

# Introducción al diseño de experimentos

Basado en *Diseño y Análisis de Experimentos*, de Douglas C. Montgomery

Ignacio Díaz Oreiro  
CI0131. Diseño de Experimentos



Agradecimiento a la profesora  
Dra. Kryscia Ramírez Benavides,  
por facilitar material usado en  
esta presentación.



# Experimentos

- En todos los campos de estudio se llevan a cabo experimentos, por lo general para descubrir algo acerca de un proceso o sistema particular.
- En un sentido literal, un experimento es una prueba.
- En una perspectiva más formal, un experimento puede definirse como una prueba o serie de pruebas en las que se hacen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema para observar e identificar las razones de los cambios que pudieran observarse en la respuesta de salida.

# Experimentos

- Un experimento es un procedimiento llevado a cabo para apoyar, refutar o validar una hipótesis.
- En un experimento, cambiamos deliberadamente una o más variables (o factores) para observar los efectos o respuestas de ese cambio.



# Hipótesis

- Una hipótesis es una proposición hecha como base para un razonamiento o una explicación propuesta para un fenómeno.
- Para que una hipótesis sea una hipótesis científica, el método científico requiere que sea comprobable.

# Experimentos y el Método científico

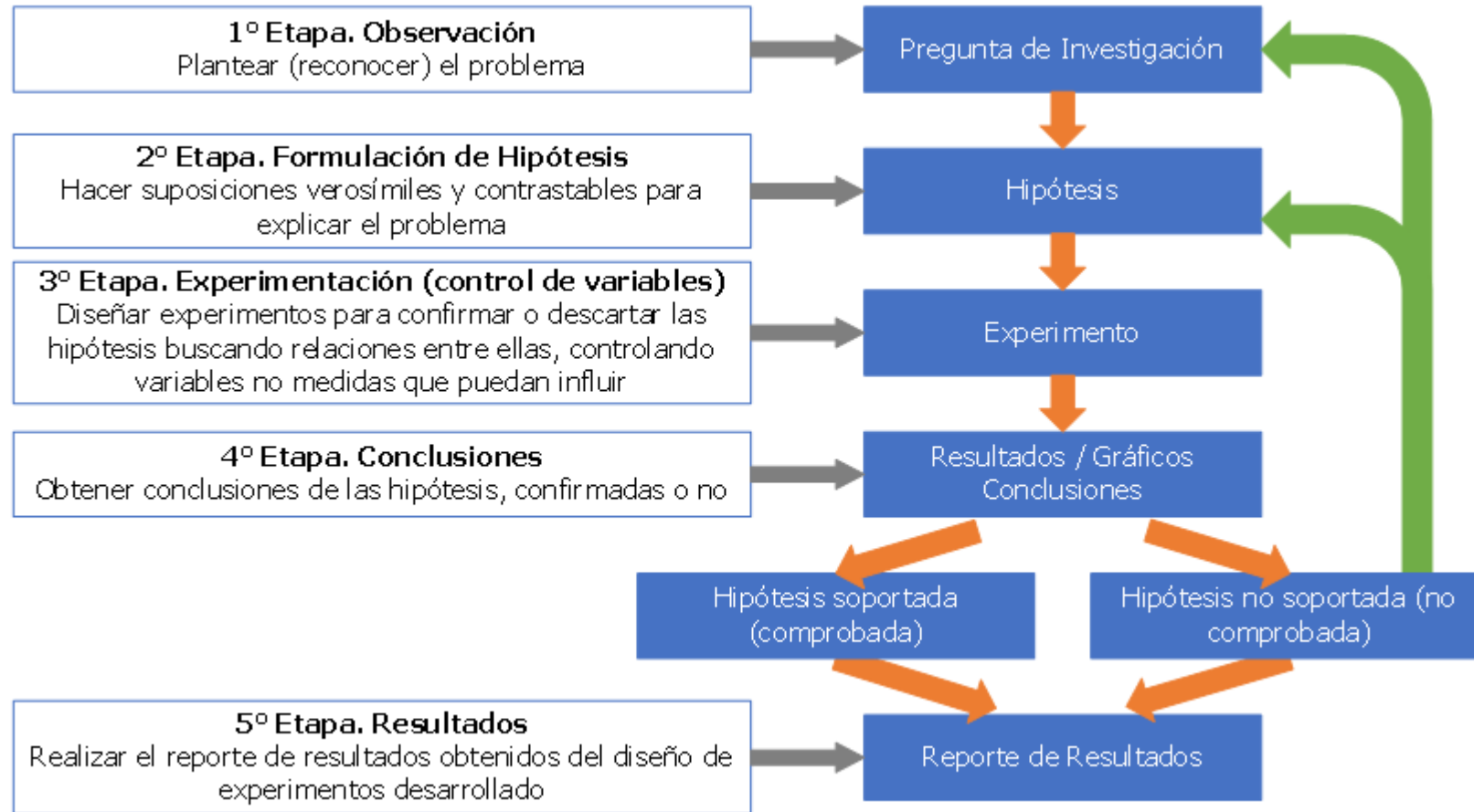


Imagen: Kryscia Ramírez Benavides

# Experimentos y el Método científico

- Generalización hacia el diseño de experimentos:
  1. Decida qué fenómeno desea investigar.
  2. Especifique cómo puede manipular un factor y mantener fijas todas las demás condiciones, para asegurarse que estas condiciones no influyan en la respuesta que planea medir.
  3. Mida la variable de respuesta elegida.

# Diseño de experimentos

- Trata de la planificación y realización de experimentos y del análisis de los datos resultantes a fin de obtener conclusiones válidas y objetivas.
- El propósito será desarrollar un proceso robusto, es decir, un proceso que sea afectado en forma mínima por fuentes de variabilidad externas.



# Ejemplo

- Un científico de datos tiene interés en estudiar el efecto de dos algoritmos de ordenamiento diferentes (QuickSort y MergeSort) sobre conjuntos de datos de distintos tamaños.
- El objetivo del experimentador es determinar cuál de los dos algoritmos tiene un mejor desempeño en términos de tiempo de ejecución para estos conjuntos de datos.

# Ejemplo

- El científico decide aplicar ambos algoritmos a varios conjuntos de datos y medir el tiempo de ejecución después de cada ordenamiento.
- Para determinar cuál de los algoritmos es más eficiente, se utilizará el tiempo de ejecución promedio de cada algoritmo sobre los distintos conjuntos de datos.

# Ejemplo – Preguntas asociadas

- ¿Estos dos algoritmos son los únicos de interés potencial?
- ¿Hay en este experimento otros factores que podrían afectar el tiempo de ejecución y que deberían investigarse o controlarse?
- ¿Cuántos conjuntos de datos deberán probarse con cada algoritmo?
- ¿Cómo deberán asignarse los conjuntos de datos a cada algoritmo y en qué orden deberán recolectarse los tiempos de ejecución?

# Ejemplo – Preguntas asociadas

- ¿Qué método de análisis de datos deberá usarse?
- ¿Qué diferencia en el tiempo de ejecución promedio observada entre los dos algoritmos se considerará importante?

Todas estas preguntas deberán responderse antes de llevar a cabo el experimento.



# Ejemplo

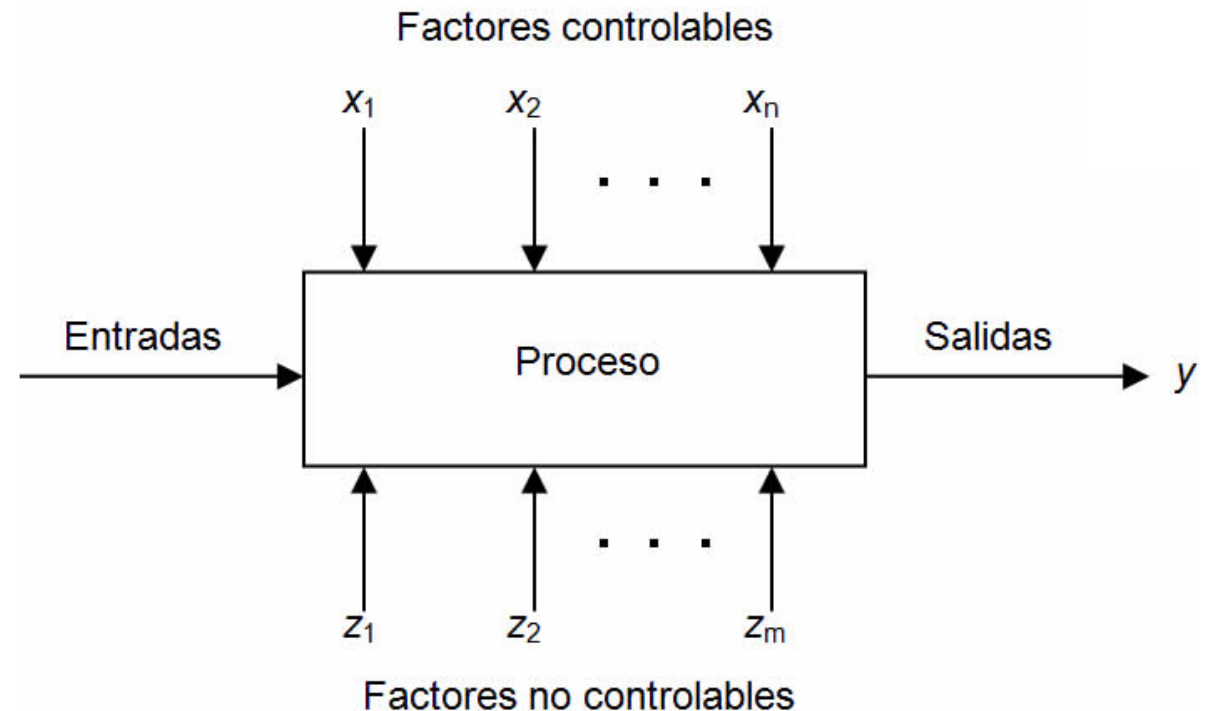
- Los resultados y las conclusiones que puedan extraerse dependen en gran medida de la manera en que se recabaron los datos.
- Suponga que el científico de datos del experimento anterior utilizó conjuntos de datos distribuidos de diferentes formas: ordenados, casi ordenados, completamente aleatorios.

# Ejemplo

- Cuando compare los tiempos de ejecución promedio, no se podrá saber qué parte de la diferencia observada se debe al algoritmo usado y qué parte es el resultado de diferencias inherentes en la distribución de los datos usados.
- Por lo tanto, el método utilizado para recolectar los datos ha afectado de manera adversa las conclusiones que pueden extraerse del experimento.

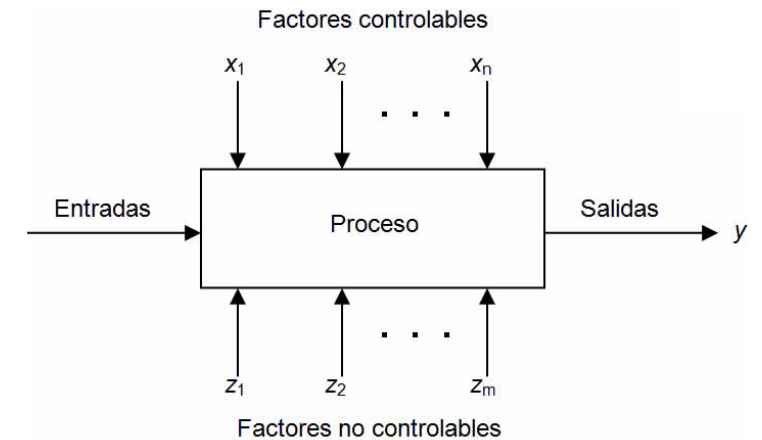
# Diseño de experimentos

- En general, los experimentos se usan para estudiar el desempeño de procesos y sistemas, que pueden representarse con el siguiente modelo:



# Diseño de experimentos

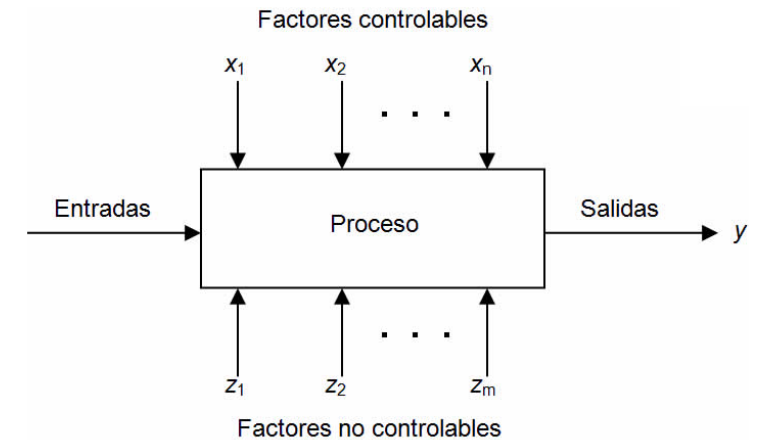
- Determinar cuáles son las variables que tienen mayor influencia sobre la respuesta  $y$ .
- Determinar cuál es el ajuste de las  $x_i$  que tiene mayor influencia para que  $y$  esté casi siempre cerca del valor nominal deseado.
- Determinar cuál es el ajuste de las  $x_i$  que tiene mayor influencia para que la variabilidad de  $y$  sea reducida.





# Diseño de experimentos

- Determinar cuál es el ajuste de las  $x_i$  que tiene mayor influencia para que los efectos de las variables no controlables  $Z_j$  sean mínimos.
- Comparar las respuestas a diferentes niveles de factores controlados por el investigador.
- Construir modelos que permitan obtener predicciones de la respuesta.



# Definiciones

- Experimento (también llamado *ejecución* o *corrida*) es una acción en la que el experimentador cambia al menos una de las variables que se están estudiando y luego observa el efecto de sus acciones.
- Unidad Experimental es el elemento bajo estudio sobre el cual se cambia algo. Esto podría ser materias primas, sujetos humanos, entre otros.
- Diseño experimental es una colección de experimentos o ejecuciones que se planifica antes de la ejecución real. Las ejecuciones particulares dependerán del propósito del diseño.

# Definiciones

- Variable independiente (factor o factor de tratamiento) es una de las variables en estudio que se controla en o cerca de algún valor objetivo (o nivel) durante cualquier experimento. El nivel se cambia de alguna manera sistemática de una ejecución a otra para determinar qué efecto tiene sobre la(s) respuesta(s).
- Variable dependiente (variable de respuesta, o respuesta y) es la característica de la unidad experimental que se mide después de cada ejecución. La magnitud de la respuesta depende de la configuración de las variables independientes o factores y variables ocultas.

# Definiciones

- Factor: Variables que intervienen para obtener una salida. Son variables independientes. Pueden ser variables observacionales o experimentales. Pueden estar asociadas, confundir o modificar el efecto del experimento.
- Factores controlables: Variables que se pueden fijar en uno o más niveles dados.
- Factores no controlables: Variables que no se pueden fijar durante el experimento.
- Nivel del factor: Cada una de las categorías, valores o formas específicas del factor bajo experimentación.



# Definiciones

- Tratamiento: Combinación de niveles de todos los factores estudiados.
- Efecto: Es el cambio en la respuesta causado por un cambio en un factor o variable independiente. Antes de realizar los experimentos, el investigador puede saber qué tan grande debe ser el efecto para que tenga importancia práctica.

# Etapas

- 1) Diseñar el experimento
- 2) Realizar la experimentación de acuerdo con el plan establecido en el diseño.
- 3) Analizar estadísticamente los resultados obtenidos y comprobar si las hipótesis establecidas y el modelo de diseño elegido se adecuan a la situación estudiada.
- 4) Realizar las modificaciones oportunas para ampliar o modificar el diseño.
- 5) Obtener las conclusiones apropiadas.

# Etapas

Diseñar el experimento:

- a) Planteamiento general del problema y de los objetivos que se persiguen.
- b) Selección y definición de la variable de respuesta.
- c) Elección de los factores y niveles que han de intervenir en el experimento.
- d) Determinación del conjunto de unidades experimentales incluidas en el estudio.
- e) Determinación de los procedimientos por los cuales los tratamientos se asignan a las unidades experimentales (estrategia de experimentación).

# Ejemplo de diseño de estrategia

- A un investigador le gusta jugar al golf y desea encontrar la manera de bajar su puntuación (sin practicar ni esforzarse!).
- Algunos de los factores que él considera importantes, o que podrían influir en su puntuación, son los siguientes:
  - El tipo de palo de golf usado (grande o normal).
  - El tipo de pelota usada (de goma B o de tres piezas).
  - Caminar cargando los palos de golf o hacer el recorrido en un carrito.
  - Beber agua o cerveza durante el juego.



# Ejemplo de diseño de estrategia

- Otros factores:
  - Jugar en la mañana o en la tarde.
  - Jugar cuando hace frío o cuando hace calor.
  - El tipo de spikes usados en los zapatos de golf (metálicos o de hule).
  - Jugar en un día con viento o en uno apacible.
- Hay otros factores que podrían considerarse, pero supongamos que éstos son los de interés primario. El investigador decide que estos últimos 4 factores pueden ignorarse: sus efectos son tan pequeños que carecen de valor práctico.

# Ejemplo de diseño de estrategia

- ¿Cómo podrían probarse experimentalmente los factores 1 al 4 para determinar su efecto sobre la puntuación del investigador?
- Suponga que en el curso del experimento pueden jugarse un máximo de 8 rondas de golf.
- Un enfoque consistiría en seleccionar una combinación arbitraria de estos factores, probarlos y ver qué ocurre.

# Ejemplo de diseño de estrategia

- Por ejemplo, suponga que se selecciona la combinación del palo de golf grande, la pelota de goma, el carrito y el agua, y que la puntuación resultante es 87.
- Sin embargo, durante la ronda el investigador notó varios tiros descontrolados (considera que debido al uso del palo de golf grande) y, en consecuencia, decide jugar otra ronda con el palo de golf normal, manteniendo los demás factores en los mismos niveles usados anteriormente.

# Ejemplo de diseño de estrategia

- Este enfoque podría continuar de manera casi indefinida, cambiando los niveles de uno (o quizá dos) de los factores para la prueba siguiente, con base en el resultado de la prueba en curso.
- Esta estrategia de experimentación es conocida como enfoque de la mejor conjetura.
- Funciona de manera adecuada si los experimentadores cuentan con una gran cantidad de conocimientos técnicos o teóricos del sistema que están estudiando, así como amplia experiencia práctica.

# Ejemplo de diseño de estrategia

Sin embargo, el enfoque de la mejor conjetura presenta dos desventajas.

1. Suponga que la mejor conjetura inicial no produce los resultados deseados.

Entonces el experimentador tiene que hacer otra conjetura acerca de la combinación correcta de los niveles de los factores. Esto podría continuar por mucho tiempo, sin garantía alguna de éxito.

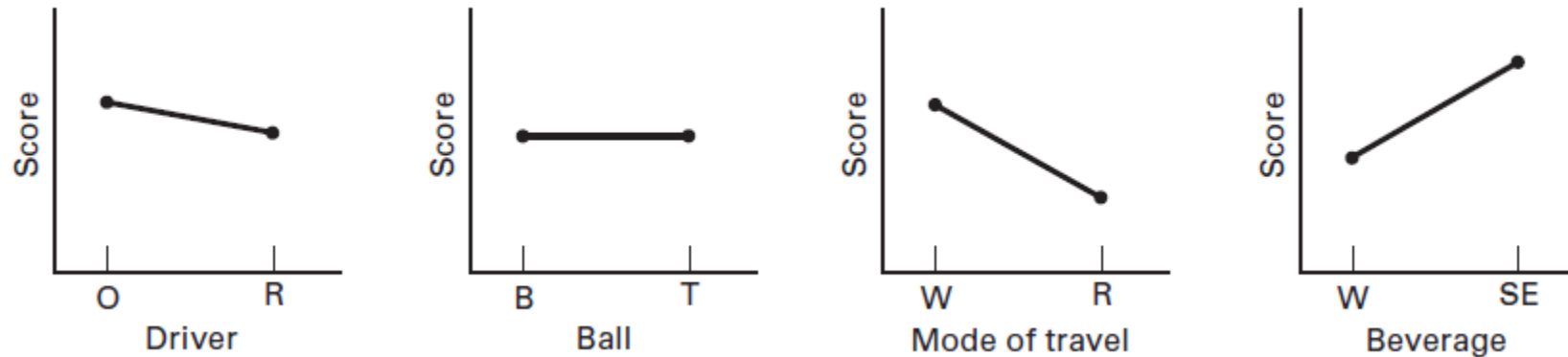
2. Suponga que la mejor conjetura inicial sí produce un resultado satisfactorio.

Entonces, el experimentador se ve tentado a suspender las pruebas, aun cuando no hay ninguna garantía de que se ha encontrado la mejor solución.

# Ejemplo de diseño de estrategia

- Otra estrategia es el enfoque de un factor a la vez.
- Este método consiste en seleccionar un punto de partida, o línea base de los niveles para cada factor, para después variar sucesivamente cada factor en su rango, manteniendo constantes los factores restantes en el nivel base.
- Después de haber realizado todas las pruebas, se construye una serie de gráficas en las que se muestra la forma en que la variable de respuesta es afectada al variar cada factor manteniendo los demás factores constantes.

# Ejemplo de diseño de estrategia

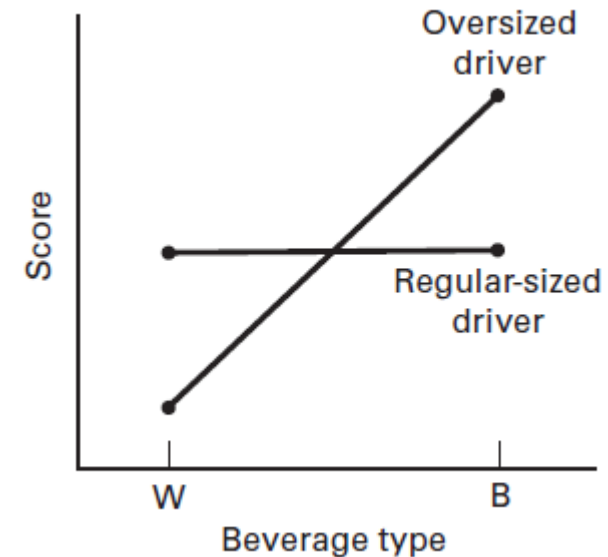


- Con base en estas gráficas, la combinación óptima que se seleccionaría sería el palo de golf normal, desplazarse en el carrito y beber agua. El tipo de pelota de golf aparentemente carece de importancia.



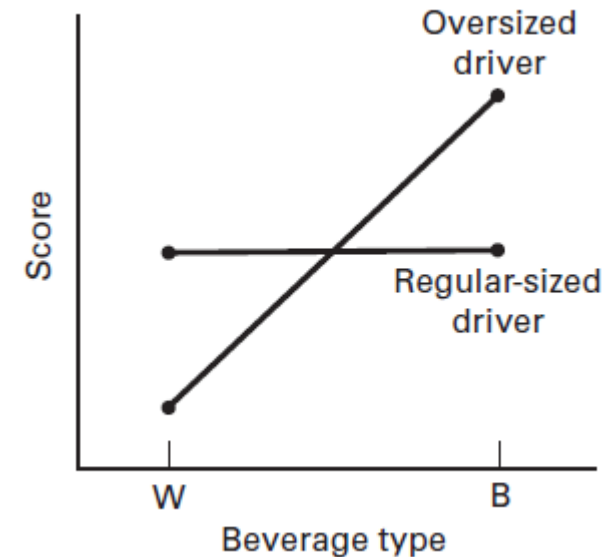
# Ejemplo de diseño de estrategia

- La desventaja principal de la estrategia de un factor a la vez es que no considera cualquier posible interacción entre los factores.
- Hay una interacción cuando uno de los factores no produce el mismo efecto en la respuesta con niveles diferentes de otro factor.



# Ejemplo de diseño de estrategia

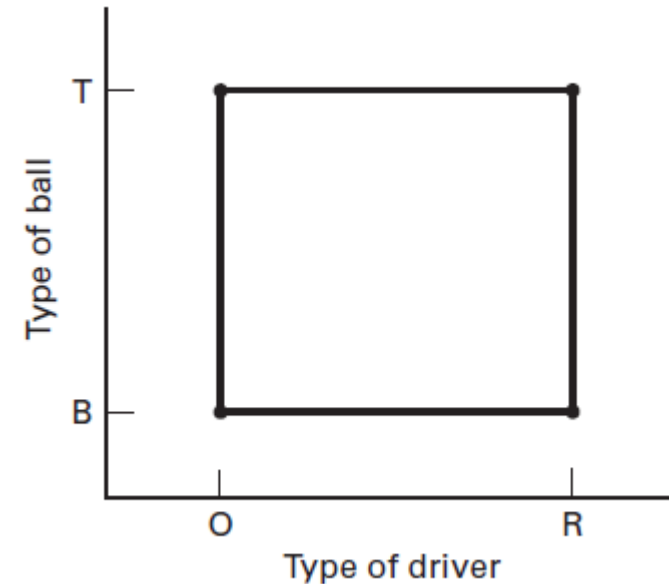
- Las interacciones entre factores son muy comunes y, en caso de existir, la estrategia de un factor a la vez casi siempre producirá resultados deficientes.



Diseño de experimentos

# Diseño factorial

- El enfoque correcto para trabajar con varios factores es conducir un experimento factorial.
- Se trata de una estrategia experimental en la que los factores se hacen variar en conjunto, en lugar de uno a la vez.

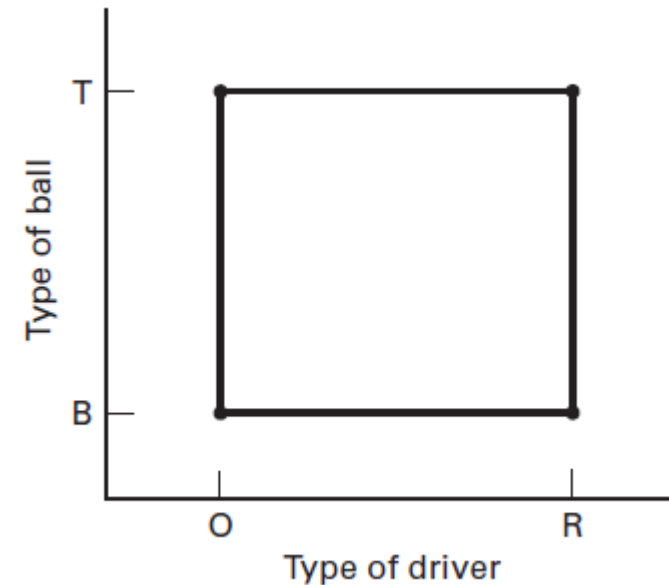


Experimento factorial de dos factores: el tipo de palo de golf y el tipo de pelota.

Diseño de experimentos

# Diseño factorial - Ejemplo

- En este experimento factorial ambos factores tienen dos niveles y en el diseño se usan todas las combinaciones posibles de los niveles de ambos factores.
- A este tipo se le llama diseño factorial  $2^2$  (dos factores, cada uno con dos niveles).

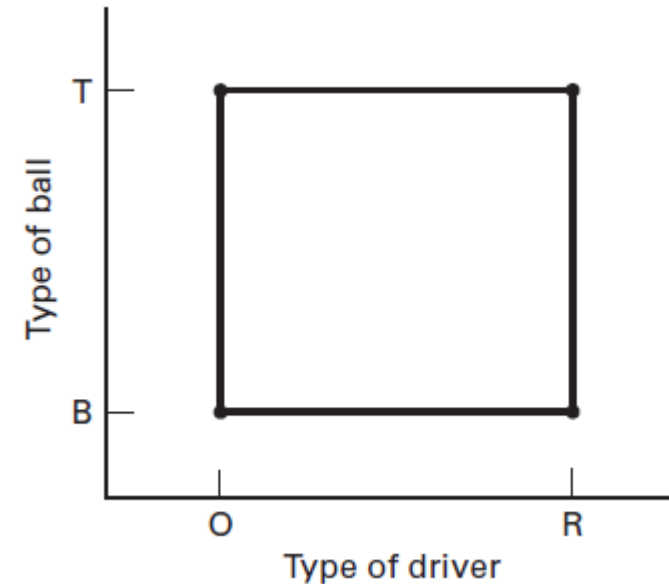


Experimento factorial de dos factores: el tipo de palo de golf y el tipo de pelota.

Diseño de experimentos

# Diseño factorial - Ejemplo

- Debido a que el investigador considera razonable jugar ocho rondas de golf, un plan factible sería jugar dos rondas de golf con cada combinación de los niveles de los factores (vértices).
- Un diseñador de experimentos llamaría a esto dos réplicas del diseño.

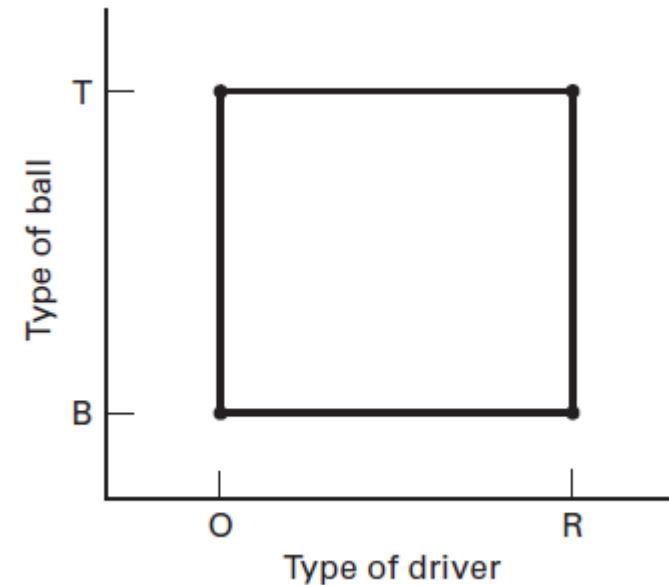


Experimento factorial de dos factores: el tipo de palo de golf y el tipo de pelota.

Diseño de experimentos

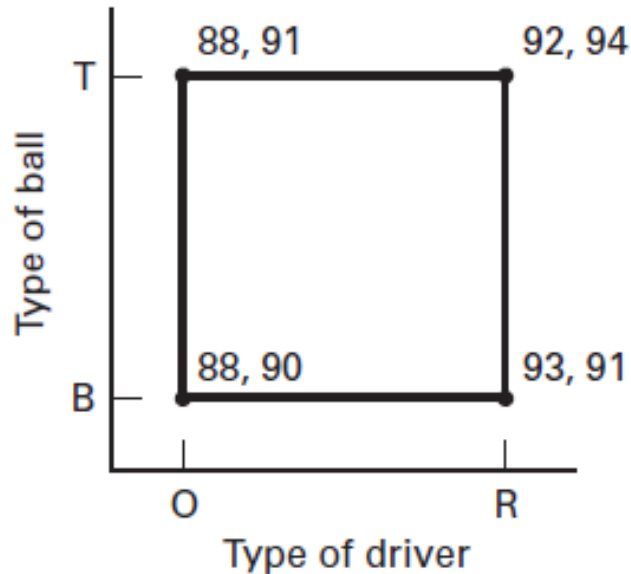
# Diseño factorial - Ejemplo

- Este diseño experimental permitiría investigar los efectos individuales (principales) de cada factor y también determinar si existe alguna interacción entre los factores.

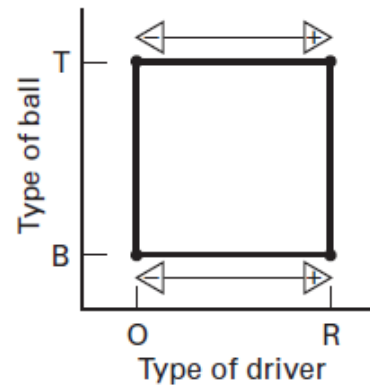


Experimento factorial de dos factores: el tipo de palo de golf y el tipo de pelota.

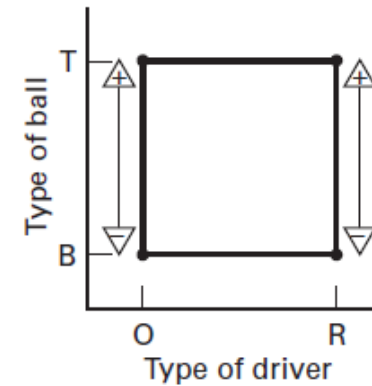
# Diseño factorial - Ejemplo



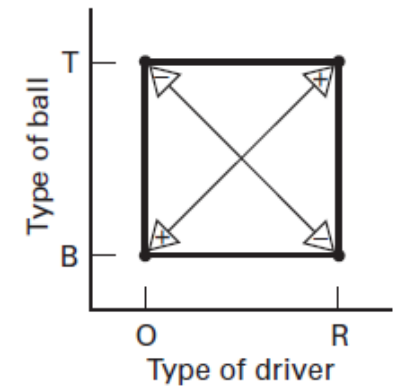
Puntuaciones obtenidas en las 8 ejecuciones.



Comparación de las puntuaciones que muestran el efecto del palo de golf.



Comparación de las puntuaciones que muestran el efecto de la pelota.

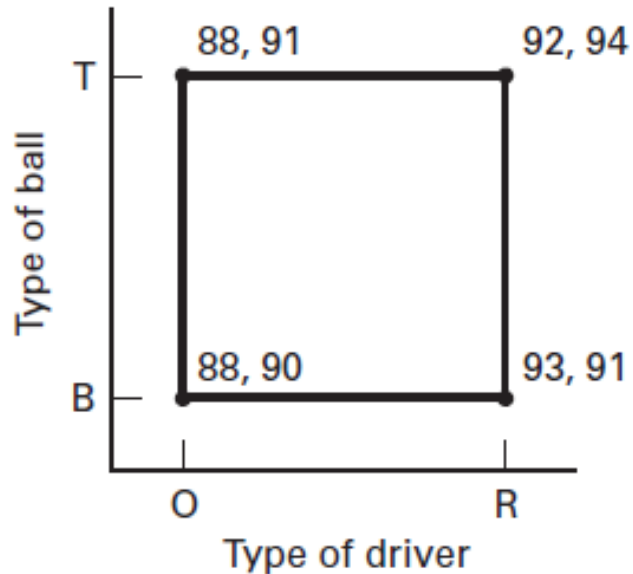


Comparación de las puntuaciones que muestran el efecto de la interacción palo de golf - pelota.

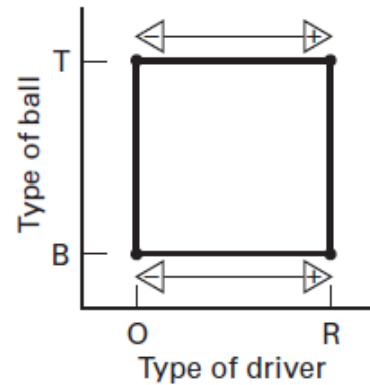


Diseño de experimentos

# Diseño factorial - Ejemplo



Puntuaciones obtenidas en las 8 ejecuciones.

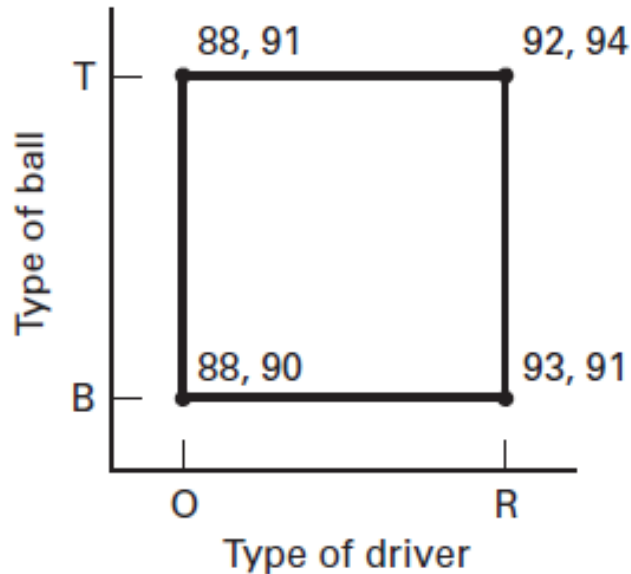


Efecto del palo de golf.

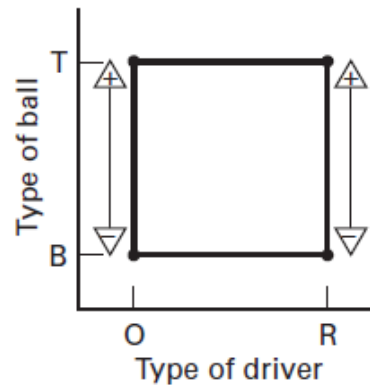
$$\begin{aligned} &= \frac{92 + 94 + 93 + 91}{4} - \frac{88 + 91 + 88 + 90}{4} \\ &= 3.25 \end{aligned}$$

Diseño de experimentos

# Diseño factorial - Ejemplo



Puntuaciones obtenidas en las 8 ejecuciones.

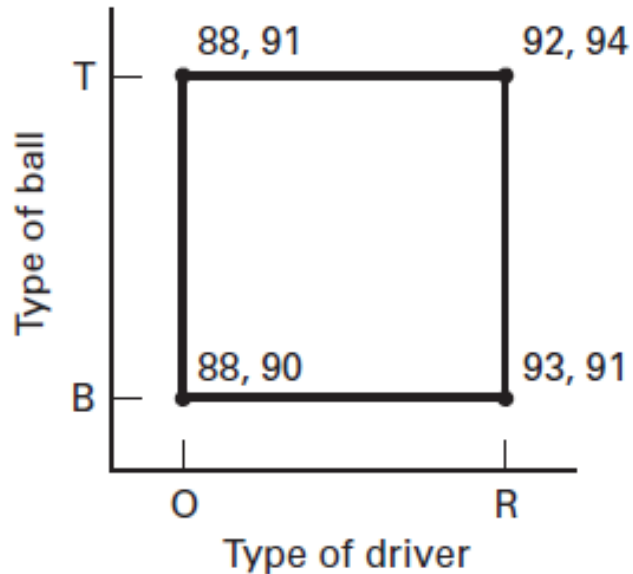


Efecto de la pelota de golf.

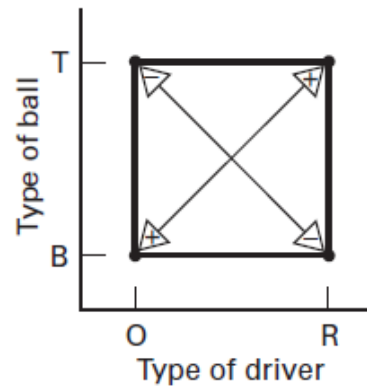
$$= \frac{88 + 91 + 92 + 94}{4} - \frac{88 + 90 + 93 + 91}{4}$$
$$= 0.75$$

Diseño de experimentos

# Diseño factorial - Ejemplo



Puntuaciones obtenidas en las 8 ejecuciones.



Efecto de la interacción palo de golf - pelota.

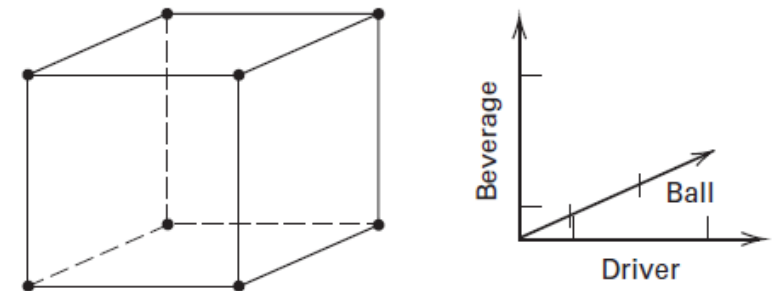
$$= \frac{92 + 94 + 88 + 90}{4} - \frac{88 + 91 + 93 + 91}{4}$$
$$= 0.25$$

# Diseño factorial - Ejemplo

- Los resultados de este experimento factorial indican que el efecto del palo de golf es mayor que el efecto de la pelota o que el de la interacción.
- En este ejemplo se pone de manifiesto que en los diseños factoriales se hace el uso más eficiente de los datos experimentales.
- Este experimento incluyó ocho observaciones, y estas ocho se usan para calcular los efectos del palo de golf, de la pelota y de la interacción.

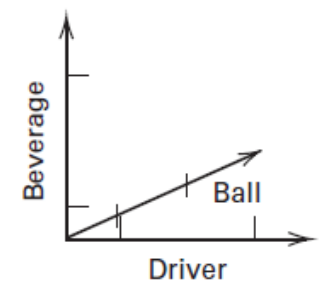
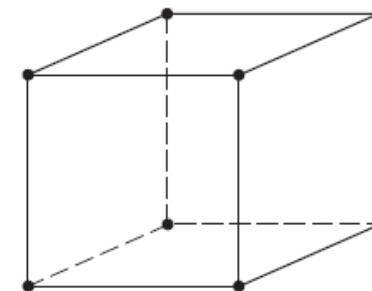
# Diseño factorial - Ejemplo

- El concepto factorial puede extenderse a tres factores.
- Suponga que se desea estudiar los efectos del tipo de palo de golf, el tipo de pelota y el tipo de bebida consumida, sobre la puntuación.
- Si los tres factores tienen dos niveles, puede establecerse un diseño factorial como el que se muestra en la figura:



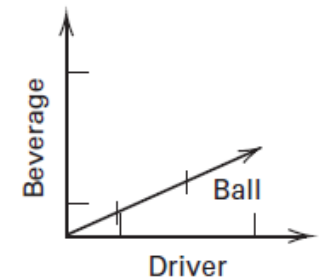
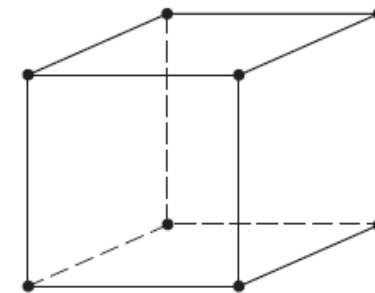
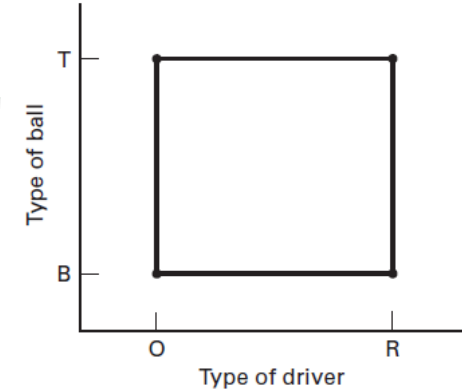
# Diseño factorial - Ejemplo

- Observe que hay ocho combinaciones de prueba de estos tres factores con dos niveles de cada uno y que esto puede representarse geoméricamente como los vértices de un cubo.
- Se trata de un ejemplo de un diseño factorial  $2^3$ .
- Si se juegan 8 rondas de golf, se podría jugar una ronda con cada combinación de factores representadas por los ocho vértices del cubo.



# Diseño factorial - Ejemplo

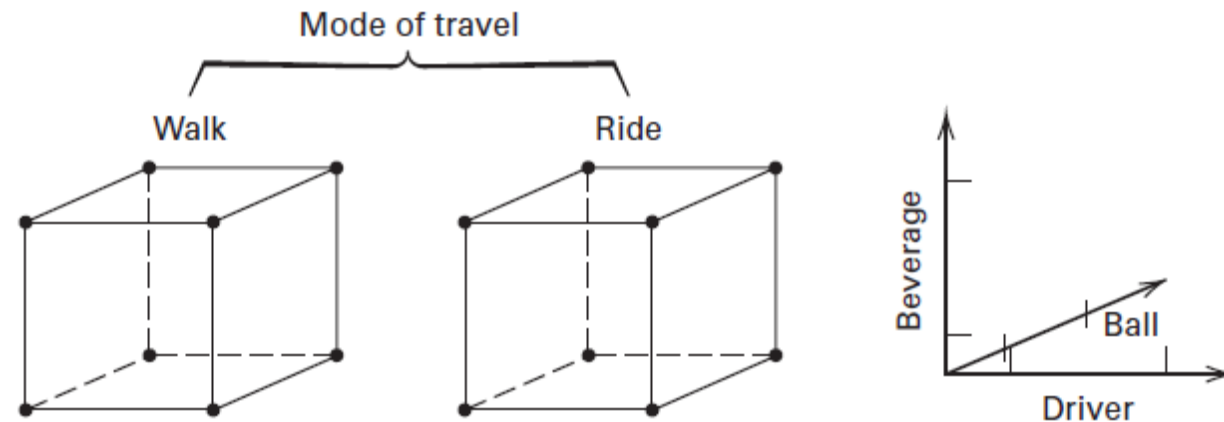
- En este ejemplo (con 8 rondas) el diseño factorial  $2^3$  produciría la misma información acerca de los efectos de los factores palo de golf y pelota que el experimento  $2^2$ .
- En ambos casos se tendrán 4 pruebas que proporcionarán información de estos 2 factores.
- Y adicionalmente se tendrá información del tercer factor: la bebida.





# Diseño factorial - Ejemplo

- En un diseño factorial  $2^4$  podrían estudiarse 4 factores, requiriendo 16 corridas.

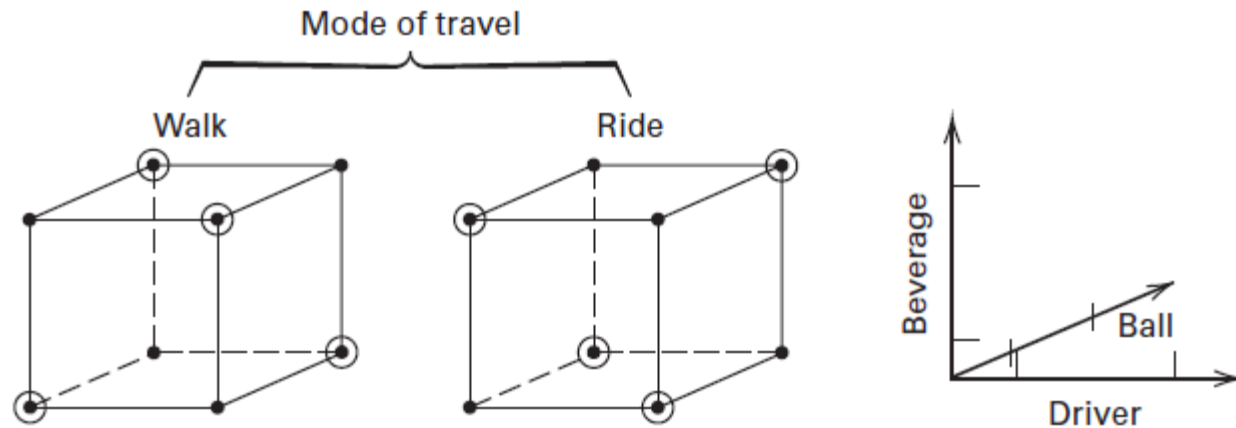


# Diseño factorial - Ejemplo

- En general, si hay  $k$  factores, cada uno con 2 niveles, el diseño factorial requeriría  $2^k$  corridas.
- Evidentemente, cuando el número de factores de interés aumenta, el número de corridas requeridas se incrementa con rapidez. Un experimento  $2^{10}$  (10 factores con 2 niveles) requeriría 1024 corridas.
- Esto se vuelve impracticable en lo que se refiere a tiempo y recursos.
- Para 4, 5 ó más factores, por lo general no es necesario probar todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores.

# Diseño factorial - Ejemplo

- Un experimento factorial fraccionado es una variación del diseño factorial básico en la que sólo se realiza un subconjunto de las corridas.



# Breve historia del diseño estadístico

El diseño de experimentos se ha clasificado en 4 etapas a lo largo de la historia, con base en momentos históricos y de desarrollo económico e industrial:

- Era agrícola (orígenes agrícolas, 1918 – 1940)
- Primera era industrial (1951 – finales de 1970)
- Segunda era industrial (finales de 1970 – 1990)
- Era moderna (comienza alrededor de 1990 – actualidad)

Breve historia del diseño estadístico

# Era agrícola

- Encabezada por el trabajo pionero de Sir Ronald A. Fisher en los años 1920 y principios de la década de 1930.
- Fisher fue el responsable de las estadísticas y el análisis de datos en la Estación Agrícola Experimental de Rothamsted en las cercanías de Londres, Inglaterra.
- Fisher se percató de que las fallas en la forma en que se llevaba a cabo el experimento generaban datos que obstaculizaban con frecuencia el análisis de los sistemas (en este caso sistemas agrícolas).

# Era agrícola

- Mediante la interacción con múltiples investigadores de diversos campos, Fisher desarrolló las ideas que llevaron a los tres principios básicos del diseño experimental: la aleatorización, la realización de réplicas y la formación de bloques.
- Fisher incorporó de manera sistemática el pensamiento y los principios estadísticos en el diseño de las investigaciones experimentales, incluyendo el concepto de diseño factorial y el análisis de varianza.
- Sus libros tuvieron profunda influencia en el uso de la estadística, particularmente en la agricultura y las ciencias biológicas relacionadas.

Breve historia del diseño estadístico

# Primera era industrial

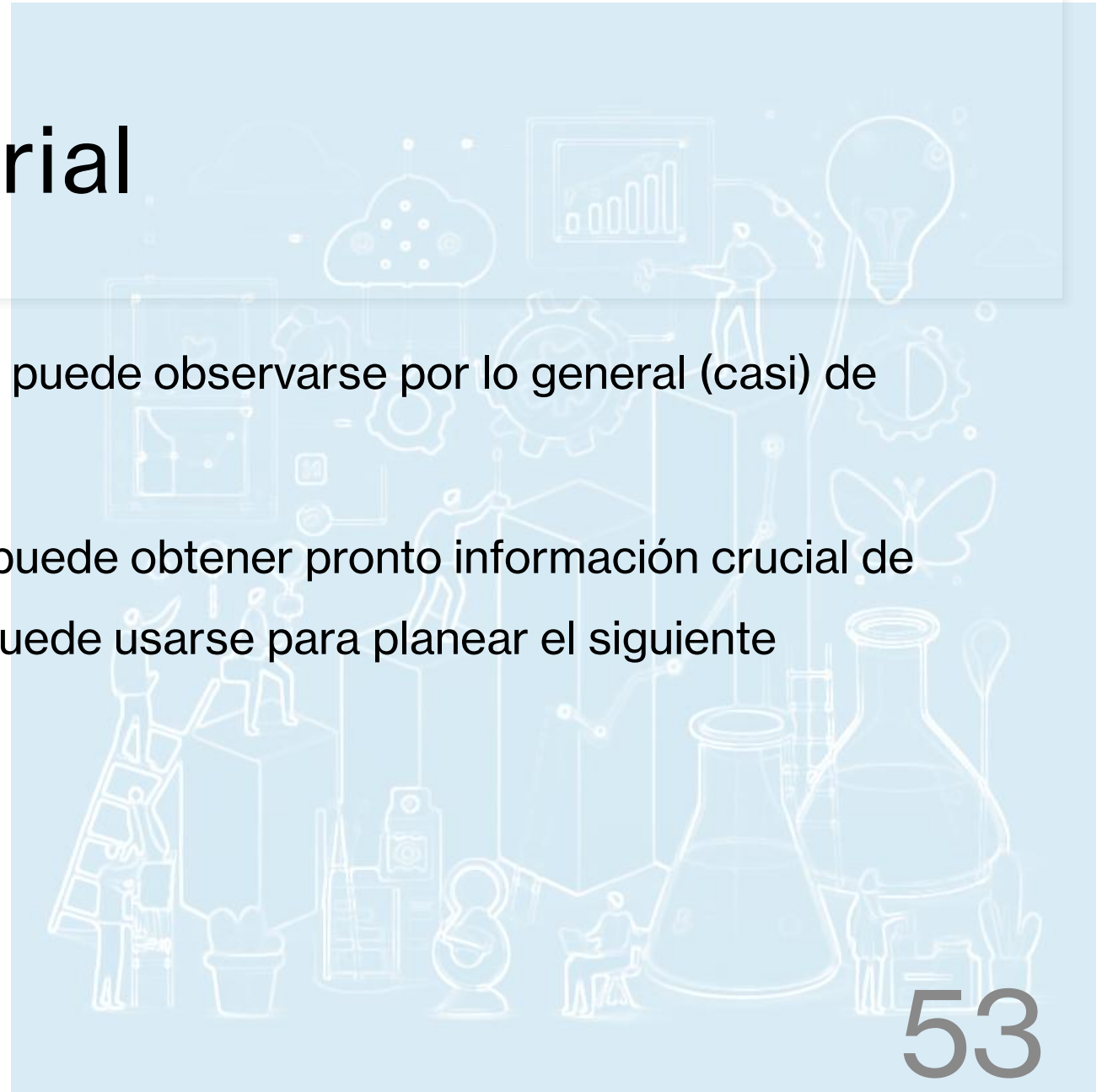
- El catalizador de la segunda era, o era industrial, fue el desarrollo de la metodología de superficies de respuesta (MSR) por parte de Box y Wilson.
- Estos autores se percataron y explotaron el hecho de que los experimentos industriales son fundamentalmente diferentes de sus contrapartes agrícolas en dos sentidos, inmediatez y secuencialidad.



Breve historia del diseño estadístico

# Primera era industrial

- Inmediatez: la variable de respuesta puede observarse por lo general (casi) de inmediato.
- Secuencialidad: el experimentador puede obtener pronto información crucial de un pequeño grupo de corridas que puede usarse para planear el siguiente experimento.



Breve historia del diseño estadístico

# Primera era industrial

- En los 30 años siguientes, la MSR y otras técnicas de diseño se generalizaron en las industrias química y de proceso. George Box fue el líder intelectual de este movimiento.
- Sin embargo, la aplicación del diseño estadístico presentaba:
  - Falta de capacitación de ingenieros y especialistas en conceptos y métodos estadísticos básicos,
  - Falta de recursos de computación y software de estadística que fueran fáciles de usar para apoyar la aplicación de experimentos diseñados estadísticamente.

# Segunda era industrial

- # Industrial
- nimiento de calidad, que empezó a fines  
tercera era del diseño estadístico.
- o un impacto significativo en el aumento  
experimentos.
- 
- 55

Breve historia del diseño estadístico

# Segunda era industrial

- Taguchi propugnaba por el uso de lo que denominó el diseño paramétrico robusto:
  - Hacer procesos insensibles a los factores que son difíciles de controlar.
  - Fabricar productos insensibles a la variación transmitida por los componentes.
  - Encontrar los niveles de las variables del proceso que lleven a la media a un valor deseado y que al mismo tiempo se reduzca la variabilidad en torno a este valor.

# Segunda era industrial

- Taguchi propuso diseños factoriales altamente fraccionados y otros arreglos ortogonales junto con algunos métodos estadísticos nuevos. La metodología resultante generó discusiones y controversias.
- Arreglo ortogonal significa que el diseño está balanceado, de manera que los niveles de los factores se ponderan equitativamente. Debido a eso, cada factor se puede evaluar sin considerar todos los demás factores, de manera que el efecto de un factor no afecta la estimación de otro factor.



Breve historia del diseño estadístico

# Segunda era industrial

- Parte de la controversia surgió porque la metodología de Taguchi fue defendida en Occidente inicialmente (y principalmente) por empresarios, y la ciencia estadística subyacente no había sido adecuadamente revisada por pares.
- Para fines de los 1980, los resultados de revisiones por pares indicaron que aun cuando los conceptos y los objetivos de Taguchi tenían bases sólidas, existían problemas sustanciales con su estrategia experimental y sus métodos para el análisis de los datos.

## Era moderna

- Sin embargo, la controversia desatada por Taguchi generó resultados positivos.
- El diseño de experimentos se hizo más generalizado en industrias de manufacturas automotrices y aeroespaciales, de electrónica y semiconductores, y muchas otras que anteriormente hacían poco uso de esta técnica.
- Se generó un renovado interés en el diseño estadístico y el desarrollo de enfoques nuevos en el mundo industrial, incluyendo alternativas a los métodos técnicos de Taguchi que permiten que sus conceptos de ingeniería se lleven a la práctica de manera eficaz y eficiente.

# Era moderna

- Además, los programas informáticos para la construcción y evaluación de diseños han mejorado enormemente con muchas características y capacidades nuevas.
- Por otro lado, la educación formal en diseño experimental estadístico se está convirtiendo en parte de muchos programas de ingeniería en las universidades, tanto a nivel de pregrado como de posgrado.
- La integración exitosa de buenas prácticas de diseño experimental en la ingeniería y la ciencia es un factor clave para la futura competitividad industrial.



# Era moderna

- Las aplicaciones de experimentos diseñados han crecido mucho más allá de los orígenes agrícolas.
- No existen áreas de la ciencia o de la ingeniería que no haya empleado con éxito experimentos diseñados estadísticamente.
- En los últimos años, el uso se ha extendido a muchas otras áreas, incluido el sector de servicios empresariales, los servicios financieros, las operaciones gubernamentales y organizaciones sin fines de lucro.

# Principios básicos

- El diseño estadístico de experimentos se refiere al proceso para planificar el experimento de tal forma que se recaben datos adecuados que puedan analizarse con métodos estadísticos que llevarán a conclusiones válidas y objetivas.
- El enfoque estadístico es necesario si se quieren sacar conclusiones significativas de los datos.
- Cuando el problema incluye datos que están sujetos a errores experimentales, la metodología estadística es el único enfoque objetivo de análisis.

# Error experimental

- El error experimental es la diferencia entre la respuesta observada para un experimento en particular y el promedio a largo plazo de todos los experimentos realizados con la misma configuración de los factores independientes.
- Que se llame "error" no debe suponer que se trata de una equivocación o un fallo.
- Pueden ser clasificados en dos tipos: error de sesgo y error aleatorio.
- El error de sesgo tiende a permanecer constante o a cambiar en un patrón constante durante las ejecuciones, mientras que el error aleatorio cambia de un experimento a otro de manera impredecible.

Diseño experimental

# Error experimental

Orígenes del error experimental:

- Variación natural entre unidades experimentales
- Variabilidad en la medición de la respuesta
- Imposibilidad de reproducir idénticas condiciones del tratamiento de una unidad a otra
- Interacción de tratamientos con unidad experimental
- Factores externos

- Realización de réplicas
- Aleatorización
- Formación de bloques.



# Réplicas

- Por realización de réplicas se entiende la repetición del experimento básico.
- Una réplica es la ejecución de cada combinación de factores.
- En el experimento de los algoritmos de ordenamiento, una réplica consistiría en el tratamiento de un ordenamiento con el algoritmo 1 y el factor de si los datos estaban ordenados o aleatorios (supongamos un diseño de 2 factores).
- Por lo tanto, si se tratan cinco conjuntos de datos en cada tratamiento, se dice que se han obtenido cinco réplicas.

# Réplicas

La realización de réplicas posee dos propiedades importantes:

- Primera, permite obtener una estimación del error experimental.
- Esta estimación se convierte en una unidad de medición básica para determinar si las diferencias observadas en los datos son en realidad estadísticamente diferentes.
- Segunda, si se usa la media muestral para estimar el efecto de un factor, las réplicas permiten obtener una estimación más precisa de este efecto.

# Réplicas

- Por ejemplo, si  $\bar{y}$  es la media muestral y  $\sigma^2$  es la varianza de una observación individual y hay  $n$  réplicas, la varianza de la media muestral es:

$$\sigma_{\bar{y}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

- Si se hicieron  $n = 1$  réplicas y se observó una diferencia entre tratamientos  $y^1$  y  $y^2$ , probablemente no podrán hacerse inferencias acerca del efecto del tratamiento: la diferencia observada podría ser resultado del error experimental.



# Réplicas

$$\sigma_{\bar{y}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

- Por otra parte, si  $n$  fue razonablemente grande y el error experimental fue lo suficientemente pequeño, y se observó que  $\bar{y}_1 < \bar{y}_2$ , podría concluirse (con una certeza razonable) que sí hay una diferencia estadística debido al tratamiento.

# Aleatorización

- La aleatorización es la piedra angular en la que se fundamenta el uso de los métodos estadísticos en el diseño experimental.
- Por aleatorización se entiende que tanto la asignación del material experimental como el orden en que se realizarán las corridas o ensayos individuales del experimento se determinan al azar.

# Aleatorización

- Uno de los requisitos de los métodos estadísticos es que las observaciones (o los errores) sean variables aleatorias con distribuciones independientes. La aleatorización hace por lo general que este supuesto sea válido.
- La aleatorización correcta ayuda también a "sacar del promedio" los efectos de factores extraños que pudieran estar presentes.

# Aleatorización

- Por ejemplo, suponga que los conjuntos de datos del experimento presentan diferencias en su grado de ordenamiento inicial y que la eficiencia del algoritmo puede verse afectada por esta característica.
- Si todos los conjuntos de datos que se asignan a QuickSort están casi ordenados, mientras que los de MergeSort están completamente aleatorios, quizá se esté introduciendo un sesgo sistemático en los resultados experimentales. .



# Aleatorización

- Este sesgo afecta los tratamientos y, en consecuencia, invalida los resultados obtenidos.
- Al hacer la asignación aleatoria de los conjuntos de datos a cada algoritmo, este problema se aligera en parte.

# Formación de bloques

- La formación de bloques es una técnica de diseño que se utiliza para mejorar la precisión de las comparaciones que se hacen entre los factores de interés.
- Muchas veces la formación de bloques se emplea para reducir o eliminar la variabilidad transmitida por factores perturbadores; es decir, factores que pueden influir en la respuesta, pero en los que no hay un interés específico.

# Formación de bloques

- En general, un bloque es un conjunto de condiciones experimentales relativamente homogéneas.
- En el ejemplo de los algoritmos de ordenamiento, los conjuntos de datos con diferente tamaño formarían un bloque, ya que es de esperarse que la variabilidad dentro de un mismo tamaño de datos sea menor que la variabilidad entre diferentes tamaños de datos.



# Formación de bloques

- De manera típica, cada nivel del factor perturbador pasa a ser un bloque.
- Entonces el experimentador divide las observaciones del diseño estadístico en grupos que se ejecutan en cada bloque.



# Referencias

- Montgomery, D.C. (2013). *Design of Experiments*. John Wiley & sons.
- Lawson, J. (2014). *Design and Analysis of Experiments with R* (Vol. 115). CRC press.

