

PCP 定理とその証明

清水 伸高 (東京科学大学)

Contents

Preface	5
1 導入	7
1.1 検証能力	7
1.1.1 クラス NP	7
1.1.2 クラス AM	7
1.1.3 クラス PCP	7
1.2 PCP 定理	7
1.2.1 自明な例	7
1.3 制約充足問題 (CSP)	7
1.3.1 充足可能性判定問題 (SAT)	7

序文

このノートは、PCP 定理とその証明についての講義ノートです。PCP 定理は、計算複雑性理論において、多くの問題において、計算量の上界と下界が一致することを示すための基本的な道具となっています。このノートでは、PCP 定理の証明を、その背後にある概念を丁寧に説明しながら、できるだけ初等的に説明します。また、PCP 定理の証明を理解するために必要な基本的な概念についても解説します。

Chapter 1

導入

この集中講義では PCP 定理と呼ばれる計算量理論の基本的な結果について解説し、その証明を与える。PCP 定理は 1998 年に Arora and Safra [AS98] and Arora, Lund, Motwani, Sudan, and Szegedy [ALMSS98] によって証明された。この証明は代数的な手法に基づく誤り訂正符号を技巧的に組合せたものであり、難解なものであったが、その後 Dinur [Din07] によってより簡潔な証明が与えられた。この講義では Dinur [Din07] による比較的簡単な証明を紹介する。ちなみに Dinur はのちにこの業績によりゲーデル賞を受賞している。

1.1 検証能力

1.1.1 クラス NP

1.1.2 クラス AM

1.1.3 クラス PCP

1.2 PCP 定理

1.2.1 自明な例

定理 1.2.1 (PCP 定理)

...

1.3 制約充足問題 (CSP)

1.3.1 充足可能性判定問題 (SAT)

Bibliography

- [ALMSS98] S. Arora, C. Lund, R. Motwani, M. Sudan, and M. Szegedy. “Proof verification and the hardness of approximation problems”. In: **Journal of the ACM** 45 (3 May 1, 1998), pp. 501–555. DOI: [10.1145/278298.278306](https://doi.org/10.1145/278298.278306) (cit. on p. [7](#)).
- [AS98] S. Arora and S. Safra. “Probabilistic checking of proofs: a new characterization of NP”. In: **Journal of the ACM** 45 (1 Jan. 1, 1998), pp. 70–122. DOI: [10.1145/273865.273901](https://doi.org/10.1145/273865.273901) (cit. on p. [7](#)).
- [Din07] I. Dinur. “The PCP theorem by gap amplification”. In: **Journal of the ACM** 54 (3 June 1, 2007), 12–es. DOI: [10.1145/1236457.1236459](https://doi.org/10.1145/1236457.1236459) (cit. on p. [7](#)).