課題の回答例（文章問題のみ）

課題 1-2.
ある地域において，いつ起こるか全くわからないが平均で 2 年に 1 回の頻度で地震が起こることが観測記録から知られている。この地域において 70%の確率で次の地震が起こるのは，今から何年以内であると推測されるか。（ヒント：累積分布関数を考えよ）

回答例：
地震の平均発生頻度をλとし，次の地震が起こる確率が p となる待ち時間の長さをαとおく。待ち時間分布の累積分布関数が p に等しくなるような待ち時間の値αを求めればよい。待ち時間分布の定義式(1.15)と累積分布関数の定義式(1.8)から，下記の関係式が成り立つ。

$$p = \int_0^{\alpha} \lambda e^{-\lambda x}\, dx$$

これをαについて解くと，

$$\alpha = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-p)$$

λ=1/2［年$^{-1}$］，p=0.7 を代入して， α=2.4［年］

■

課題 1-8.
任意の時刻 N における観測量Xは
$X_N = aX_{N-1} + U_N$
$= a(aX_{N-2} + U_{N-1}) + U_N$
$= U_N + aU_{N-1} + a^2U_{N-2} + \cdots\cdots\cdots + a^N U_0$

$\approx U_N + aU_{N-1} + a^2U_{N-2} + \cdots + a^K U_{N-K}$ (whenever $N > K$)

これは、互いに独立な確率変数 $U[-a^i, a^i]$の$i = 0$から$i = \sim K$までの和である。

ある閾値$\varepsilon << 1$について$a^K < \varepsilon$となる項の寄与は小さいので無視できる。X_Nは~K 個の異なる一様分布をとる確率変数の和として表され。aが 1 に近いほど寄与する確率変数の数 K が大きくなり、一般化中心極限定理により、X_Nの母集団分布は正規分布に近づく。

課題 1-9.
課題 1-8 の回答例からもわかるように、自己相関時間よりも近い時系列データ点を生成する確率変数は互いに独立ではない。そのため、自己相関時間と同程度かそれ以下の長さの時系列データ点の密度分布は、データを生成する確率変数の母集団分布から無作為抽出された標本値の密度分布とは一般に一致しない。