PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

- 1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
- 2. W zadaniach od 1. do 23. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedna odpowiedź.
- 3. Rozwiązania zadań od 24. do 32. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
- 4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
- 5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
- 6. Pamietaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegaja ocenie.
- 7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
- 8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

JOPERON

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON na wzór arkuszy opublikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 23. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Liczbą mniejszą od zera jest liczba:

$$A. -3^2$$

$$\mathbf{B.}(-3)^2$$

$$\mathbf{C} \cdot \sqrt{2} - 1,4142$$
 $\mathbf{D} \cdot |3,14 - \pi|$

D.
$$|3, 14 - \pi|$$

Zadanie 2. (1 pkt)

Liczba $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[6]{5}$ jest równa liczbie:

A.
$$24/5$$

B.
$$10/5$$

$$C_{\bullet}^{12}\sqrt{5^{5}}$$

D.
$$\sqrt[5]{5^{12}}$$

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Liczba $\log_3(\log 30 - \log 3)$ jest równa liczbie:

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Zbiorem rozwiązań nierówności jest (-3,11). Nierówność może mieć postać:

A.
$$|x+4| < 7$$

B.
$$|x-4| < 7$$

C.
$$|x+4| > 7$$

D.
$$|x-4| > 7$$

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Po rozłożeniu wielomianu $W(x) = x^3 + 5x^2 - 3x - 15$ otrzymujemy:

A.
$$W(x) = (x-5)(x-3)(x+3)$$

B.
$$W(x) = (x+5)(x-3)(x+3)$$

C.
$$W(x) = (x+5)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$$

A.
$$W(x) = (x-5)(x-3)(x+3)$$

B. $W(x) = (x+5)(x-3)(x+3)$
C. $W(x) = (x+5)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$
D. $W(x) = (x-5)(x-\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Wartość wielomianu $W(x) = 2x - x^2 - x^3$ dla x = -3 jest równa:

$$A. -42$$

$$B. -24$$

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Po wykonaniu działań w wyrażeniu $W = \frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x}$ otrzymamy:

$$\mathbf{A} \cdot \frac{1}{x-1}$$

B.
$$\frac{-1}{x-1}$$

$$\mathbf{B.} \frac{-1}{x-1} \qquad \qquad \mathbf{C.} \frac{-1}{x(x-1)}$$

$$\mathbf{D.} \frac{1}{x(x-1)}$$

Zadanie 8. (1 pkt)

Liczba $(\sqrt{2} + 4)^3$ jest równa:

A.
$$88 + 50\sqrt{2}$$

B.
$$90 + 48\sqrt{2}$$
 C. $72 + 8\sqrt{2}$

$$\mathbf{C.72} + 8\sqrt{2}$$

D.
$$64 + 2\sqrt{2}$$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

Największą liczbą całkowitą należącą do dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{20 - 4x}$ jest:

$$A. - 5$$

$$B. -4$$

Zadanie 10. (1 pkt)

Pierwiastkami trójmianu kwadratowego $y = x^2 + bx + c$ są liczby (-3) i 5. Wynika stąd, że:

A.
$$b = -2, c = -15$$

B.
$$b = 2, c = -15$$

B.
$$b = 2, c = -15$$
 C. $b = -8, c = -15$ **D.** $b = 8, c = 15$

D.
$$b = 8, c = 15$$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Argument funkcji f(x) = 3x + 8 wzrasta o 5. Wówczas wartość funkcji wzrasta o:

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Dany jest ciąg arytmetyczny (-11, -7, -3, ...). Czterdziesty wyraz tego ciągu jest równy:

$$A. - 149$$

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Ciagiem rosnącym jest ciąg o wyrazie ogólnym:

A.
$$a_n = -2^n$$

B.
$$a_n = -2 + 3n$$
 C. $a_n = 2 - 3n$ **D.** $a_n = (0, 2)^n$

$$\mathbf{C} \cdot a_n = 2 - 3n$$

D.
$$a_{..} = (0, 2)^{i}$$

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Dany jest ciąg geometryczny (-18, 6, -2, ...). Wyraz ogólny tego ciągu to:

$$\mathbf{A.} \ a_n = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n}$$

$$\mathbf{B.} \ a_n = 18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\mathbf{C.} \ a_n = -18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n}$$

A.
$$a_n = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$
 B. $a_n = 18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ **C.** $a_n = -18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ **D.** $a_n = -18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

Zadanie 15. (1 pkt)

Nie istnieje kat α , taki, że:

$$\mathbf{A.} \, \mathrm{tg} \alpha = \frac{8}{7}$$

$$\mathbf{B.} \sin \alpha = \frac{7}{8}$$

B.
$$\sin \alpha = \frac{7}{8}$$
 C. $\sin \alpha = \frac{8}{7}$ **D.** $\tan \alpha = \frac{7}{8}$

D. tg
$$\alpha = \frac{7}{8}$$

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Przyprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 5, a przeciwprostokątna ma długość 7. Kąt α jest najmniejszym kątem tego trójkąta. Wówczas:

$$\mathbf{A.}\sin\alpha = \frac{5}{7}$$

$$\mathbf{B.}\sin\alpha = \frac{7}{5}$$

$$\mathbf{D.} \sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

Zadanie 17. (1 *pkt*)

Jeśli trójkat prostokatny jest wpisany w okrąg o promieniu 6, a jednym z jego katów ostrych jest kat $\alpha = 60^{\circ}$, to pole tego trójkąta jest równe:

C.
$$9\sqrt{3}$$

D.
$$18\sqrt{3}$$

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Dany jest trapez równoramienny o podstawach AB, CD. Przedłużenia ramion przecinają się w punkcie O. Jeśli |AB| = 20, |CD| = 15, |BC| = |AD| = 6, to:

$$\mathbf{A} \cdot |BO| = 24$$

B.
$$|BO| = 18$$

C.
$$|BO| = 4, 5$$

B.
$$|BO| = 18$$
 C. $|BO| = 4,5$ **D.** $|BO| = 10,5$

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Dany jest kwadrat o przekątnej 4. Z wierzchołka kwadratu zatoczono koło o promieniu równym długości boku kwadratu. Pole figury będącej różnicą kwadratu i koła jest równe:

A.
$$8\pi - 32$$

B.
$$2\pi - 8$$

$$C.8 - 2\pi$$

D.
$$32 - 8\pi$$

Zadanie 20. (1 pkt)

Dla dowolnego trójkata prawdziwe jest zdanie:

- A. Środek okręgu wpisanego w trójkat to punkt przecięcia się środkowych trójkata.
- **B.** Środek okręgu wpisanego w trójkąt to punkt przecięcia się dwusiecznych kątów trójkąta.
- C. Środek okręgu opisanego na trójkącie to punkt przecięcia się dwusiecznych katów trójkąta.
- **D.** Środek okręgu opisanego na trójkącie to punkt przecięcia się wysokości trójkąta.

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Można zbudować trójkat z odcinków a, b, c, jeśli:

A.
$$a = 4$$
, $b = 4$, $c = 9$

B.
$$a = 4$$
 $b = 5$ $c = 9$

A.
$$a = 4, b = 4, c = 9$$
 B. $a = 4, b = 5, c = 9$ **C.** $a = 8, b = 5, c = 4$ **D.** $a = 8, b = 3, c = 4$

D.
$$a = 8$$
 $b = 3$ $c = 4$

Zadanie 22. (*1 pkt*)

Okrąg ma środek S = (-6,1) i promień r = 4. Równanie tego okręgu to:

$$\mathbf{A} \cdot (x-6)^2 + (y+1)^2 = 16$$

B.
$$(x+6)^2 + (y-1)^2 = 16$$

$$\mathbf{C} \cdot (x-6)^2 + (y+1)^2 = 4$$

$$\mathbf{D.}(x+6)^{2} + (y-1)^{2} = 4$$

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Proste o równaniach l: 3x - 4y = -1 i k: 8x + 6y = 1:

A. sa równoległe

B. są prostopadłe

C. przecinają się w punkcie (1, -1)

D. przecinają się w punkcie (-1, -1)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 24. do 32. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 24. (2 *pkt*)

Oblicz wartość liczby $x = 5\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot 81^{\frac{1}{2}} + 3^3 - 3^{-1} - 3^2$.



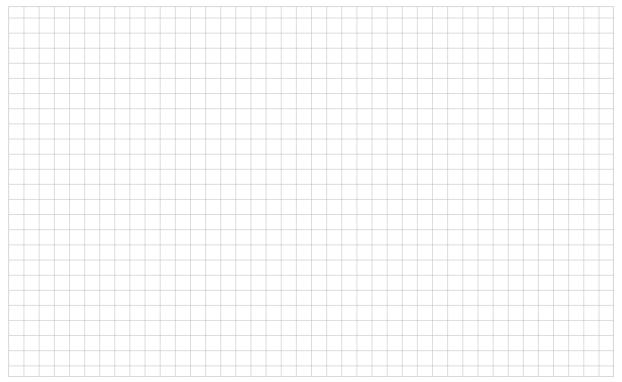
Zadanie 25. (2 *pkt*)

Dany jest trójkąt prostokątny o polu $2\sqrt{3}$ i kącie ostrym 30°. Oblicz długości przyprostokątnych tego trójkąta.



Zadanie 26. (2 *pkt*)

Wykaż, że liczba $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + ... + 3^{100}$ jest podzielna przez 6.



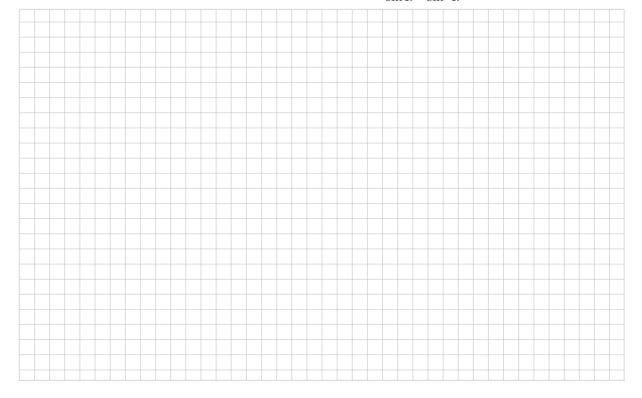
Zadanie 27. (2 *pkt*)

Dany jest trójmian kwadratowy f o współczynniku 2 przy najwyższej potędze x. Wierzchołek paraboli będącej wykresem tego trójmianu ma współrzędne W = (5, -10). Wyznacz f(15).



Zadanie 28. (2 *pkt*)

Wykaż, że dla każdego kąta ostrego α prawdziwy jest wzór $\frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \sin^3 \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$.

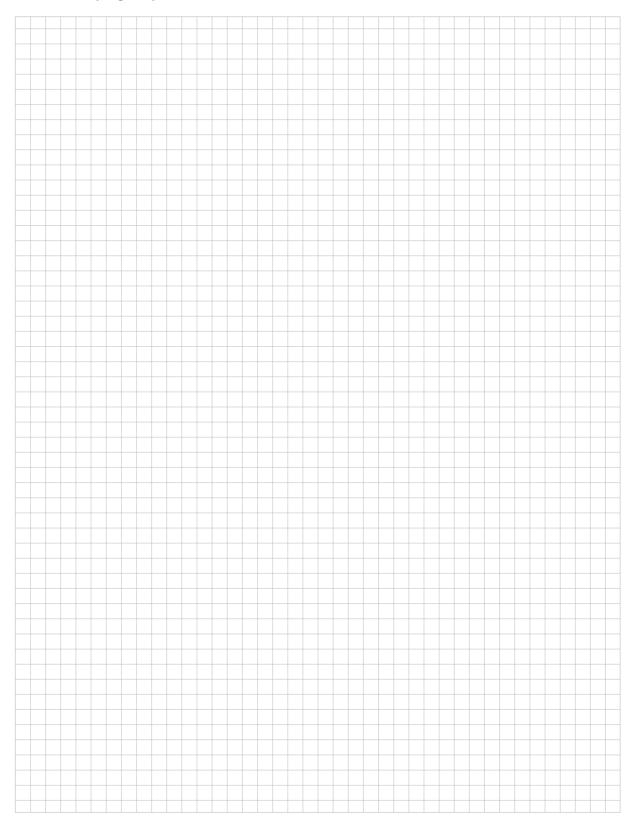


Zadanie 29. (2 *pkt*) Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach A = (1,2), B = (-2,-4), C = (4,-7) jest trójkątem prostokątnym.



Zadanie 30. (5 *pkt*)

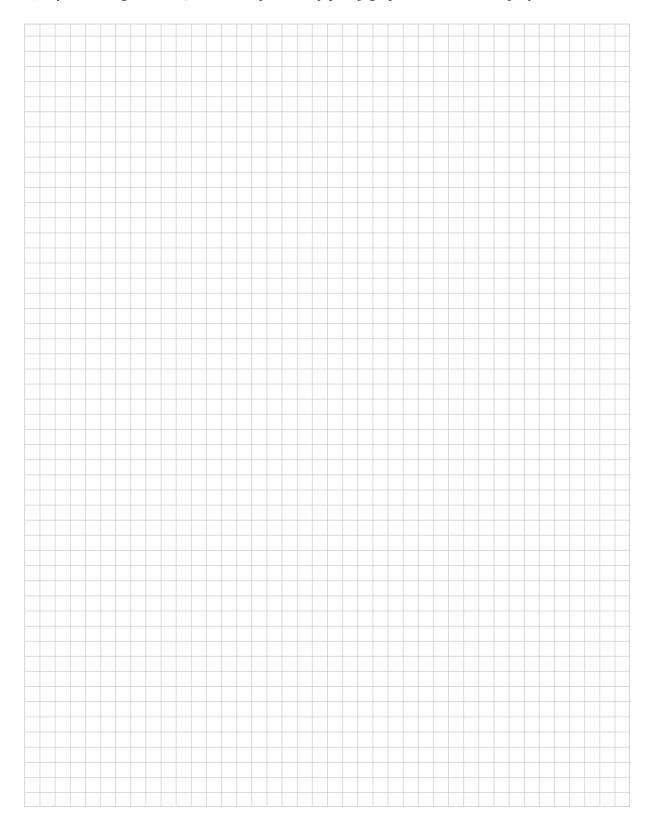
Turysta przeszedł trasę długości 24 km ze stałą prędkością. Gdyby prędkość tę zwiększył o 1,2 $\frac{\text{km}}{\text{godz.}}$, to tę samą drogę przeszedłby w czasie o 1 godzinę krótszym. Oblicz rzeczywistą prędkość turysty i czas, w którym przebył trasę.



Zadanie 31. (*5 pkt*)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi bocznej dwa razy większej od krawędzi podstawy.

- a) Wyznacz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.
- b) Wyznacz długość krawędzi ostrosłupa, tak aby pole jego powierzchni bocznej wynosiło $36\sqrt{15}$.



Zadanie 32. (5 pkt)

W urnie znajdują się kule białe, zielone i czerwone. Kul zielonych jest dwa razy więcej niż kul białych, a kul czerwonych jest 3 razy więcej niż białych. Wyjęto dwa razy po jednej kuli bez zwracania. Oblicz liczbę kul białych w urnie, jeśli prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul zielonych jest równe $\frac{5}{51}$.

