

前三道题目都和 PPT 内容相适配，第四题为一道杂题。

1 匹配(match.c/cpp/pas)

前 40%的数据：很显然题目就是一个 LCS，那么直接用 $O(n^2)$ 的 LCS 算法即可。

前 100%的数据：

考虑到一个性质，即 A、B 两个序列中的元素均**两两不同**。

于是考虑将 A 序列中的元素按 1、2、3、4、...、n 从左到右依次重新标号，那么每一个原来的标号就对应了一个新的标号。

考虑在 B 序列中将标号换为对应的新的标号，那么新的 B 序列上，一个单调上升的序列，对应 A 序列中下标即单调上升的。也就是说实质上形成了原来 A、B 序列的一个公共子序列。

于是只用在新的 B 序列上用 $O(n\log n)$ 的方法求 LIS 即可。

2 块(block.c/cpp/pas)

前 100%的数据：

考虑删边后得到的连通块一定是有根的，那么就考虑每个连通块仅在根处统计答案。

令 $dp[a][j]$ 表示以 a 为根的子树，要形成大小为 j 的连通块所需删去的最少边数，注意这个连通块一定包含点 a。另外 $dp[a][j]$ 中没有考虑点 a 的父亲那边的点，也不需要删除父亲边。

初始值为 $dp[a][1]=cnt$ ，其中 cnt 为点 a 的儿子数目。考虑转移，实质是一个典型的树上背包。现在计算 $dp[a][j]$ ，考虑枚举点 a 的每个子结点 b，枚举在 b 这边选大小为 k 的连通块，则有 $dp[a][j] = \min(dp[a][j-k] + dp[b][k] - 1, dp[a][j])$ ，其中减 1 是为了重新连回 a 和 b 之间的边。注意和一般的背包相同，为了避免同一物品多次放入，j 应当从大到小枚举。

另外同课上讲的一样，一定注意树上背包时枚举的范围，这样才能做到 $O(n^2)$ 。细节可以见标程代码。

3 路径(path.c/cpp/pas)

100% 的数据：

这道题几乎是 PPT 原题。首先跑一遍 tarjan（只用判断是否存在返祖边，不用写完整的 tarjan），若有环则输出 -1。

没有环则是一个 DAG，考虑使用拓扑排序进行 DP 即可， $dp[i][j]$ 表示以 i 为终点的路径中，字符 j 出现的最多次。

答案即所有 dp 值取 max。

4 染色(Paint.c/cpp/pas)

40% 的数据：

直接用线段树的区间修改即可。

100% 的数据：

考虑将染色倒过来，那么一个点被染色之后便不能再被染色了。此时如果能够 $O(1)$ 找到一个位置后面第一个没有被染色的点，然后暴力染色，由于每个点只会被染一次，那么复杂度便是 $O(n)$ 。

问题是如何 $O(1)$ 找到呢？考虑将所有连续的已经被染色的点（无论染的什么颜色）用并查集合并起来，并且让并查集根为这段连续区间最右边的点。每次暴力染色时，判断这个点左右是否被染色，如果左边被染过色就将左边的父亲边连向自己，如果右边被染过色就将自己的父亲边指向右边。这样的话，每次通过并查集找到根，再向右走一个位置就是下一个没有被染色过的点。