# NOIP 模拟题 题解

## By liu\_runda

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 题目名称 | 数 | 论 | 题 |
| 源程序文件名 | number.cpp | theory.cpp | problem.cpp |
| 输入文件名 | number.in | theory.in | problem.in |
| 输出文件名 | number.out | theory.out | problem.out |
| 每个测试点时限 | 1s | 1s | 1s |
| 内存限制 | 512MB | 512MB | 512MB |
| 测试点数目 | 10 | 10 | 10 |
| 每个测试点分值 | 10 | 10 | 10 |
| 是否打开O2优化 | 否 | 否 | 否 |

## 数(number)

送分题.

10%的数据: 照顾什么也不会的选手,可以选择直接输出YES或NO尝试骗分.

50%的数据: O(sigma{ai})的算法,即判断一个数是否为质数的时候枚举小于x的所有数字判断是不是x的因子.

100%的数据: O(sigma{sqrt(ai)})的算法,即枚举因子时只枚举到sqrt(ai)

## 论(theory)

考察欧拉函数.

30%的数据: 照顾不会辗转相除法的选手.

60%的数据: 直接用辗转相除法求解n个gcd

100%的数据: 枚举n的所有约数,共有O(sqrt(n))个,对于每个约数x考虑有多少个1<=i<=n的i使得gcd(i,n)==x.那么i必须是x的倍数且gcd(i/x,n/x)==1,记i/x为k,那么对于一个x我们考虑有多少个合法的k.k需要满足的条件是1<=k<=n/x且gcd(k,n/x)==1,那么就是小于n/x且和n/x互质的数的个数,显然就是欧拉函数.

## 题(problem)

考察组合数与卡特兰数.

对于n<=100的40%数据:存在一个通用的DP,定义f[i][j][k]表示i步之后走到(j,k)的方案数,复杂度为O(n^3).

对于typ=1的数据:答案为catalan数,使用O(n)的catalan数递推公式或者利用组合数O(1)计算均可.catalan(n)=C(2n,n)/(n+1)

对于typ=0的数据:枚举横向移动了多少步.横向移动i步时(为了存在合法解,i必须是偶数),方案数为C(n,i)\*C(i,i/2)\*C((n-i),(n-i)/2)

对于typ=2的数据:f[i]表示走了i步回到原点的方案数,枚举第一次回到原点时走过的步数j(为了存在合法解,j为偶数),则此时方案数为f[i-j]\*catalan(j/2-1),复杂度为O(n^2)所以最大范围只出到1000.

对于typ=3的数据:枚举横向移动了多少步.横向移动i步时(为了存在合法解,i必须是偶数),方案数为C(n,i)\*catalan(i/2)\*catalan((n-i)/2)

n<=1000的数据是为了照顾只会使用杨辉三角形求解组合数的选手.