CARRAYS Solution:

Ta phải đếm số lượng mảng N phần tử khác nhau, mỗi phần tử nhận giá trị trong đoạn $[1,M]$ sao cho có ít nhất một đoạn K phần tử liên tiếp cùng giá trị.

Thay vì đếm trực tiếp chúng ta đếm gián tiếp: Đếm số lượng mảng khác nhau có N phần tử trong đó không có K phần tử liên tiếp cùng giá trị.
Dặt dp[n] là số lượng mảng như vậy. Ta có:
+) Nếu $n < K$ thì $dp[n] = M^n$
+) Nếu $n \geq K$, khi có chỉ có $c < K$ phần tử cuối cùng có cùng giá trị. Ngoài ra giá trị của phần tử thử $n - c$ và giá trị phần tử $n - c + 1$ phải khác nhau. Do vậy ta có công thức;

$$dp[n] = (M-1) \cdot \sum_{c=1}^{K-1} dp[n-c]$$

Để tính toán công thức trên, đơn giản ta cần thời gian O(NK).
Cải tiến công thức trên bằng cách đặt $s[n] = \sum_{i=1}^{n} dp[i]$ ta có:

$$s[n] - s[n-1] = (M-1) \cdot (s[n-1] - s[n-K])$$

Vậy nên:

$$s[n] = M \cdot s[n-1] - (M-1) \cdot s[n-K]$$

Bằng cách xác định s[n] ta có:
dp[N]=s[N]-s[N-1].
Thuật toán có độ phức tạp O(N).