2021年度
センシング工学第11回

最小二乗法(4)その1
~演習と解説~

演習・解説は2問

- １問約１０分で解答してもらう
- 演習なので、教科書・レジュメの参照可。
- できるだけ一人でやる（自分の理解度のチェック）
- その後１０分で解答と解説を行う
- 小テストの代わりに演習問題２の解答を提出
- 中間・期末試験の問題に即した出題

最小二乗法(4)その2
~計算機での取り扱い~

問題2

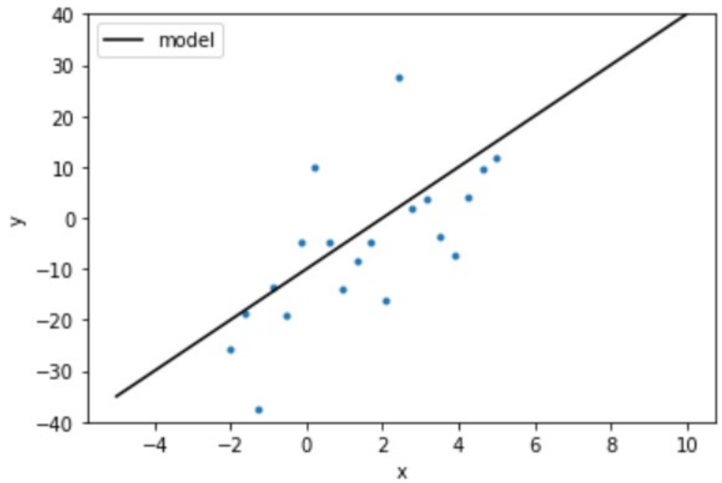
- 最小二乗法による直線当てはめ…………の前に。

Python/numpy/matplotlibによるデータ処理と可視化について演習します。

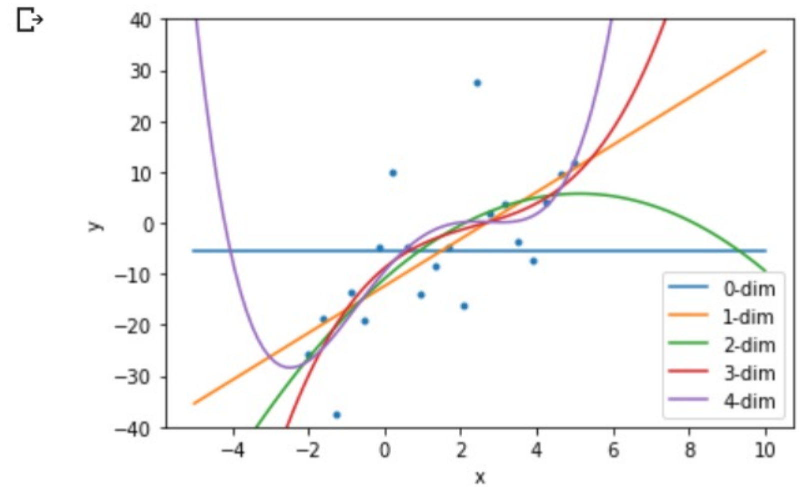
Google Colaboratoryにアクセス。
https://drive.google.com/file/d/1iNXocslOxHgzMQvkPy1-YBZymrXUOKVJ/view?usp=sharing

ダウンロードして各自のPCのjupyter notebookで実行してもよい（ただしnumpy,matplotlibのインストールが必要）

```
[ ]  plt.scatter(x2, y2_noise, marker='.')
     plt.legend()
     plt.show()
```




```
pred = polynomial_fit(x2, y2_noise, maxdim=5, xlim=[-5, 10], ylim
```



線形当てはめの推定パラメータ間の共分散

- y=A+Bxの当てはめ
- $\sigma_A{}^2$, $\sigma_B{}^2$は求められる。AとBの誤差の間に関連はあるか？（Aが平均より大きいとBが小さくなる、など）

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum x^2}{\Delta} \sigma_y^2 \qquad \sigma_B^2 = \frac{N}{\Delta} \sigma_y^2$$

$$\sigma_{AB} = ?$$

AとBの共分散の導出

- A,Bともに正規方程式の解
- y_iにのみ計測誤差があり、x_iには誤差がない（独立変数だから）
- y_iの計測誤差どうしには相関がない

  → 共分散 $\sigma_{y_i y_j} = E[\delta y_i \delta y_j] = 0$

$$A = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{\Delta}, \quad B = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta}$$

$$\Delta = N \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2 = N \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$\sigma_{AB} = E[\delta A \delta B] = E\left[\left\{\sum_i \left(\frac{\partial A}{\partial y_i}\right) \delta y_i\right\}\left\{\sum_j \left(\frac{\partial B}{\partial y_j}\right) \delta y_j\right\}\right]$$

AとBの共分散の導出

- ガリガリ計算する！
- 途中、$E[\delta y_i \delta y_j]$が出てきたら0、$E[\delta y_i^2]$がでてきたらσ_y^2（計測1回あたりの誤差分散（不偏分散！））で置き換える。

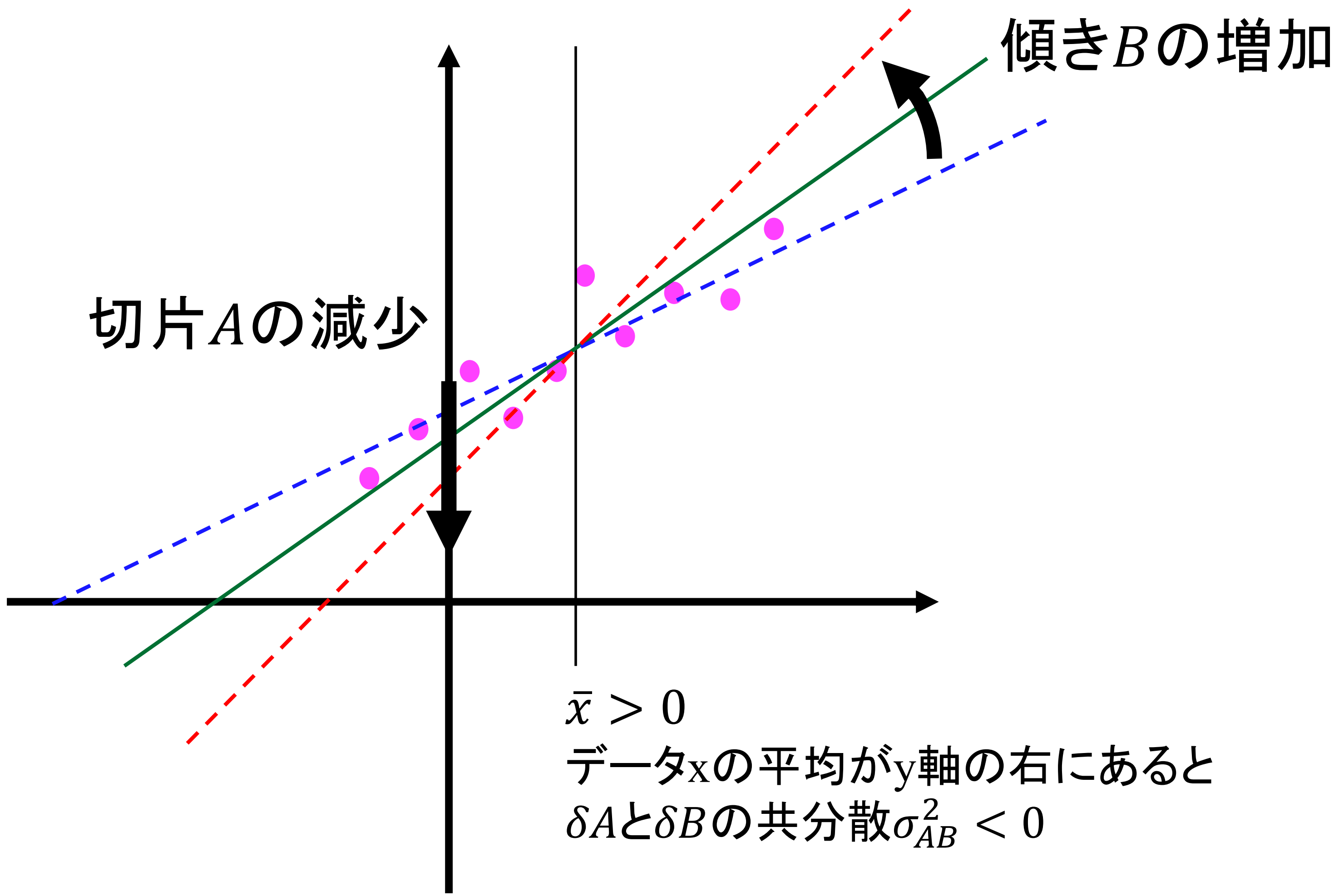
- 結論！

$$\sigma_{AB} = -\frac{\sum x}{\Delta}\sigma_y^2$$

xの平均の符号と逆の相関を持つ

この問題の場合は、$\sum x = 0$だったので、$\sigma_{AB} = 0$!!

なぜσ_{AB}^2が$\sum x\ (= N\bar{x})$と逆符号なのか



なぜσ_{AB}^2が$\sum x\,(=N\bar{x})$と逆符号なのか