

Universidad de Costa Rica Facultad de Ciencias Escuela de Matemática

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA

MA-1006 Introducción al Análisis Numérico

CARTA AL ESTUDIANTE I CICLO 2025

Modalidad: Presencial Créditos¹: 4

Tipo de curso: Teórico Requisitos: MA-1005,

Nivel: III año, I ciclo (Ingeniería Civil); CI-0202

IV año, II ciclo (Computación) Correquisitos: Ninguno

Horario de clases: Aulas:

1. Descripción del curso

Este curso ofrece una introducción al estudio de los métodos numéricos, que son técnicas utilizadas para formular problemas matemáticos de manera que puedan resolverse mediante operaciones aritméticas y la implementación de algoritmos en computadoras.

Los métodos numéricos abarcan diversas técnicas matemáticas que comparten una característica común: requieren una gran cantidad de cálculos. El objetivo es proporcionar al estudiante una introducción a los métodos clásicos y modernos que se utilizan actualmente para resolver problemas matemáticos en diversas disciplinas, especialmente aquellos que no pueden ser resueltos mediante métodos exactos o donde estos métodos no son eficientes.

El contenido del curso es principalmente matemático, aunque algunos problemas y ejercicios se presentarán en el contexto de la ingeniería. Por esta razón, se espera que los estudiantes tengan conocimientos básicos en ingeniería adquiridos durante su formación. Formalmente, el requisito es haber completado el curso MA-1005. No obstante, es esencial contar con conocimientos de Cálculo I, II y III, así como de Álgebra Lineal y Programación.

Una parte del curso se desarrollará utilizando el programa de cálculo numérico MATLAB, que se empleará para las implementaciones computacionales de las técnicas estudiadas.

¹Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente.

2. Objetivos

2.1. Generales

- 1. Ofrecer a la persona estudiante de ingeniería los conocimientos básicos del Análisis Numérico.
- 2. Demostrar el vínculo existente entre la teoría matemática estudiada y la solución de ejercicios prácticos del área de las ingenierías.
- 3. Utilizar los elementos básicos teóricos computacionales para desarrollar investigación y elaborar proyectos de ingeniería.

2.2. Específicos

Al finalizar este curso, se espera que la persona estudiante sea capaz de:

- 1. Dominar las técnicas de uso más frecuente del Cálculo Numérico.
- 2. Reconocer la importancia de la teoría de errores.
- 3. Utilizar métodos en la solución de ecuaciones no lineales mediante los algoritmos de bisección, Newton-Raphson, secante y otros.
- 4. Estudiar el álgebra matricial numérica abarcando tanto los métodos directos como los iterativos.
- 5. Estudiar y aplicar la interpolación y la aproximación lineal.
- 6. Estudiar la diferenciación e integración numérica.
- 7. Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias mediante métodos numéricos.
- 8. Comprender los alcances y limitaciones teóricas asociadas a los métodos numéricos considerados en el curso.

3. Contenidos

3.1. Aritmética de precisión finita

Punto flotante: Representaciones de números máquina, estándares de la IEEE, números normales y subnormales. Épsilon máquina.

Error absoluto, error relativo, dígitos significativos: Cálculo y acotación de errores de las diferentes representaciones utilizadas. Determinación de dígitos significativos de aproximaciones numéricas.

Operaciones aritméticas en precisión finita: Definición de operaciones como suma, resta, multiplicación y división de las representaciones utilizadas. Aproximación de la representación numérica luego de aplicación de operaciones básicas.

Propagación del error: Uso del truncamiento, redondeo y otras técnicas para obtención de valores representables en el conjunto de números reales de precisión finita. Estudio del error acumulado.

3.2. Aspectos computacionales

Operaciones y algoritmos: Introducción a MATLAB. Manipulación de matrices, vectores, operaciones y funciones de MATLAB.

Ejecución condicional, ciclos: Aplicación de los conceptos básicos de la programación y uso de condicionales y ciclos en MATLAB.

Graficación, programación y creación de scripts con MATLAB: Implementación de lo visto con anterioridad para crear rutinas, M-funciones y otros. Resolución de problemas que involucran programación con MATLAB. Uso de archivos integrados con extensión .mlx. Elaboración de scripts complejos.

3.3. Aproximación a raíces de ecuaciones no lineales

Método de Bisección: Aplicación del método de bisección para aproximar la solución de una ecuación. Acotación del error de aproximación. Implementación de algoritmos basados en bisección o sus variantes.

Método de Punto Fijo: Aplicación del método del punto fijo (iteración simple) para aproximar la solución de una ecuación. Acotación del error de aproximación. Implementación de algoritmos basados en punto fijo o sus variantes.

Método de Newton-Raphson: Aplicación del método de Newton-Raphson para aproximar la solución de una ecuación. Cota del error de aproximación. Implementación de algoritmos basados en Newton-Rhapson o sus variantes.

Método de la secante: Aplicación del método de la secante para aproximar la solución de una ecuación. Cota del error de aproximación. Implementación de algoritmos basados en secante o sus variantes.

Método de falsa posición Aplicación del método de falsa posición para aproximar la solución de una ecuación. Cota del error de aproximación. Implementación de algoritmos basados en falsa posición o sus variantes.

Estudio de convergencia: Orden de convergencia de los métodos vistos y algunas modificaciones de sucesiones para aceleración de convergencia. Implementación.

3.4. Métodos directos para sistemas de ecuaciones lineales

Factorización de matrices: Eliminación gaussiana, algoritmos de sustitución hacia atrás y hacia adelante, pivoteos (parcial, total, etc.). Factorización de matrices como $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{U}, \, \mathbf{P}\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{U}, \, \mathbf{A} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$ vía Householder, factorización de Cholesky u otras. Implementación de algoritmos.

3.5. Métodos iterativos y sistemas de ecuaciones

Normas, condición y estabilidad: Definiciones y cálculo de normas de vectores y normas matriciales. Número de condición de una matriz. Estabilidad. Programación de algunas normas y números de condición.

Métodos iterativos para sistemas lineales: Utilización de métodos como Jacobi, Gauss-Seidel y sobrerrelajación para la solución numérica de sistemas de ecuaciones lineales. Programación e implementación de los métodos.

Métodos iterativos para sistemas de ecuaciones no lineales: Utilización de métodos de Seidel, punto fijo multivariable, Newton multivariable. Implementación de algoritmos.

3.6. Interpolación polinomial

Interpolación de Lagrange: Estudio de métodos de Lagrange y Newton (Diferencias Divididas), cotas de error para polinomios de interpolación. Programación e implementación en MATLAB.

Interpolación de Hermite: Estudio del método de Hermite por polinomios de Lagrange y de Hermite y método de Diferencias Divididas. Cota de error para polinomios de interpolación de Hermite. Programación e implementación en MATLAB.

Interpolación segmentaria: Definición del fenómeno de Runge. Estudio de métodos de interpolación con trazadores lineales, cuadráticos y cúbicos. Trazadores cúbicos con frontera natural y frontera sujeta. Implementación del trazador cúbico con MATLAB.

3.7. Derivación e Integración numéricas

Derivación numérica: Diferencias finitas por esquemas (adelante, atrás, etc.) y aproximación de derivadas de orden uno y superiores.

Cuadraturas de Newton-Cotes: Estudio de reglas de cuadratura como rectángulo, trapecio, Simpson. Acotación de errores integrales. Implementación de cuadraturas en MATLAB.

Cuadraturas Gaussianas: Integración numérica utilizando ceros de polinomios ortogonales. Determinación de abscisas y pesos de una cuadratura por coeficientes indeterminados.

Integración numérica compuesta: Reglas compuestas con cuadraturas simples de Newton-Cotes y gaussianas. Cotas para errores integrales. Implementación de cuadraturas compuestas en MATLAB. Definición del método de Romberg.

3.8. Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias

Métodos de Taylor de orden superior: Aplicación de desarrollos de Taylor en ecuciones diferenciales ordinarias.

Problemas de valor inicial Funciones acotadas por constantes de Lipschitz en conjuntos dados. Teorema de existencia y unicidad para PVI.

Métodos Euler y de Runge-Kutta: Aplicación de los métodos de Euler y Runge-Kutta (de orden 2, 3, 4) y su programación e implementación en MATLAB.

Fórmulas multipaso: Aplicación de fórmulas multipaso y métodos iterativos de Adams-Bashfoth y Adams-Moulton. Método de predicción-corrección PC4. Implementación en MATLAB.

4. Metodología

Es necesario que la persona estudiante tenga instalado el software MATLAB, o que active su licencia para usar la versión online, para lo cual la Universidad de Costa Rica brinda la licencia. Los pasos a seguir deben consultarse con el docente del curso.

Según las Resoluciones VD-R-9374-2016 y VD-11489-2020, este es un curso de modalidad *bajo virtual* mediante el uso de la plataforma Mediación Virtual.

Se estará utilizando MEDIACIÓN VIRTUAL, en el cual se colocarán todos los materiales del curso así como parte de las evaluaciones, y anuncios importantes. La forma para matricularse en el entorno virtual será comunicadas por el docente, así como la contraseña o los medios para poder acceder a la plataforma. Para el trabajo del aula el estudiantado puede utilizar su propio ordenador personal o el del laboratorio, con MATLAB instalado. Quepa mencionar que también se tiene acceso a la versión de MATLAB Online.

El docente utilizará diversos recursos para la exposición de los temas a estudiar, así como el uso de la tecnología.

Se recomienda que durante el tiempo de estudio independiente cada persona estudiante realice las siguientes actividades:

- Repasar constantemente la materia.
- Resolver problemas de programación.
- Resumir las ideas principales.
- Resolver los ejercicios.
- Revisar los recursos virtuales.
- Hacer uso de las horas de consulta.

Es de suma importancia que la persona estudiante esté en comunicación con su profesor por los medios que consideren pertienentes, así como por medio del correo institucional.

5. Actividades y cronograma

Semana	Temas y actividades		
1. 10 mar - 15 mar	Carta al estudiantado. Precisión finita. Introducción a MATLAB.		
2. 17 mar - 22 mar	Introducción a MATLAB. Graficación y programación en MATLAB		
3. 24 mar - 29 mar	Métodos ecuaciones no lineales.		
4. 31 mar - 05 abr	Métodos ecuaciones no lineales. [Prueba Corta 1]		
5. 07 abr - 12 abr	Eliminación Gaussiana. Factorización LU. Factorización de Cholesky. Pivoteos. [1 parcial: Sábado 12/04]		
6. 14 abr - 19 abr	Semana Santa		
7. 21 abr - 26 abr	Factorización $\mathbf{PA} = \mathbf{LU}$. Factorización \mathbf{QR} . Normas de matrices. Número de condición. Métodos iterativos para sistemas lineales. Semana U		
8. 28 abr - 03 may	Métodos iterativos para sistemas lineales. Métodos iterativos para sistemas no lineales.		
9. 05 may - 10 may	Interpolación de Lagrange. Diferencias divididas de Newton. Interpolación de Hermite		
10. 12 may - 17 may	Fenómeno de Runge. Interpolación segmentaria. Trazadores cúbicos. [Prueba Corta 2]		
11. 19 may - 24 may	Diferencias finitas. Cuadraturas de Newton-Cotes. Cuadraturas Gaussianas. [2 parcial: Sábado 24/05]		
12. 26 may - 31 may	Estimación de errores. Cuadraturas compuestas.		
13. 02 jun - 07 jun	Métodos de Taylor. Problema de Cauchy. Funciones de Lipschitz. Teorema de Existencia y Unicidad.		
14. 09 jun - 14 jun	Métodos de Euler. Runge-Kutta. Métodos multipasos.		
15. 16 jun - 21 jun	Métodos multipasos		
16. 23 jun - 28 jun	Presentación de Investigaciones. [Prueba Corta 3]		
17. 30 jun - 05 jul	Presentación de Investigaciones. [3 parcial: Sábado 05/07]		
18. 07 jul - 12 jul	Entrega de notas. Repaso Ampliación		
19. 14 jul - 19 jul	Ampliación: Miércoles 16/07		

6. Evaluación

- 1. <u>Tres</u> exámenes parciales **presenciales** con duración de 2.5 h que representan el 75 % de la nota de aprovechamiento. Estos exámenes evalúan los fundamentos teóricos vistos y algoritmos.
- 2. Tres quices de 5% cada una en las que se evalúe de forma programada resolución de problemas o situaciones relacionados con la teoría vista en clases.
- 3. 10 % en <u>una</u> investigación² en donde se trabajen temas relacionados con la ingeniería respectiva. Dicha investigación se concluye con una presentación.

Actividad	Porcentaje	Temas a evaluar	Aplicación
I Parcial	25%	1, 2, 3	Sábado 12 abr, 8-10:30
II Parcial	25%	4, 5, 6	Sábado 24 may, 8-10:30
III Parcial	25%	7, 8	Sábado 05 jul, 8-10:30
Ampliación	_	Todos	Miércoles 16 jul, 9:00-12:00
Investigación	10%	según escogencia	Semanas 16 y 17
Quices	15%	a convenir	En clases
Reposiciones			
I Parcial	25%	1, 2, 3	Miércoles 30 abr, 17-19:30
II Parcial	25%	4, 5, 6	Miércoles 04 jun, 17-19:30
III Parcial	25%	7, 8	Miércoles 09 jul, 17-19:30

Cuadro 2: Tabla de Evaluaciones y fechas.

El examen de Ampliación será el miércoles 16 de julio del 2025 a las 9:00 de forma presencial. Suficiencia se aplicará [por definir]

Si una persona estudiante no puede realizar alguna evaluación, la realización de una reposición de la evaluación está sujeta a lo dispuesto en el artículo 24 del *Reglamento de Régimen Académico Estudiantil* de la Universidad de Costa Rica³, el cual se cita a continuación:

²Ver anexo para temas a escoger.

³Este reglamento se puede consultar en la página web http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf

Reposición de evaluaciones

Artículo 24. Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios.

Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

La nota final del curso $N_{\rm final}$ se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica. Esta se obtendrá a partir de la nota de aprovechamiento $N_{\rm aprov}$, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima. La nota final del curso $N_{\rm final}$ es la que se reportará a la Oficina de Registro e Información, salvo en el caso de que $N_{\rm final} = 6,0$ o que $N_{\rm final} = 6,5$, en cuyo caso la persona estudiante tiene derecho a realizar una prueba de ampliación, a realizarse en la fecha indicada en el calendario de evaluaciones del curso. Si se obtiene una nota⁴ igual o superior a 7,0 en la prueba de ampliación, la nota final que se reportará en el curso será 7,0; si la nota de la prueba de ampliación es estrictamente menor a 7,0, se reportará como nota de final 6,0 o 6,5, según haya sido el caso.

⁴Habiéndose aplicado el redondeo según el reglamento de régimen académico estudiantil.

Regla de redondeo UCR

Dada una nota $x \ge 0$, la regla de redondeo UCR, se define como

$$\langle x \rangle_{\text{UCR}} := \begin{cases} \lfloor x \rfloor, & \text{si } x - \lfloor x \rfloor < 0.25 \\ \lfloor x \rfloor + 0.5 & \text{si } 0.25 \le x - \lfloor x \rfloor < 0.75 \\ \lceil x \rceil, & \text{si } x - \lfloor x \rfloor \ge 0.75 \end{cases}$$

en donde $|\cdot|$ es la función parte entera y $[\cdot]$ es la función parte techo.

Sobre el uso de IA y softwares

El uso de herramientas online como ChatGPT, YOU, LuzIA, WolframAlpha, Symbolab, Google y otros podrá hacerse como apoyo en los proyectos de manera crítica y responsable. Cuando se tenga duda sobre cómo implementarlas o citarlas primero consulte con el docente previamente, y en el trabajo si generó códigos con dichas herramientas o los buscó en internet (por ejemplo: GitHub), debe hacer las modificaciones pertinentes no simplemente copiando y pegando sin analizar, y para ello es importante estudiar con antelación la materia vista en clase. Si se detecta que solamente tomó el código sin entenderlo ni analizarlo el docente posterior al tiempo de entrega le citará para que le explique los ejercicios que resolvió y los códigos que utilizó. En el caso de la citación de textos históricos o de ciertos tópicos debe citar en formato APA las fuentes utilizadas y de manera adecuada.

7. Referencias bibliográficas

El texto principal será el libro de MATHEWS & FINK⁵ ([11]). Se utilizarán como complemento notas del curso y diapositivas por parte del docente. Para la parte de MATLAB se recomienda el texto [12].

- 1. F. Bornemann. Numerical Lineal Algebra. A concise introduction with Matlab and Julia. Springer, 2018.
- 2. R. Burden y G. Faires. *Análisis numérico*. Cengage Learning, Novena Edición, México, 2011.
- 3. S. Chapra y R. Canale. *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill, Sétima Edición, México, 2014.
- 4. J. Chavarría. *Métodos numéricos*. Editorial Tecnológica de Costa Rica, Primera Edición, Cartago, 2014.

 $^{^5{\}rm Este}$ texto se encuentra en físico en la Biblioteca Luis Demetrio Tinoco. La signatura es 519.4 M429m

- 5. R. ESFANDIARI. Numerical Methods for Engineers and Scientists Using MATLAB. CRC Press, Taylor & Francis Group, Segunda Edición, Boca Raton, 2017.
- 6. A. Faul. A Concise Introduction to Numerical Analysis. CRC Press, Florida, 2016.
- 7. H. GUILLÉN, J. RAMÍREZ, E. SEGURA, Y F. SEQUEIRA. Álgebra Lineal: un enfoque práctico y conciso. EUNA, 2022.
- 8. S. Karris. A Numerical Analysis Using Matlab and Excel. Orchard Publications, Third Edition, California, 2007.
- 9. S. Kim. Numerical Analysis Using Matlab and Maple. Department of Mathematics and Statistics, Mississippi State University, Mississippi, 2021.
- 10. D. Kincaid Y W. Cheney. *Numerical Analysis. Mathematics of Scientific Computing*. AMS, Rhode Island, 2002.
- 11. J. Mathews y K. Fink. *Métodos numéricos con* Matlab. Prentice Hall, Tercera edición, Madrid, 2000.
- 12. F. SEQUEIRA, E. SEGURA Y O. SALAS. *Introducción a* MATLAB. Editorial Universidad de Costa Rica, 2020.
- 13. E. SÜLI Y D. MAYERS. An Introduction to Numerical Analysis. Cambridge University Press, 2006.

8. Atención a estudiantes

G01 Profesor: Óscar Salas Huertas

Correo electrónico: oscar.salashuertas@ucr.ac.cr

Para atender consultas: L 8-9:30; J 8-9

• Casillero: 136, segundo piso, Escuela de Matemática.

• Oficina: Oficina de profesores, cuarto piso FM

G02 Profesor: Mario De León Urbina (coordinador)

Correo electrónico: mario.deleon@ucr.ac.cr

Para atender consultas: L 9-10; J, V 13-16

• Casillero: 65, segundo piso, Escuela de Matemática.

• Oficina 313, tercer piso Edificio del CIMPA, Ciudad de la Investigación, Finca 2.

G03 Profesor: Hugo Peña Gómez

Correo electrónico: hugo.pena@ucr.ac.cr

Para atender consultas: J 9-11:30

• Casillero: 67, segundo piso, Escuela de Matemática.

• Oficina: 319, tercer piso Edificio del CIMPA, Ciudad de la Investigación, Finca 2.

9. Régimen disciplinario

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el *Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes* de la Universidad de Costa Rica⁶. Esta normativa establece como faltas muy graves:

Artículo 4c. Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

Artículo 4k. Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.

Asimismo, es una falta grave:

Artículo 5c. Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

⁶Este reglamento se puede consultar en la página web https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf

10. Anexo: Temas de investigación

Acá se mencionan algunos temas. Los estudiantes podrían proponer otros asociados al curso y a su futura profesión.

10.1. Temas para Ingeniería Civil

1. Análisis de estructuras:

- Aplicación de métodos numéricos para el análisis de vigas y marcos.
- Uso de métodos iterativos para resolver sistemas de ecuaciones en análisis estructural.
- Implementación de técnicas de elementos finitos para análisis estructural.

2. Optimización de diseño:

- Optimización de estructuras utilizando algoritmos numéricos.
- Aplicación de métodos numéricos en la optimización de diseño de puentes.
- Uso de técnicas de programación lineal y no lineal en problemas de optimización de recursos.

3. Dinámica estructural:

- Análisis de la respuesta de estructuras a cargas dinámicas mediante métodos numéricos.
- Simulación numérica de terremotos y su impacto en edificios.
- Métodos numéricos para el análisis de vibraciones en puentes y edificios.

4. Hidrología e hidráulica:

- Modelación numérica de flujo de agua en canales y ríos.
- Uso de métodos numéricos para la simulación de redes de drenaje urbano.
- Aplicación de técnicas de diferencias finitas en la simulación de flujo subterráneo.

5. Mecánica de suelos y geotecnia:

- Análisis numérico de asentamientos y estabilidad de taludes.
- Modelación de interacción suelo-estructura utilizando métodos numéricos.
- Simulación numérica de pruebas de penetración estándar (SPT) y pruebas de carga en pilas.

6. Transporte y planificación urbana:

- Modelación numérica de tráfico y optimización de semáforos.
- Análisis de redes de transporte utilizando métodos numéricos.
- Aplicación de técnicas de simulación en la planificación del transporte urbano.

7. Materiales de construcción:

- Simulación numérica del comportamiento mecánico de materiales de construcción.
- Análisis de la durabilidad de materiales mediante técnicas numéricas.
- Uso de métodos numéricos para predecir el comportamiento de nuevos materiales.

8. Estructuras de concreto y acero:

- Análisis numérico del comportamiento no lineal de estructuras de concreto.
- Simulación numérica del proceso de fractura en estructuras de acero.
- Modelación de la respuesta a largo plazo de estructuras de concreto reforzado.

10.2. Temas para Computación

1. Optimización y algoritmos:

- Desarrollo e implementación de algoritmos de optimización para problemas de gran escala.
- Aplicación de algoritmos genéticos y de enjambre de partículas en optimización.
- Optimización combinatoria y su aplicación en problemas de redes y logística.

2. Aprendizaje automático e inteligencia artificial:

- Métodos numéricos para la optimización de redes neuronales profundas.
- Implementación de técnicas de descenso de gradiente estocástico y variantes.
- Aplicación de métodos numéricos en la resolución de problemas de clasificación y regresión.

3. Análisis de datos y big data:

- Técnicas numéricas para el procesamiento y análisis de grandes volúmenes de datos.
- Implementación de algoritmos de reducción de dimensionalidad como PCA y t-SNE.
- Uso de métodos numéricos en la detección de anomalías en conjuntos de datos masivos.

4. Simulación y modelado computacional:

- Simulación numérica de fenómenos físicos utilizando métodos de elementos finitos.
- Modelado y simulación de sistemas dinámicos con ecuaciones diferenciales.
- Desarrollo de simuladores para sistemas complejos en tiempo real.

5. Cálculo científico y matemática computacional:

- Implementación de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales parciales.
- Uso de técnicas de integración numérica para problemas de alto rendimiento.
- Desarrollo de bibliotecas numéricas optimizadas para arquitecturas paralelas y distribuidas.

6. Criptografía y seguridad:

- Métodos numéricos en la generación de claves criptográficas seguras.
- Aplicación de técnicas de teoría de números en algoritmos criptográficos.
- Análisis y optimización de algoritmos de cifrado y descifrado.

7. Visualización y gráficos por computadora:

- Implementación de métodos numéricos para el renderizado y la simulación de iluminación global.
- Uso de técnicas de interpolación y aproximación en gráficos por computadora.
- Desarrollo de algoritmos para la visualización de datos en 3D.

8. Redes neuronales y procesamiento de imágenes:

 Aplicación de métodos numéricos en la optimización de redes neuronales convolucionales.

- Implementación de técnicas de procesamiento de imágenes basadas en métodos numéricos.
- Desarrollo de algoritmos para la segmentación y clasificación de imágenes.



Figura 1: Infografía sobre el hostigamiento sexual. Visite https://www.instagram.com/ucrlibredeacososexual/?igshid=1qd02129dycgl



Figura 2: Infografía sobre la discriminación. Visite https://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx_ucruniversitycouncildatabases/normative/discriminacion.pdf

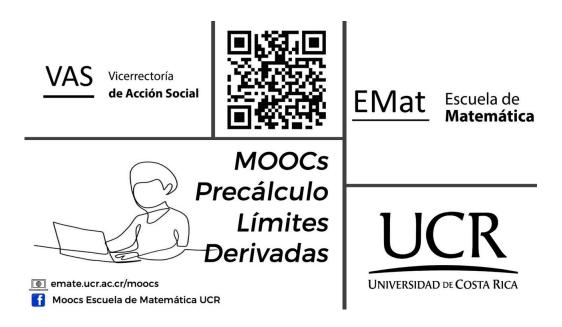


Figura 3: Infografía sobre MOOCs. Visite https://www.emate.ucr.ac.cr/moocs