

今天是最后一天考试了，考虑到之后即将开学，没有太多时间处理遗留问题，所以这次题目偏简单。

希望调完了这四道题的同学，将之前遗留的数据结构以及字符串的题调了，有时间也可以再复习一下之前的 DP（数位 DP、状压 DP 等）。

1 绵羊(sheep.c/cpp/pas)

比较入门的期望 dp， $dp[i]$ 表示从格子 i 开始，期望掷多少次骰子能到终点。

如果 i 格子有弹簧到位置 pos ，则 $dp[i]=dp[pos]$ ，否则：

$$dp[i] = \sum_{j=1}^6 \frac{dp[i+j] + 1}{6}$$

注意多组数据，可能需要初始化。

2 分组(group.c/cpp/pas)

课上例题，单调队列入门题目。

课件如下：

Problem 2-1

题目： n 个人排成一排，不能连续选超过 k 个人，每个人有个收益 v_i ，问如何选择能够使得总收益最大。（ $n, k \leq 10^5$ ）

▪ $dp[i]$ 表示仅考虑前 i 个人的最大总收益， $sum[i]$ 表示前 i 个人的收益之和。

▪ $dp[i] = \max(dp[j-1] + sum[i] - sum[j]) \quad (i-k \leq j \leq i)$

▪ $dp[i] = \max(dp[j-1] - sum[j]) + sum[i] \quad (i-k \leq j \leq i)$

▪ 注意到 $i-k$ 和 i 是单调递增的，这里便可以使用单调队列优化。对 $dp[j-1] - sum[j]$ 维护单调队列即可。

3 立方(cube.c/cpp/pas)

课上例题（平方和）的扩展版本，应该是本次考试最难的一道题目。实际上这道题原本也在课件上，但被删减掉了故没有讲。

删减掉的课件如下：

Problem 1-6

题目：给定一个长度为 n 的01串，第 i 个位置有 a_i 的概率为1，最终得分为01串中所有连在一起1的长度的立方和，求得分的期望。
($n \leq 100000$)

- 考虑长度为 x 的1后面加1的贡献。 $(x+1)^3 - x^3 = 3x^2 + 3x + 1$ 。
- 也就是说在长度为 x 的1后加上1会获得 $3x^2 + 3x + 1$ 得分。
- 若加入1，得分改变值的期望 $E(3x^2 + 3x + 1) = 3E(x^2) + 3E(x) + 1$
- $E(x)$ 同上一题维护，但 $E(x^2)$ 呢？也就是末尾连续1的长度的平方的期望值，令为 $d2[i]$ 。
- 当加入1时，现要求 $d2[i+1]$ 在 $d2[i]$ 基础上的改变值，即 $E((x+1)^2) - E(x^2) = E(2x+1) = 2E(x) + 1$ ，即 $2d2[i] + 1$ 。
- $d[i+1] = a[i+1] * (d[i] + 1) + (1 - a[i+1]) * 0$
- $d2[i+1] = a[i+1] * (d2[i] + 2 * d[i] + 1) + (1 - a[i+1]) * 0$
- $f[i+1] = a[i+1] * (f[i] + 3 * d2[i] + 3 * d[i] + 1) + (1 - a[i+1]) * f[i]$

4 最长公共子序列(lcs.c/cpp/pas)

不知道这道题能坑到几个小朋友。

仔细看题可以发现这道题空间是 64M，会 MLE，用 short 也基本刚刚好会 MLE，应该用滚动数组进行优化。