

LEAVES Solution:

Đặt $dp[i, j]$ là chi phí nhỏ nhất để dồn j chiếc lá đầu thành i đồng ($i \leq j$). Ta có công thức qui hoạch động:

$$dp[i, j] = \min_{i \leq k \leq j} \{dp[i-1, k] + cp(k+1, j)\}$$

Ở đây $cp(k+1, j)$ là chi phí dồn những chiếc lá $k+1, \dots, j$ thành một đồng ở vị trí $k+1$

Ngoài ra: $dp[i, i] = 0$

Trường hợp tới hạn: $dp[1, j] = cp(1, j)$

Ta xét hàm $cp(k, j)$:

$$\begin{aligned} cp(k, j) &= 0 \cdot a_k + 1 \cdot a_{k+1} + \dots + (j-k) \cdot a_j = \\ &= (a_{k+1} + a_{k+2} + \dots + a_j) + (a_{k+2} + \dots + a_j) + (a_{k+3} + \dots + a_j) + \dots + a_j \\ &= (s_j - s_k) + (s_j - s_{k+1}) + \dots + (s_j - s_{j-1}) \\ &= (j-k) \cdot s_j - (s_k + s_{k+1} + \dots + s_{j-1}) \\ &= j \cdot s_j - t_{j-1} + t_{k-1} - k \cdot s_j \end{aligned}$$

Ở đây $s_j = a_1 + \dots + a_j$ và $t_j = s_1 + \dots + s_j$

Công thức qui hoạch động có thể được viết thành:

$$dp[i, j] = \min_{i \leq k \leq j} \{j \cdot s_j + dp[i-1, k] + t_{k-1} - k \cdot s_j\}$$

Ta có bài toán qui hoạch động lồi điển hình. Với đoạn code giả lệnh như sau:

```
for (int j = 1; j <= n; ++j)
    dp[1][j] = 1LL * (j - 1) * s[j] - t[j - 1];
for (int i = 2; i <= m; ++i) {
    dp[i][i] = 0;
    x[0] = -oo;
    k = 0;
    p[0] = -i;
    q[0] = dp[i - 1][i - 1] + t[i - 1];
    int u = 0;
    for (int j = i + 1; j <= n; ++j) {
        while (u <= k && x[u] <= s[j])
            ++u;
        --u;
        dp[i][j] = 1LL * j * s[j] - t[j - 1] + q[u] + p[u] * s[j];
        while (k > 0 && !ok(i, j))
            --k;
        p[++k] = -j;
        q[k] = dp[i - 1][j - 1] + t[j - 1];
        x[k] = 1.0 * (q[k] - q[k - 1]) / (p[k - 1] - p[k]);
    }
}
```

Chú ý biến m trong đoạn code trên là biến k trong đề bài.