

原 BZOJ 3884 上帝与集合的正确用法 欧拉定理

2015年02月26日 11:20:22 PoPoQQQ 阅读数：8807 标签： BZOJ BZOJ3884 欧拉定理 数论 更多

个人分类： 数论 BZOJ

题目大意：求 $2^{(2^{(2^{(2^{\dots})})})} \bmod p$ 的值

SB出题人被各种乱++系列.....

其实是某天脑洞比较大突然想算算这东西= = 然后就发现了这个好玩的性质= =

其实+∞个2看着吓人其实没啥可怕的= =

Solution

令 $p = 2^k \cdot q$ ，其中 q 是一个奇数

那么我们有：

$$\begin{aligned}
 &2^{2^{2^{\dots}}} \bmod p \\
 &= 2^k (2^{2^{2^{\dots}} - k} \bmod q)
 \end{aligned}$$

由于 q 是奇数，故 q 与2互质，可以套用欧拉定理

$$\begin{aligned}
 &2^k (2^{2^{2^{\dots}} - k} \bmod q) \\
 &= 2^k (2^{(2^{2^{\dots}} - k) \bmod \varphi(q)} \bmod q)
 \end{aligned}$$

指数上是和一开始的式子同样的形式，可以递归做下去

容易发现除第一次外模数都是偶数，故每次递归模数都会至少除

掉2。因此在不超过 $\Theta(\log_2 p)$ 次递归之后，模数就会变成1。由于任何数 $\bmod 1$ 的结果都是0，故此时递归结束，回溯并计算结果即可。如果使用线性筛计算欧拉函数，时间复杂度 $\Theta(p + T \log_2 p)$ 如果每次 $\Theta(\sqrt{p})$ 计算欧拉函数，时间复杂度 $\Theta(T \log_2 p \sqrt{p})$

实践中后者速度完爆前者。

如果通过递推的方式依次计算 $\bmod 1 \sim \bmod 1000W$ 的值，时间复杂度为 $\Theta(p)$ ，由于常数太大实测TLE。/blog.csdn.net/PoPoQQQ

```

1 #include <cstdio>
2 #include <cstring>
3 #include <iostream>
4 #include <algorithm>
5 #define M 10001000
6 using namespace std;
7 int phi[M], prime[1001001], tot;
8 bool not_prime[M];
9 int Phi(int x)
10 {
11     int i, re=x;
12     for(i=2; i*i<=x; i++)
13         if(x%i==0)
14         {
15             re/=i; re*=i-1;

```



11



6



```

16 |         while(x%i==0) 17 |             x/=i;
18 |     }
19 |     if(x^1) re/=x,re*=x-1;
20 |     return re;
21 | }
22 | int Quick_Power(long long x,int y,int p)
23 | {
24 |     long long re=1;
25 |     while(y)
26 |     {
27 |         if(y&1) (re*=x)%=p;
28 |         (x*=x)%=p; y>>=1;
29 |     }
30 |     return re;
31 | }
32 | int Solve(int p)
33 | {
34 |     if(p==1) return 0;
35 |     int temp=0;
36 |     while(~p&1) p>>=1,++temp;
37 |     int phi_p=Phi(p);
38 |     int re=Solve(phi_p);
39 |     (re+=phi_p-temp%phi_p)%=phi_p;
40 |     re=Quick_Power(2,re,p)%p;
41 |     return re<<temp;
42 | }
43 | int main()
44 | {
45 |     int T,p;
46 |     for(cin>>T;T;T--)
47 |     {
48 |         scanf("%d",&p);
49 |         printf("%d\n",Solve(p));
50 |     }
51 |     return 0;
52 | }

```

晋阳街一个35岁股民的自白，炒股多年的她真的赚到钱吗？

漯河朵怡商贸 · 鹧鸪



想对作者说点什么



Faxth：直接大力求phi的话复杂度是 $f(n)=f(n/2)+\sqrt{n}+\log(n)=\sqrt{n}+\log^{2n}$ 吧，所以时间复杂度好像是 $O(T*(\sqrt{p}+\log^2 p))$ 吧，虽然这个上限基本是也到#3楼)



Fuxey：如果2有无穷个的话，INF - tmp 应该还是 INF吧..... (2年前 #2楼) [查看回复\(1\)](#)



skywalkert：T太小啦！你看要是出到 \sqrt{p} 以上还能随便乱水嘛！干脆T换到 10^6 啊！ (3年前 #1楼) [查看回复\(2\)](#)

BZOJ 3884 上帝与集合的正确用法（欧拉函数 找递推公式）

阅读数 166

题目链接：bzoj3884 参考博客：点击打开链接 题意：求 $222...mod p$ 的值，多组... 来自：[qq_36782366的...](#)

[BZOJ 3884] 上帝与集合的正确用法【欧拉定理/初等数论】

阅读数 2175

[Description]求值 [Solution] 不要被无限个2吓到了，这一题有一些有趣的性质可以... 来自：[Codeplay0314](#)

BZOJ 3884 上帝与集合的正确用法

阅读数 3661

题目：<http://www.lydsy.com/JudgeOnline/problem.php?id=3884> 题意：求 $2^{2^2}...$ 来自：[skywalkert's spa...](#)

福利~终于等到短线高手微信,k线解读抓牛股真准,抓住机会!

湖北金账房 · 鹧鸪