

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-механический институт

Отчёт по лабораторным работам 1 и 2

по дисциплине «Интервальный анализ»

**«Калибровка чипа быстродействующей аналоговой памяти PCI
DRS4»**

Выполнил
студент гр. 5040102/30201

Завьялов В.В.

Проверил
доцент, к.ф.-м.н.

Баженов А.Н.

Санкт-Петербург
2024 г.

Содержание

1	Постановка задачи	2
2	Теория	2
2.1	Первый подход: нахождение $\arg \max(\text{Tol})$	2
2.2	Второй метод: нахождение оценки при помощи твинной арифметики	3
3	Результаты	4
4	Код и ресурсы	8

1 Постановка задачи

Проводится исследование в области солнечной энергетики. Чип быстродействующей аналоговой памяти PCI DRS4 оснащён 8 каналами, каждый из которых содержит по 1024 ячейки. Каждая ячейка включает конденсаторы для хранения заряда и электронные ключи для записи сигналов и считывания напряжений через аналогово-цифровой преобразователь (АЦП). Ячейки объединяются в кольцевые буферы, обеспечивающие эффективное управление процессами записи и чтения данных.

При подаче сигнала синхронизации запись напряжений на конденсаторы прекращается, и фиксируется номер ячейки, в которую была сделана последняя запись. Основная задача данного исследования — калибровка данного чипа. Для этого в чип подаётся заранее известное напряжение X , и считываются полученные значения Y . Для каждого отдельного напряжения X операция повторяется 100 раз. Предполагается, что между X и Y существует линейная зависимость, и проводится определение коэффициентов регрессии β_0 и β_1 .

2 Теория

2.1 Первый подход: нахождение $\arg \max(\text{Tol})$

Поскольку показания датчиков обладают погрешностью, полученные данные следует рассматривать не как точные значения, а как интервалы неопределённости. Центральное значение интервала совпадает с измеренным Y , а радиус интервала равен:

$$\epsilon = \frac{1}{16535}.$$

Это отражает точность используемого АЦП. Поскольку показания с разных ячеек независимы, можно рассмотреть любую ячейку из всех 8192 (8 каналов по 1024 ячейки). Для выбранной ячейки имеется 100 пар значений (X, Y) , где X находится в диапазоне $[-0.5, 0.5]$, а Y представлено интервалами с шириной $\frac{2}{16535}$.

Для получения точечной оценки коэффициентов калибровки используется распознающий функционал Tol , который измеряет степень соответствия модели данным с учётом погрешностей:

$$\text{Tol}(x, A, B) = \min_{1 \leq i \leq m} \left(\text{rad}(b_i) - \left| \text{mid}(b_i) - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right| \right),$$

где:

- $\text{rad}(b_i)$ — радиус интервала измерения Y_i ,

- $\text{mid}(b_i)$ — центральное значение интервала измерения Y_i ,

Матрица A и вектор b определяются следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} x_0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} [y_0 - \epsilon, y_0 + \epsilon] \\ \vdots \\ [y_m - \epsilon, y_m + \epsilon] \end{pmatrix}.$$

Допусковое множество решений определяется как:

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid \text{Tol}(x, A, B) \geq 0\}.$$

Это означает, что модель полностью согласуется с измеренными данными с учётом погрешностей.

В случаях несовместимости системы уравнений необходимо увеличить радиусы интервалов измерений до тех пор, пока система не станет совместимой. Это достигается путём расширения интервалов Y , что позволяет функционалу Tol стать неотрицательным для всех измерений.

Недостатки первого метода:

- *Расширение интервалов:* При увеличении интервалов возникает значительная погрешность, так как интервалы растягиваются в обе стороны.
- *Точечная оценка:* Первый метод предоставляет лишь точечную оценку коэффициентов β_0 и β_1 , что может быть недостаточно информативно.

2.2 Второй метод: нахождение оценки при помощи твинной арифметики

Основные шаги метода:

1. Группировка данных:

- Для каждого значения X собирается 100 значений Y .
- Для каждой группы значений строится боксплот Тьюки, позволяющий определить внешние и внутренние оценки значений Y .

2. **Построение интервалов:** На основе боксплотов формируются интервалы для Y для каждого X . Каждому X_j соответствуют интервалы:

$$Y_j = [[y_{\text{in},j}, y_{\text{in},j}], [y_{\text{out},j}, y_{\text{out},j}]],$$

где $y_{\text{in},j}$ и $y_{\text{out},j}$ — внутренние и внешние оценки значений Y .

3. **Распознающий функционал Tol:** Функционал Tol создаётся на основе новых интервалов:

$$\text{Tol}(x, A, B) = \min_{1 \leq i \leq m} (\text{rad}(b_i) - |\text{mid}(b_i) - (A \cdot x + B)|),$$

где $\text{rad}(b_i)$ и $\text{mid}(b_i)$ определяют радиус и центральное значение интервала Y_i , а A и B — текущие оценки коэффициентов.

4. **Условия:**

- Если $\text{Tol}(\arg \max(\text{Tol})) = 0$, то найденные коэффициенты считаются оптимальными.
- Если $\text{Tol} > 0$, возвращается множество коэффициентов, удовлетворяющих этому условию.
- Если $\text{Tol} < 0$, соответствующие строки из матрицы A и вектора b исключаются, и процесс повторяется для достижения совместности системы.

3 Результаты

В ходе эксперимента каждому датчику в чипе были присвоены соответствующие коэффициенты B_0 и B_1 в зависимости от его положения (координаты канала и ячейки).

Результаты для датчиков с координатами (2, 300) и (3, 300) изображены на рисунках 1-6.

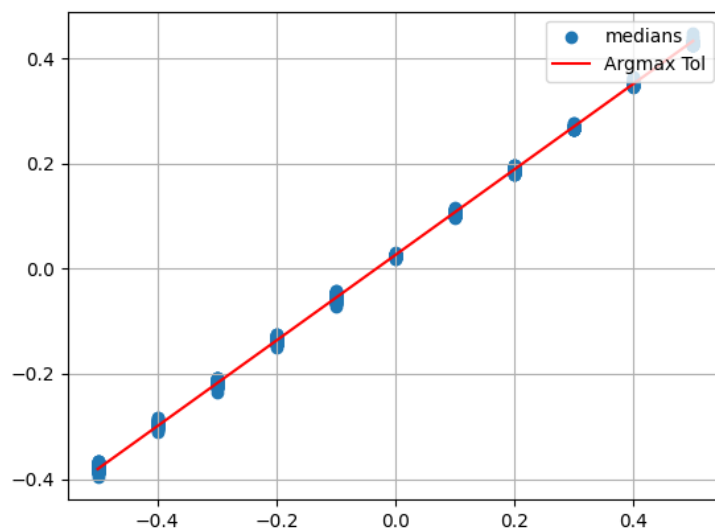


Рис. 1: Регрессионная прямая для датчика (2, 300) полученная методом $\arg \max(\text{Tol})$

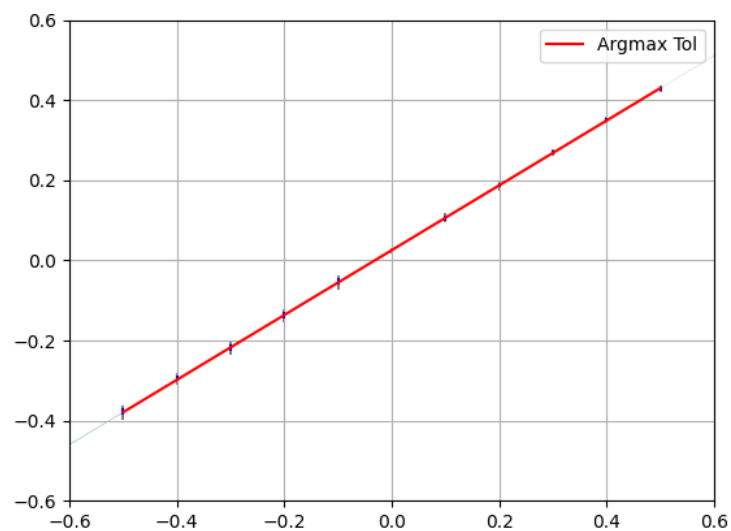


Рис. 2: Регрессионная прямая для датчика (2, 300) полученная вторым методом

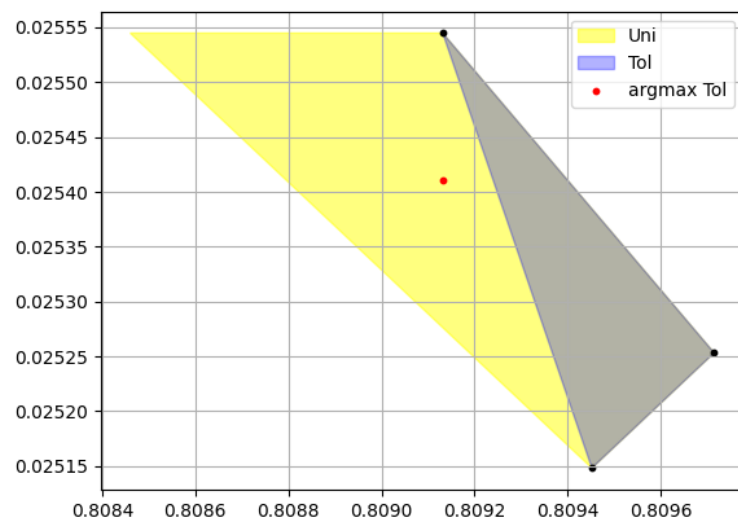


Рис. 3: Tol, Uni и argmax Tol для датчика (2, 300)

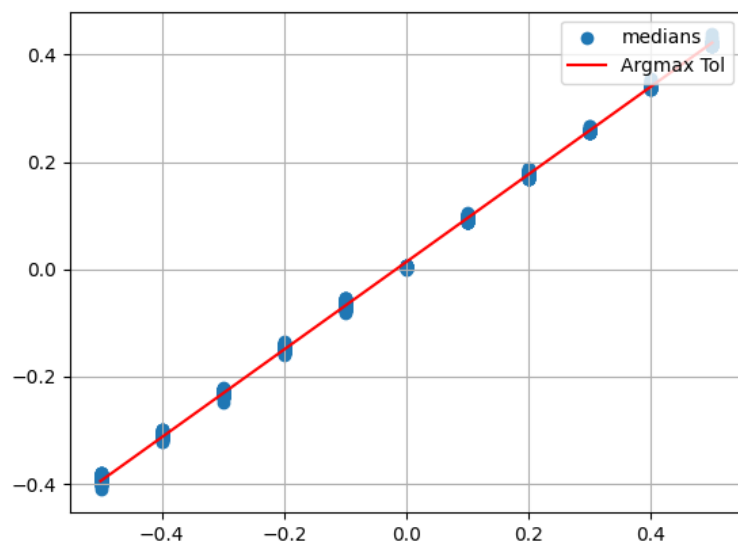


Рис. 4: Регрессионная прямая для датчика (3, 300) полученная методом $\text{arg max}(\text{Tol})$

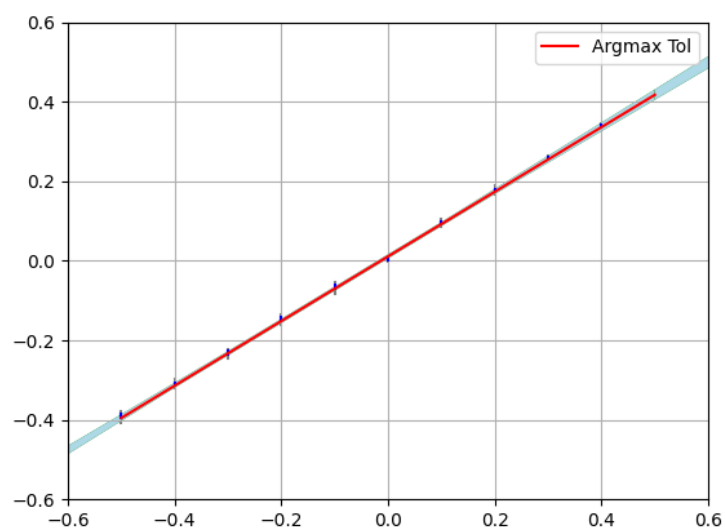


Рис. 5: Регрессионная прямая для датчика (3, 300) полученная вторым методом

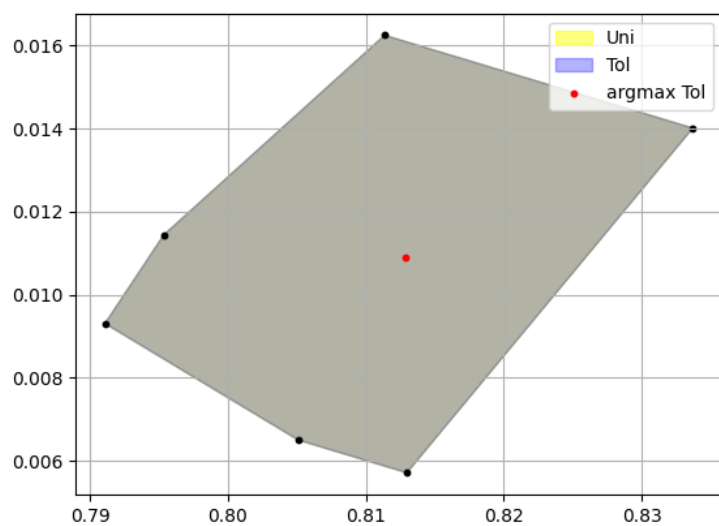


Рис. 6: Tol, Uni и argmaxTol для датчика (3, 300)

Таблица 1: Результаты

Координаты датчика	Метод	β_0	β_1	Кол-во модифицированных
(2, 300)	1	0.814	0.026	1090
(2, 300)	2	0.809	0.025	0
(3, 300)	1	0.817	0.014	1093
(3, 300)	2	0.813	0.011	30

Анализ полученных графиков и итоговых данных подтвердил, что оба рассмотренных метода калибровки работают корректно. Несмотря на то, что их результаты во многом схожи, незначительные расхождения можно объяснить спецификой каждого из подходов:

- **Первый метод:** Позволяет оперативно получить точечные оценки коэффициентов, однако при расширении интервалов может вносить существенные погрешности.
- **Второй метод:** Использование твинной арифметики и более тщательный подход к обработке данных обеспечивают более высокую точность результатов и устойчивость к выбросам.

Кроме того, замеченные различия в количестве выбросов между датчиками указывают на необходимость дополнительного анализа. Они могут быть связаны с техническими особенностями конкретных ячеек или каналов чипа.

Заключение

В ходе лабораторной работы были изучены и реализованы два метода калибровки чипа PCI DRS4 с применением интервального анализа. По результатам видно, что оба метода демонстрируют схожие показатели. Кроме того, анализ показал, что по количеству модифицированных значений датчик с координатами (2, 300) имеет наименьшее количество выбросов, тогда как датчик с координатами (3, 300) имеет наибольшее число выбросов.

4 Код и ресурсы

Репозиторий с кодом программы и кодом отчета:

<https://github.com/Nochoooo/Intervals>