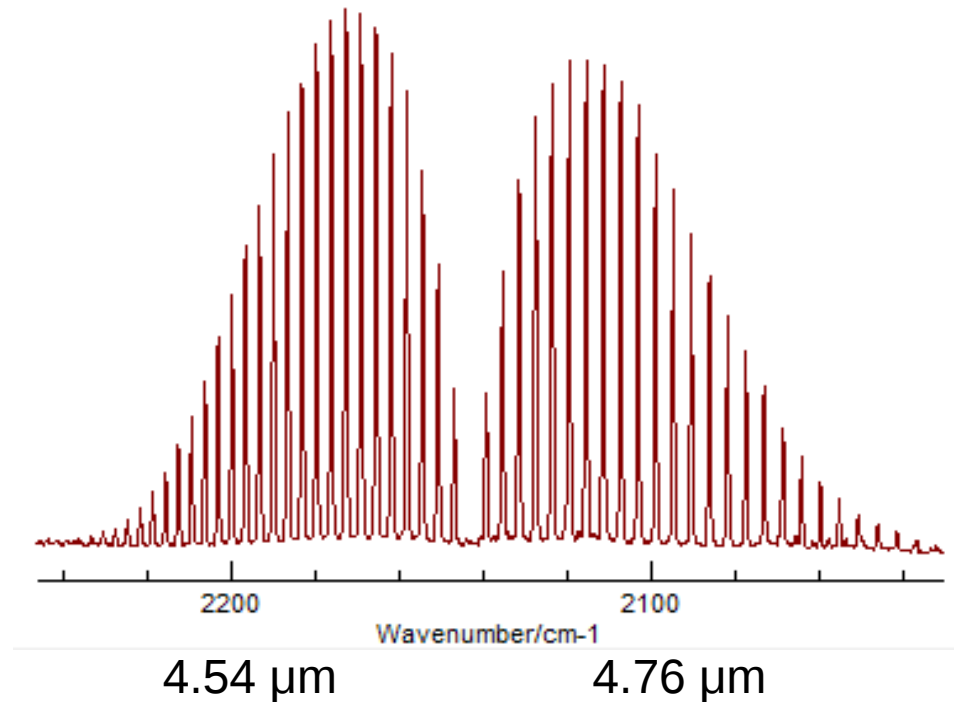
„Molekülwolken“



Vibrations-Rotations Übergänge

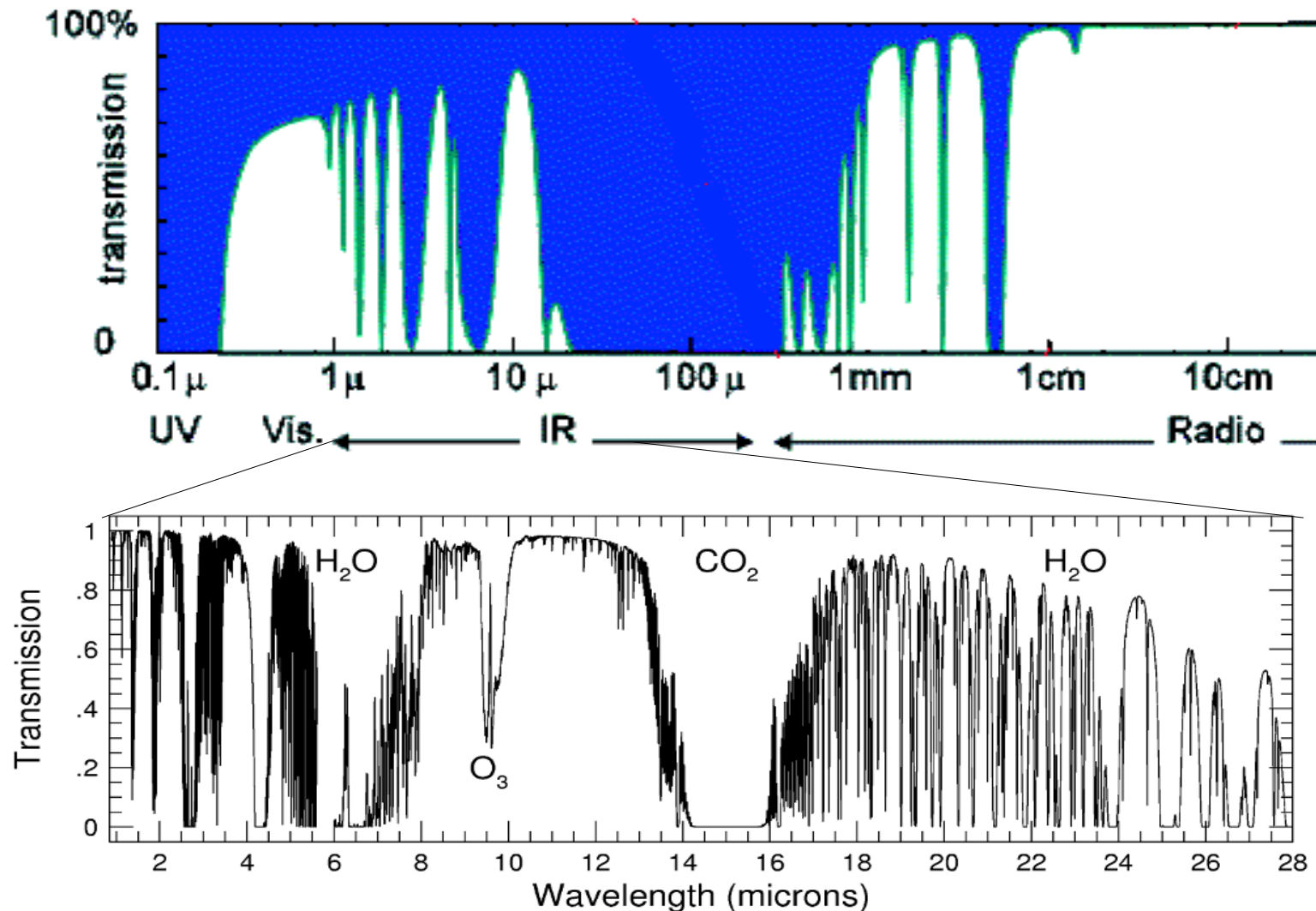


CO: $v = 1 \rightarrow 0$
 $\Delta J = 0, \pm 1$



Durchlässigkeit der Erdatmosphäre

elektronische- | Vibrations- | Rotations- Übergänge



Atmosphäre ist für Infrarotstrahlung weitgehend undurchlässig

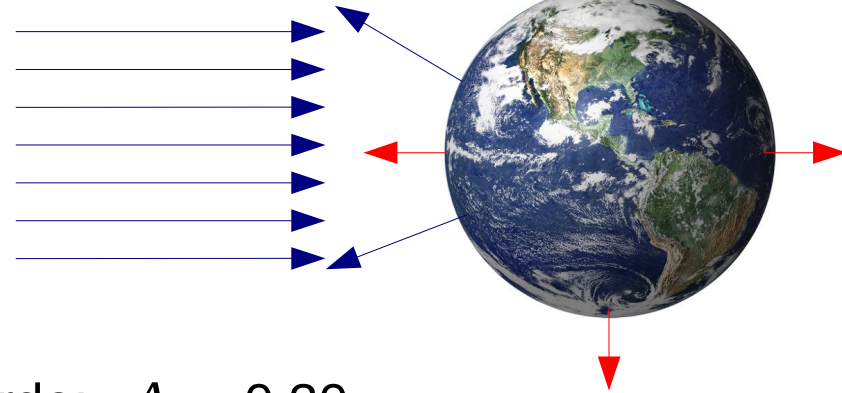
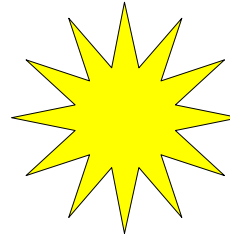
→ Thermische Emission der Erdoberfläche kann nur zum Teil abgestrahlt werden

→ **Treibhauseffekt**

Atmosphäre und Treibhauseffekt

1. Unterschied zum Modell des perfekten Schwarzkörpers:

Ein Bruchteil A (= Bond-Albedo) der einfallenden Sonnenstrahlung wird wieder zurück in den Weltraum reflektiert



Erde: $A = 0.30$

Strahlungs-Gleichgewicht: $(1 - A) \pi R_{\text{pl}}^2 F_* = 4 \pi R_{\text{pl}}^2 \sigma_{\text{SB}} T_{\text{GG}}^4$

$$\longrightarrow \boxed{T_{\text{GG}} = \left[\frac{1 - A}{4} \frac{F_*}{\sigma_{\text{SB}}} \right]^{1/4}}$$

Gleichgewichts-Temperatur
der Erde:

$$T_{\text{GG}} = 255 \text{ K} = -18^\circ \text{C}$$

Tatsächliche mittlere Oberflächentemperatur: $T_s = 288 \text{ K} = +15^\circ \text{C}$, $\Delta T = +33 \text{ K}$

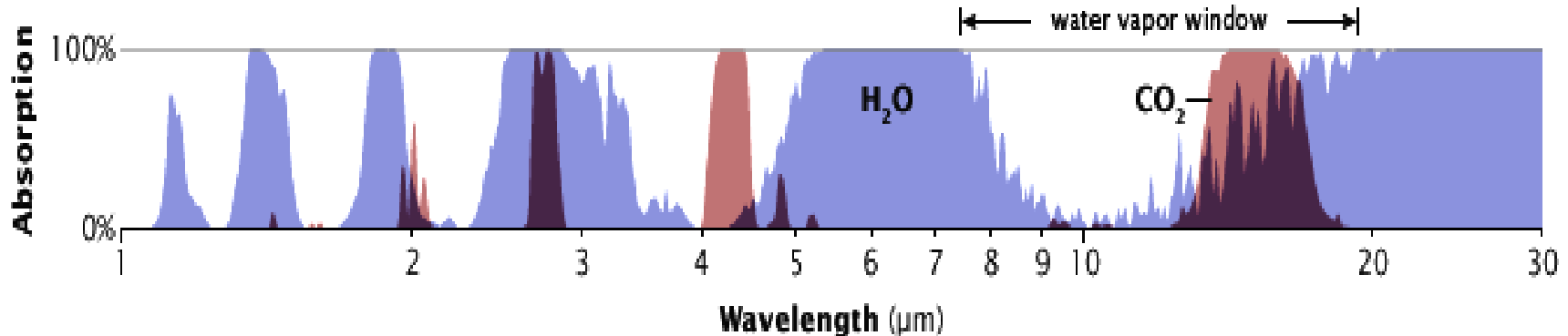
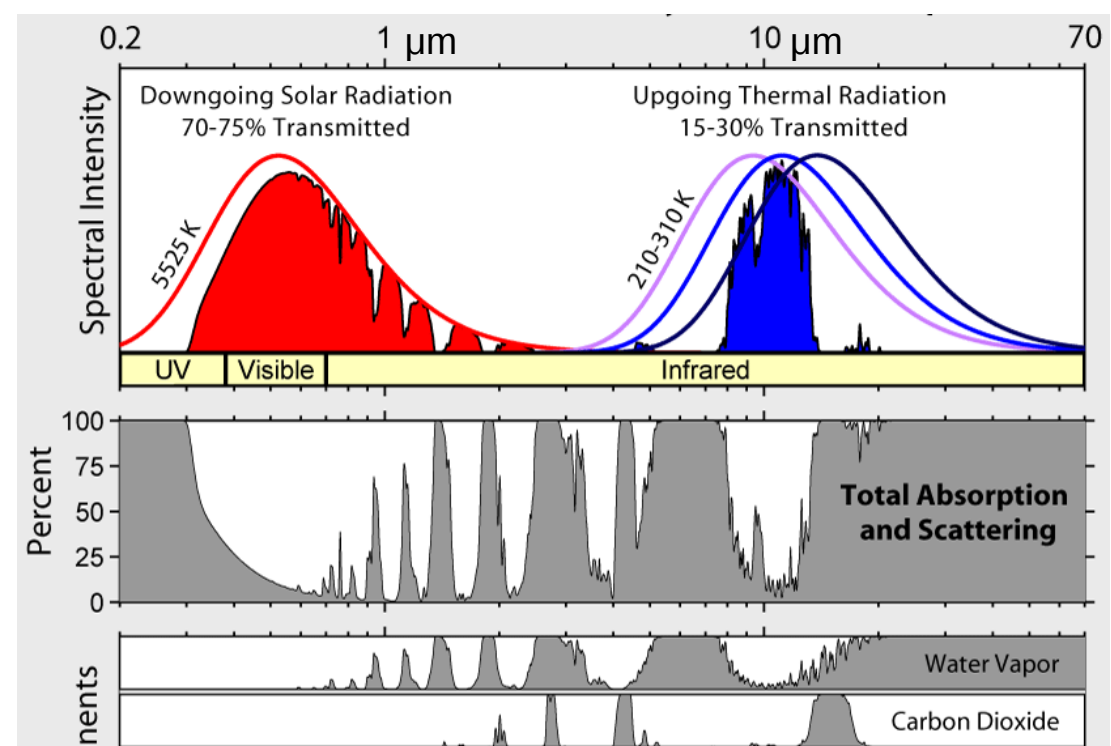
Differenz durch *Treibhaus-Effekt*

2. Unterschied zum Modell des perfekten Schwarzkörpers:

Absorption in der Erdatmosphäre behindert thermische Abstrahlung der Erdoberfläche

Die wichtigsten Treibhausgase:

H₂O und **CO₂**

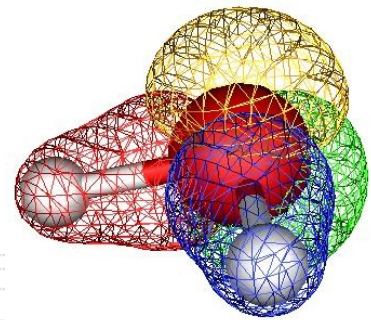
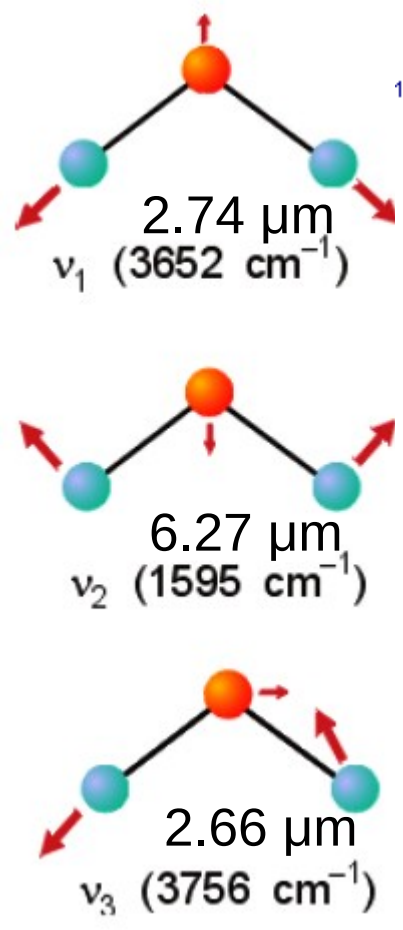


Derzeitige Erdatmosphäre ($5.2 \cdot 10^{18}$ kg):

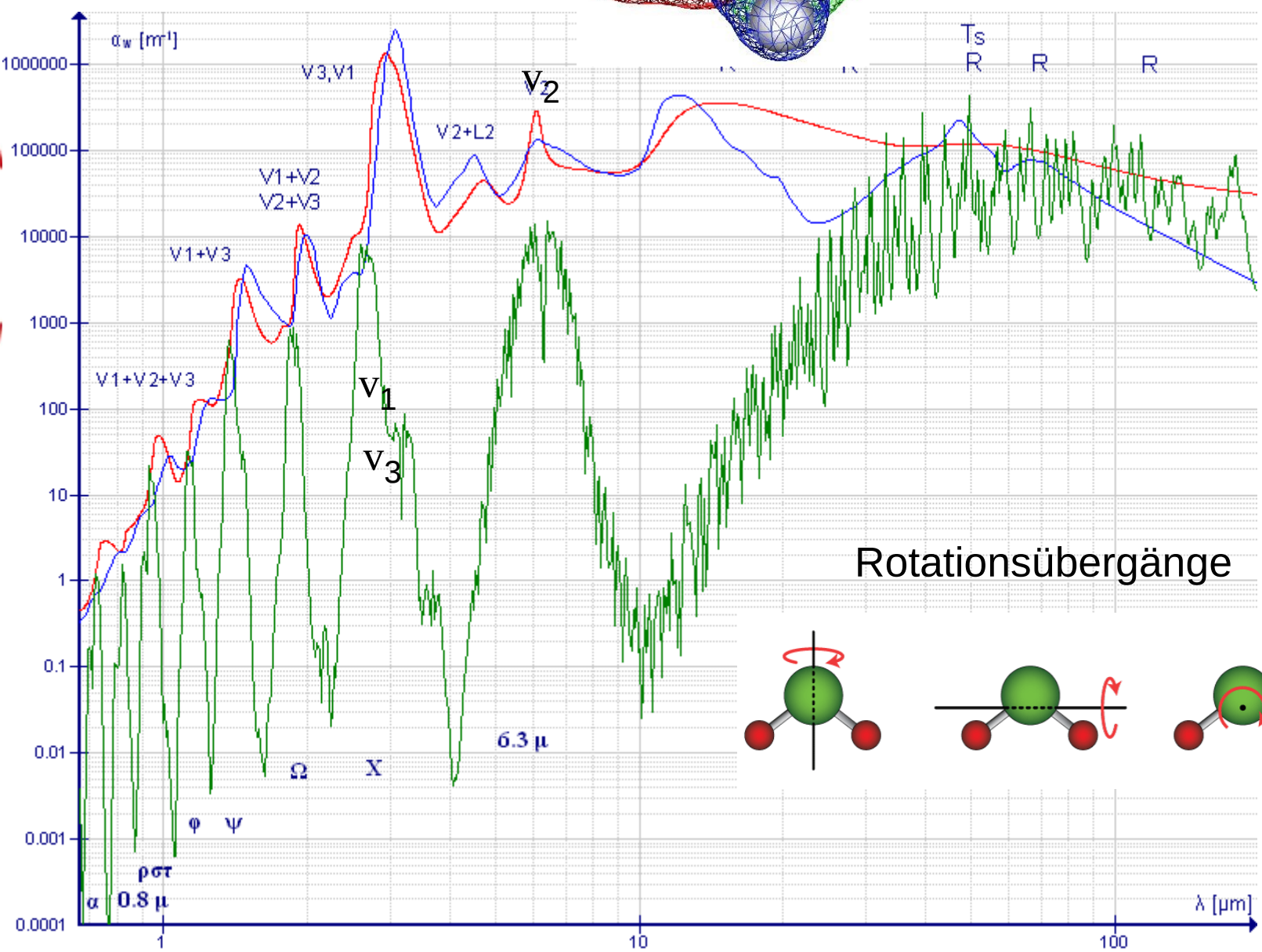
- **Wasserdampf** ($1.3 \cdot 10^{16}$ kg, 0.25%_m, ~0.4%_{Vol}, Wassersäule ~ 2.5 cm)
verursacht ~ **70%** des Treibhaus-Effekts (~ +23 K von +33 K),
- **CO₂** (400 ppm) verursacht ~ **20%**

Optische Eigenschaften von **Wasser**

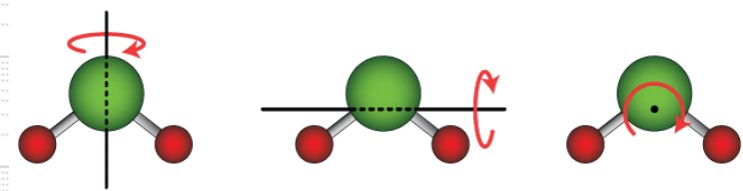
Vibrationsmoden



hohes Dipolmoment
→ starke WW mit Licht

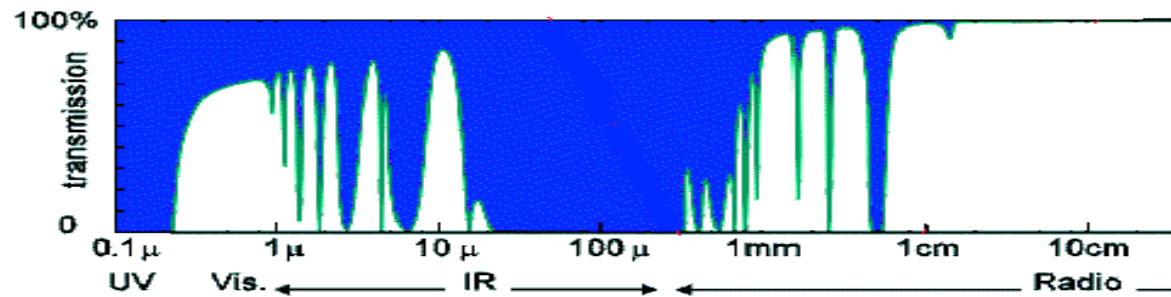
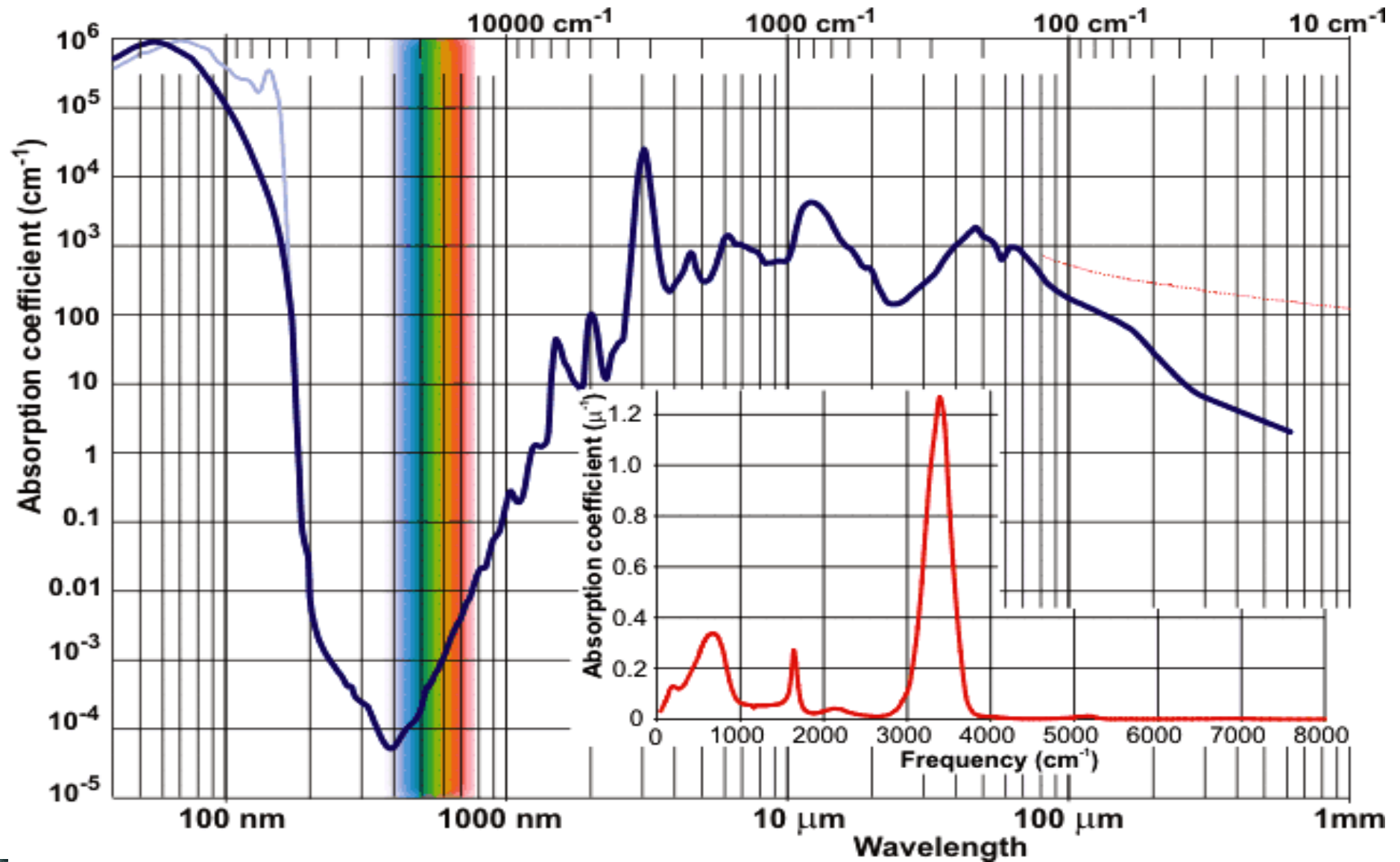


Rotationsübergänge



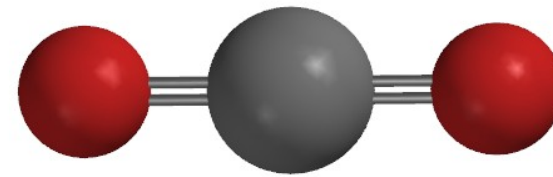
Grün: Dampf Rot: Flüssig Blau: Eis

Absorptionskoeffizient von Wasser



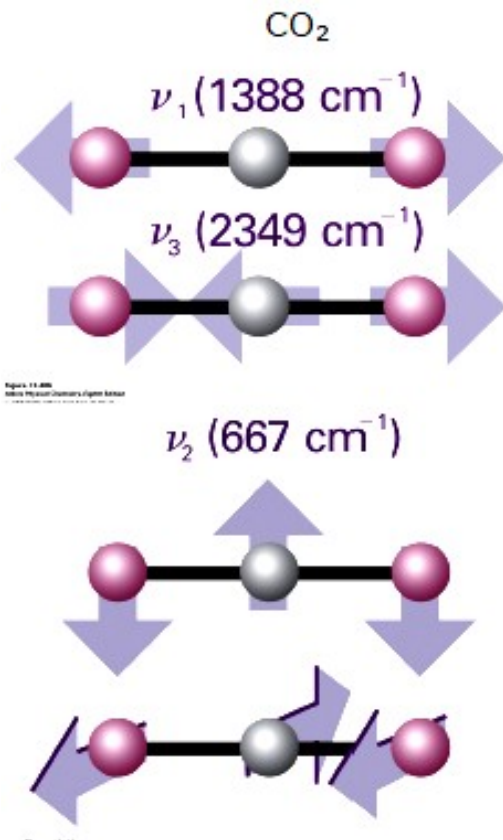
Optische Eigenschaften von CO_2 :

lineares Molekül → kein perm. Dipolmoment
→ schwaches Rotationsspektrum



Asymmetrische Vibrations-Moden (ν_2, ν_3) erzeugen (temporäres) Dipolmoment

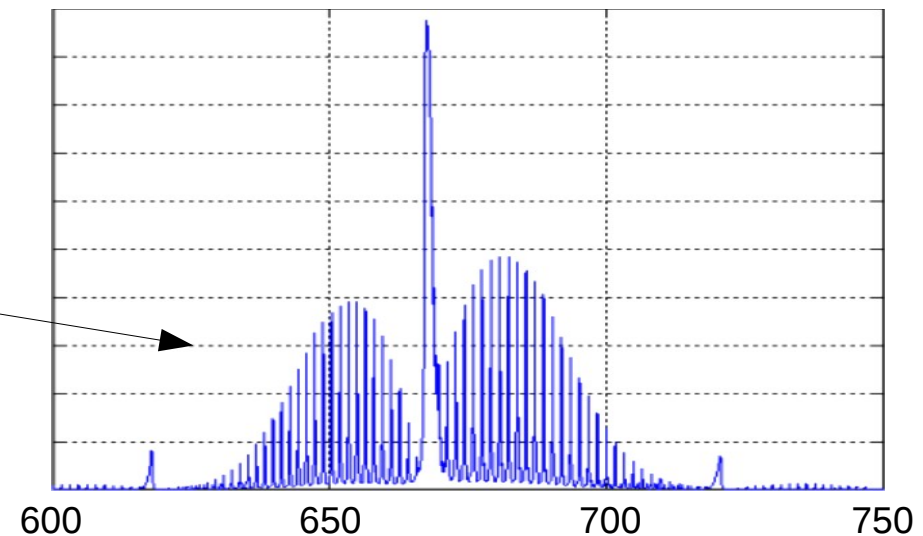
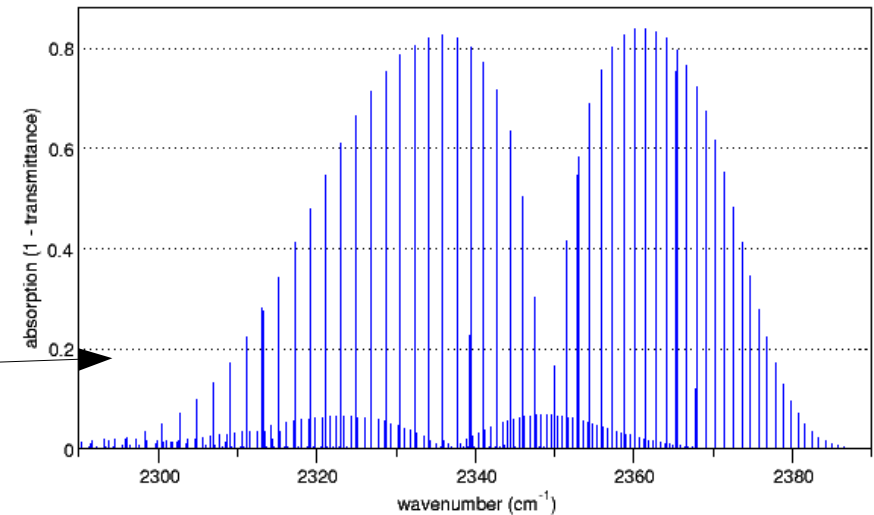
→ starke Absorption



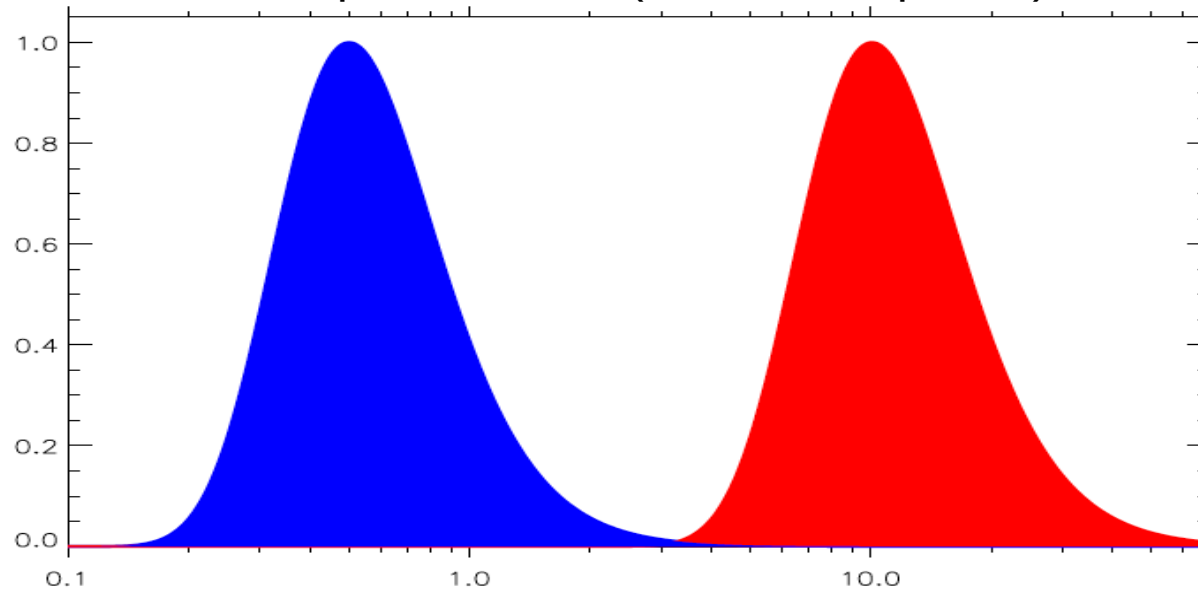
7.2 μm ; (sehr schwach)

4.3 μm

Bonding:
14.3 μm



Schwarzkörper Modell (ohne Atmosphäre!)

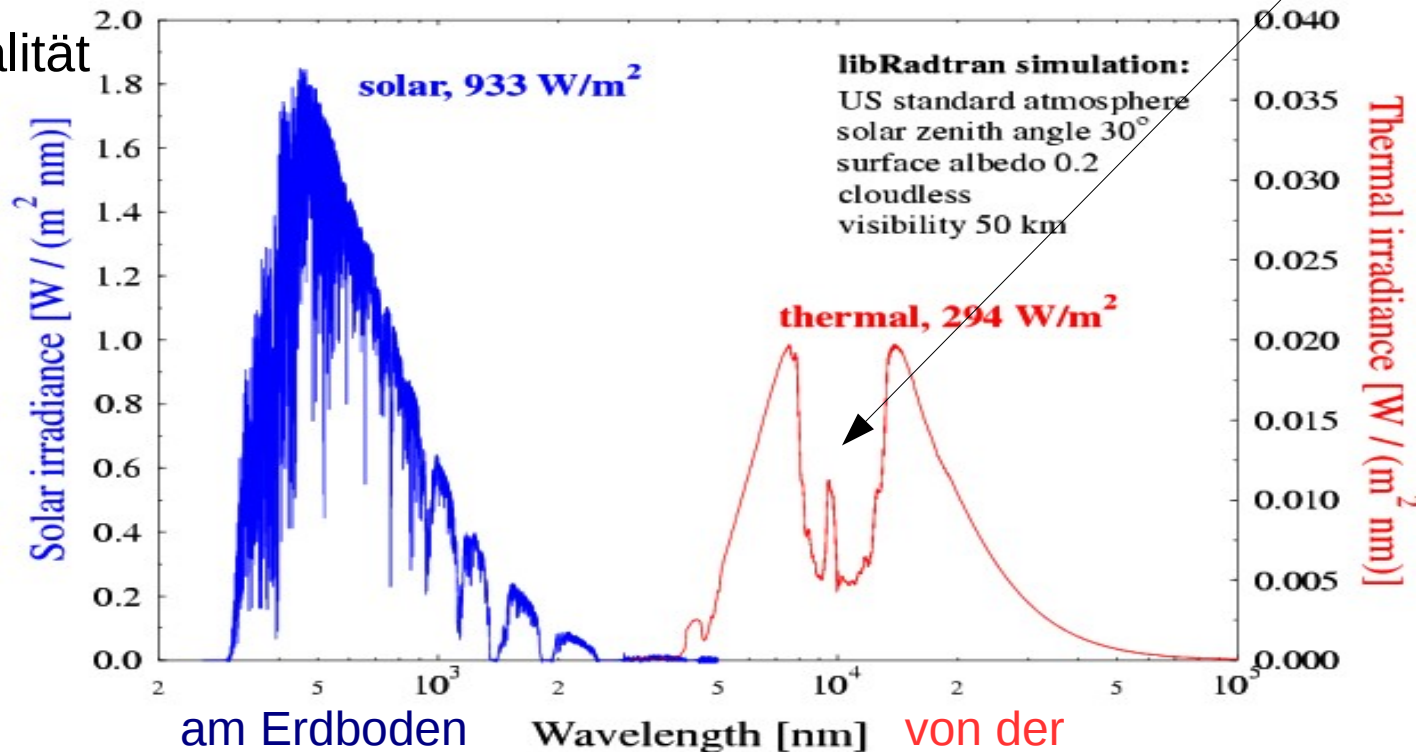


$$T_{\text{GG}} = 255 \text{ K} = -18^{\circ} \text{ C}$$

CO₂ v₂ mode:

14.3 μm

Realität



$$T_{\text{S}} = 288 \text{ K} = +15^{\circ} \text{ C}$$

am Erdboden
auftreffende
Sonnenstrahlung

von der
Erdatmosphäre
in den Weltraum emittierte Strahlung

Erhöhung der CO_2 Konzentration führt zu verstärkter Absorption der thermischen IR Strahlung in der Atmosphäre

Effekt ist nicht-linear (\sim logarithmisch)

IPCC: „Equilibrium Climate Sensitivity“

$$\Delta T_{2 \times \text{CO}_2} \simeq 3 \text{ K} [1.5 \dots 4.5] \text{ K}$$

Verdoppelung der CO_2 Konzentration führt zu $\sim 3 \text{ K}$ Temperaturanstieg

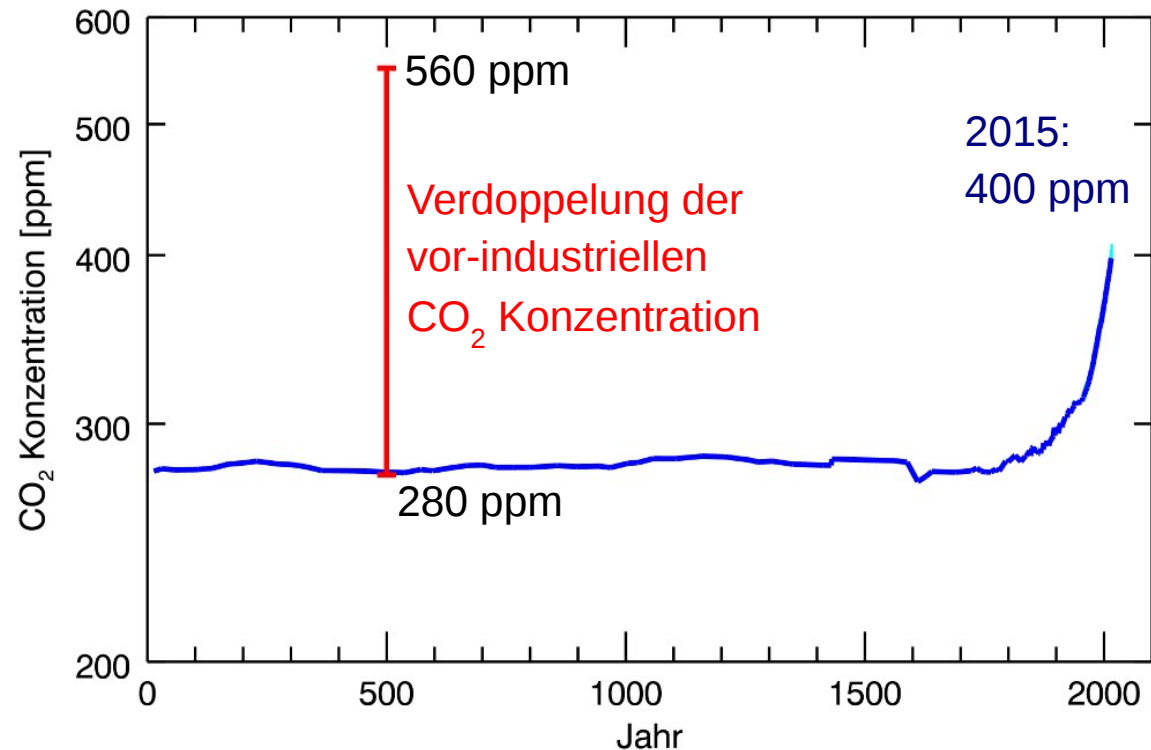
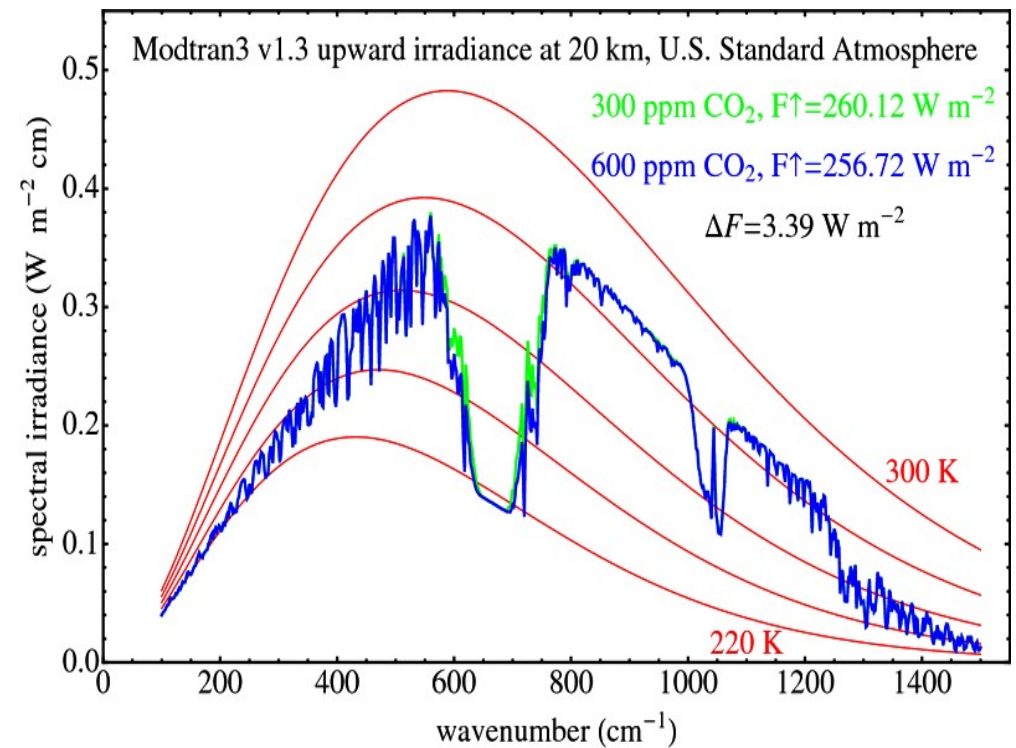
Gemessener CO_2 Anstieg zwischen 1750 und 2011: $278 \rightarrow 390 \text{ ppm}$

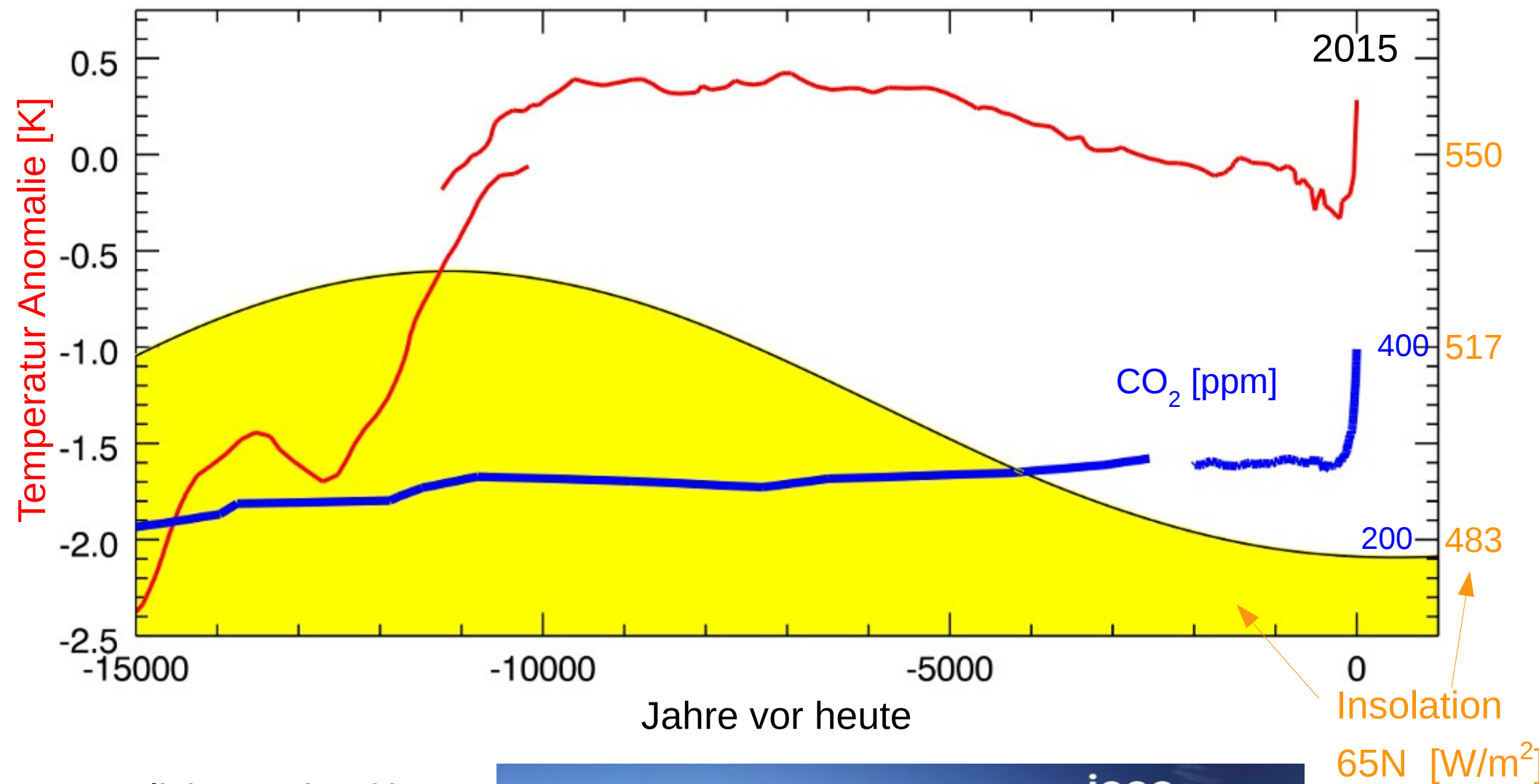
$$\rightarrow \Delta T_{\text{CO}_2} \approx 1.4 \text{ K} [0.7 \dots 2.1] \text{ K}$$

Gemessene Erhöhung der Globalen Temperatur 1880 – 2011:

$$\Delta T_{\text{global}} \approx 0.85 \text{ K} [0.65 \dots 1.06] \text{ K}$$

(IPCC, AR5, Technical Summary, S. 37)

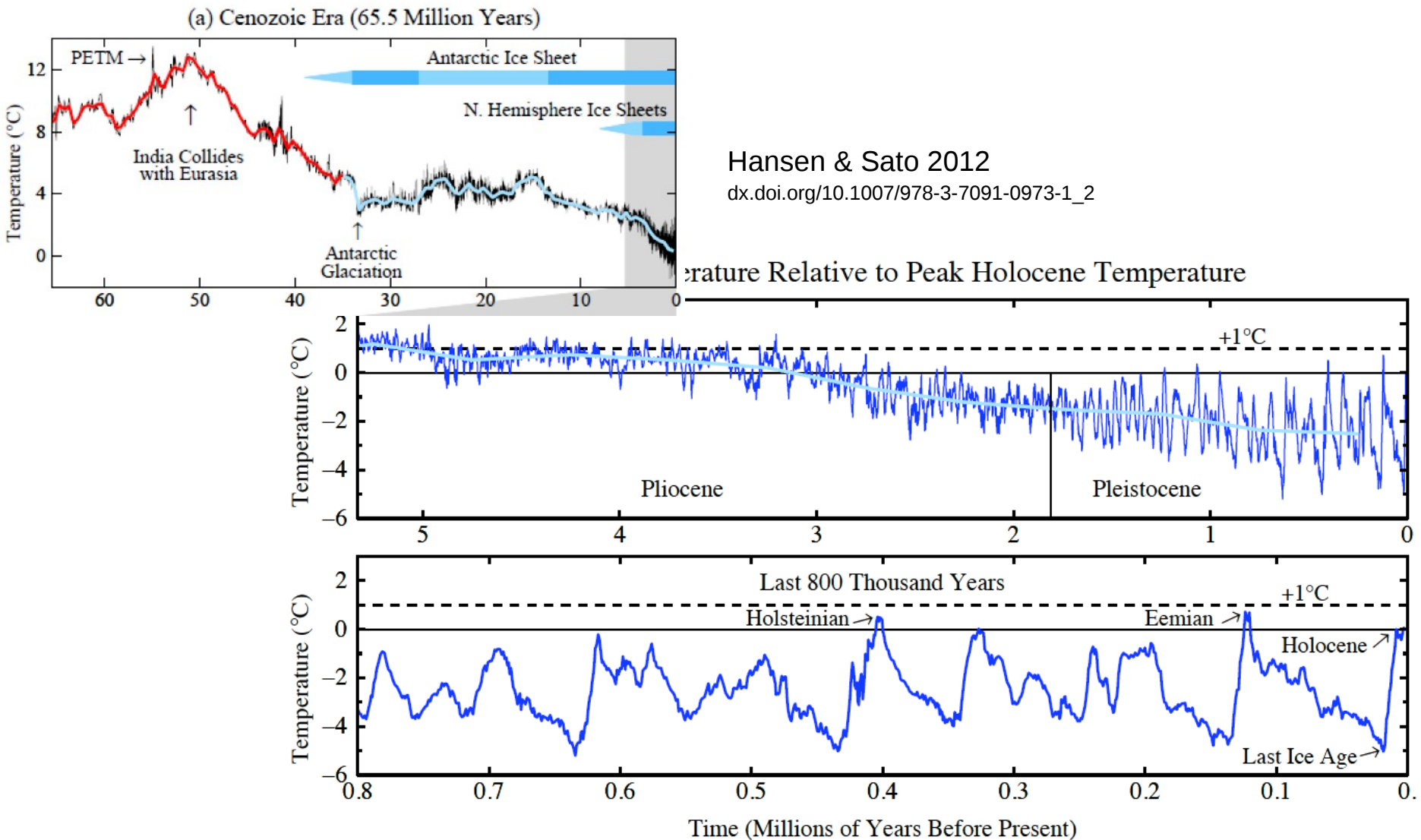




Zu möglichen zukünftigen
Konsequenzen der
gegegwärtigen Erwärmung
siehe IPCC Report:
www.ipcc.ch



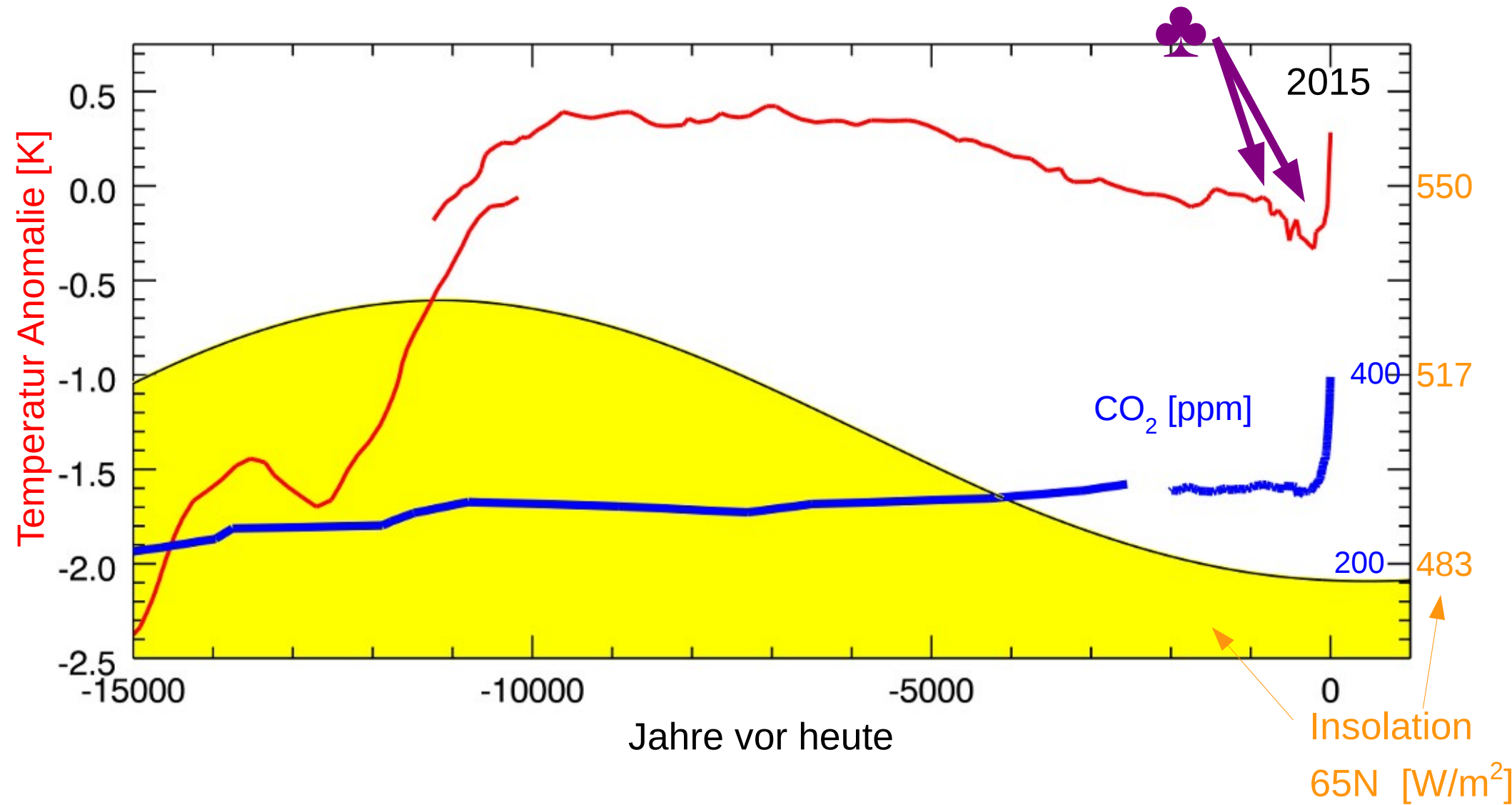
Temperaturentwicklung im gegenwärtigen (=Känozoischem) Eiszeitalter



Momentan: Wechsel zwischen

- langen (~ 100 000 Jahre) Kaltzeiten („Eiszeit“)
- kurzen (~ 10 000 Jahre) Warmzeiten.

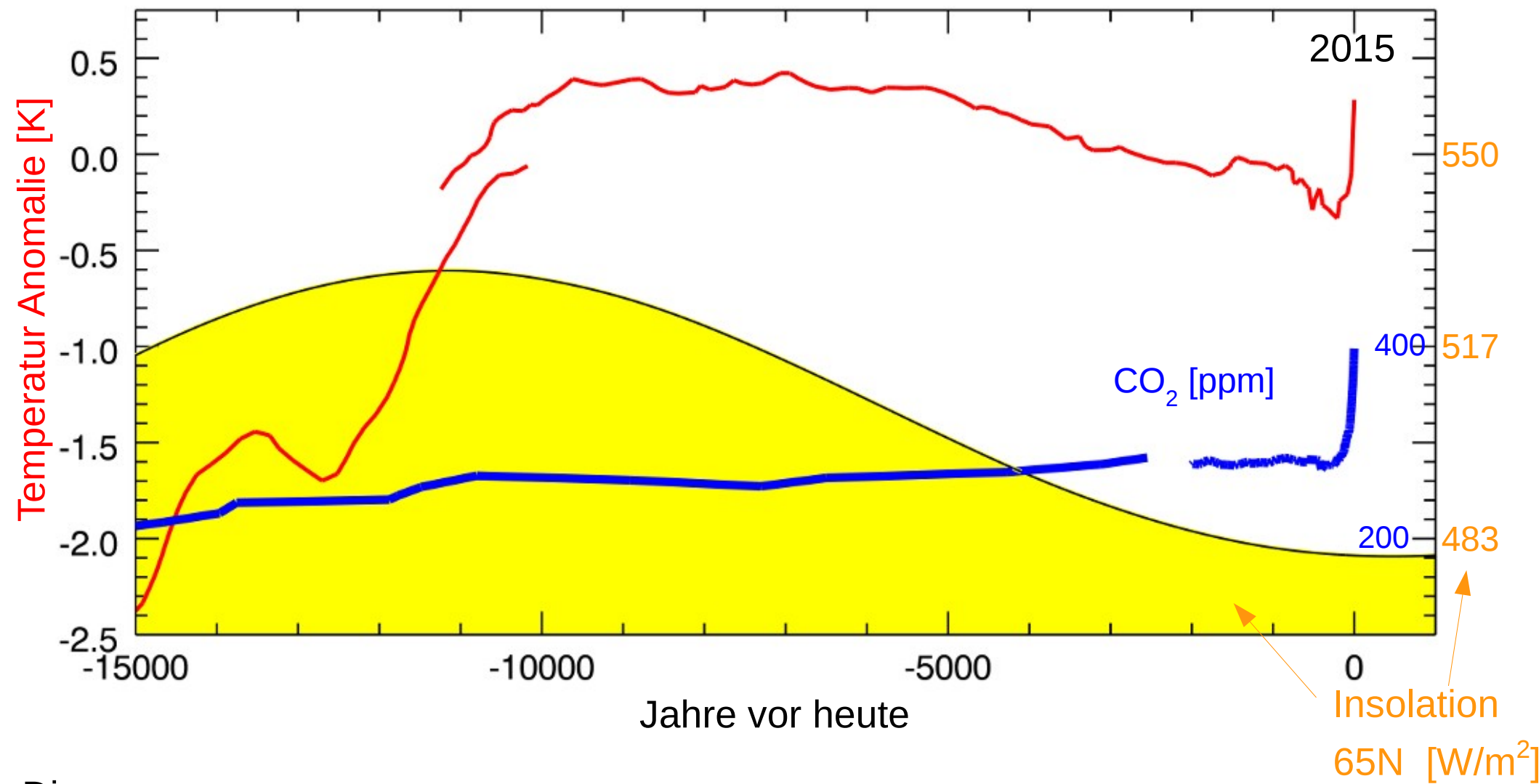
Gegenwärtige Warmzeit (Holozän) dauert bereits ca. 12 000 Jahre.



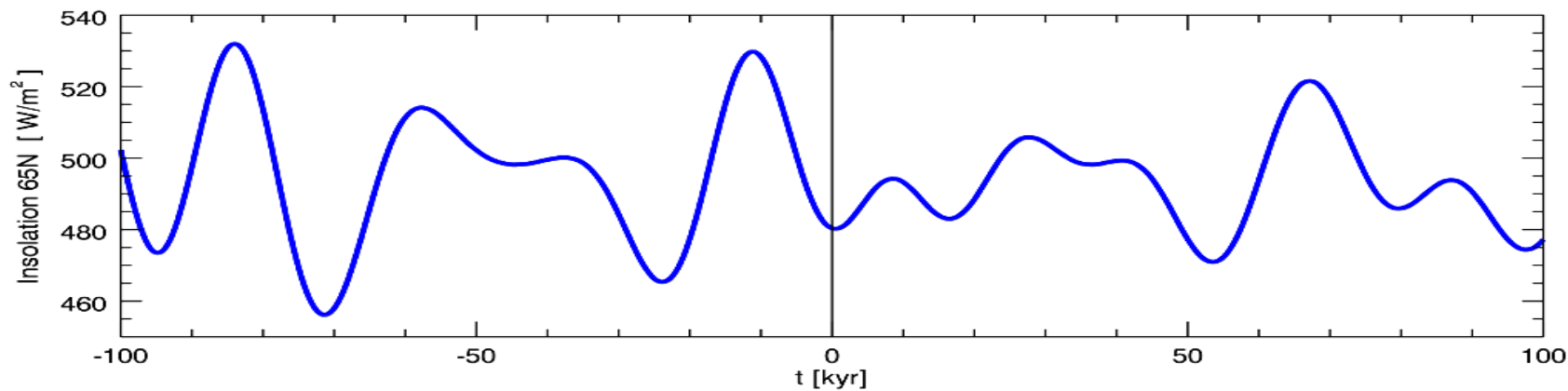
„Kleine Eiszeit“ (ca. 1600 – 1850):

Prä-Industrieller CO₂ Gehalt (~270 ppm)

war vermutlich gerade hoch genug, um den Übergang in eine „richtige“ Eiszeit zu verhindern.



Die
Zukunft:



In ~ 15 000 Jahren:
deutliche Abkühlung

→
Glaziales Maximum („Eiszeit“)
falls CO_2 Gehalt < 350 ppm wäre

In ~50 000 Jahren
Glaziales Maximum
(falls CO_2 < 600 ppm)

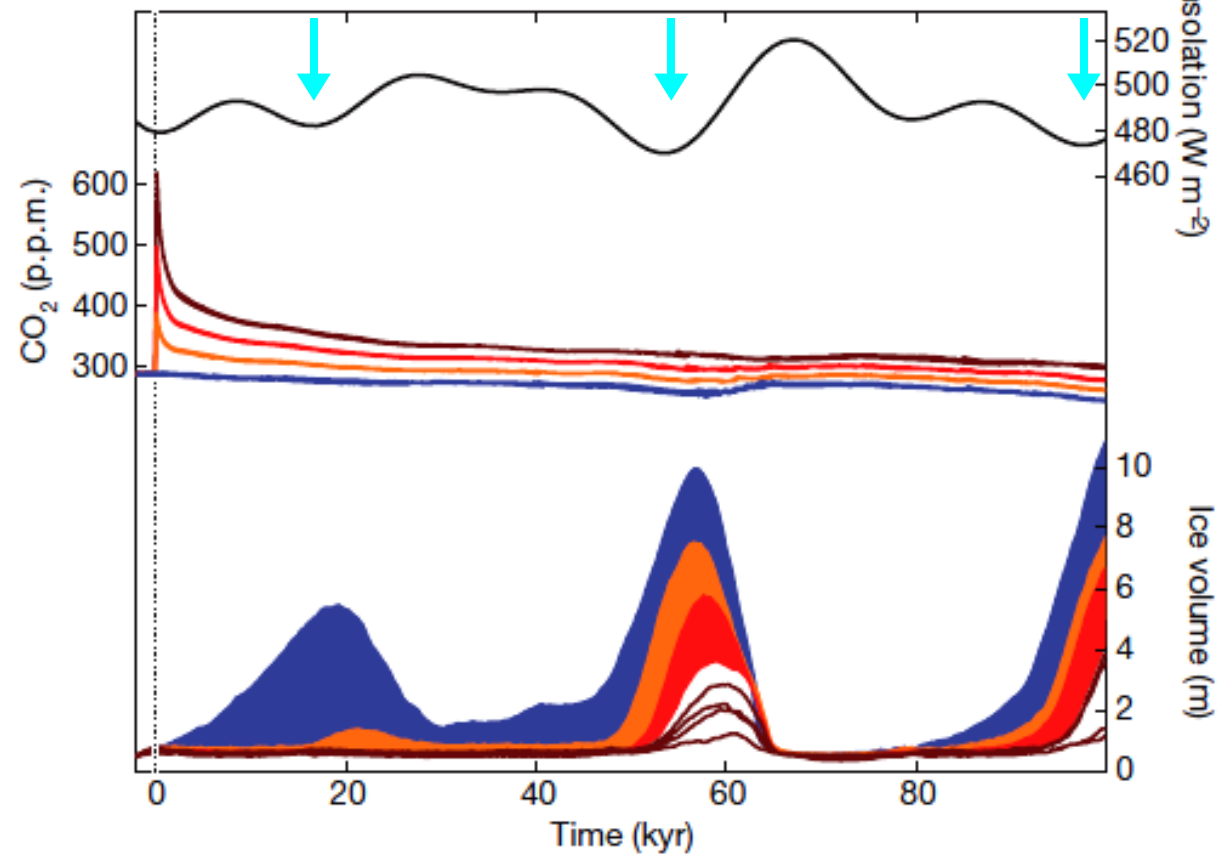


Figure 4 | The next glacial inception. The top panel shows the temporal evolution of the maximum summer insolation at 65° N. The middle panel shows the simulated CO_2 concentration during the next 100,000 years for different cumulative CO_2 emission scenarios: 0 Gt C anthropogenic



→ Ende der Zivilisation in Nord-Europa, Kanada / Nord-USA, ...