1 机械波

1.1 机械波的基本属性

一、波的定义：波是自然界中一种常见的物质运动形式，波仅伴随着加载信息的能量传递

质点运动：实体载着信息和能量运动，若干包含能量的小的物质集合的整体运动

波的传播：信息和能量的传播，没有物质实体的移动，能量的扩展分布，充满其传播空间

二、波的分类：

1.机械波：机械振动在弹性介质中的传播，在介质中传播时受牛顿定律的支配

2.电磁波：可以在真空中传播

3.物质波：微观粒子具有波动性，反应概率密度的空间分布

波的共同属性：都伴随能量传播，有反射、折射、干涉、衍射现象

三、机械波的基本属性：机械振动（波源）在弹性介质（通过相互之间的弹性力组合在一起的连续介质）中的传播形成机械波。

机械波产生条件：振源+弹性介质

是运动状态的传播，弹性介质的质点并不随波传播.

四、横波和纵波

1.横波：质点振动方向与波的传播方向相垂直的波。特征：具有交替出现的波峰和波谷；仅在固体中传播

2.纵波：质点振动方向与波的传播方向相平行的波。固、液、气体中均可传播

横波和纵波都是行波

1.2 机械波的描述

一、波线和波面

波面：某时刻，同一波源向外传播的波到达的空间各点连成的面（同相位面）

波阵面：波在传播过程中行进在最前面的波面，又称波前

波（射）线：描述波传播的方向的射线。在各向均匀介质中波射线垂直于波面，波射线是波的能量传播方向

根据波面的形状，可以将波分为：球面波（点源）、柱面波（线源）、平面波（面源）

二、波函数与波动曲线

波形图：$y = y(x,t)$，某时刻各点振动的位移y（广义：任一物理量）与相应的平衡位置坐标x的关系曲线

三、机械波的特征量

振幅：A 质点偏离自身平衡位置所达到的最大正向位移

波长：λ 一个完整波形的长度。即：沿波的传播方向，两个相邻的、相位差为2π的振动质点之间的距离

周期：T 波前进一个波长的距离所需要的时间

频率：单位时间内波动所传播的完整波的数目，$\nu = \frac{1}{T}$

周期或频率只决定于波源的振动

波速：u 波动过程中，某一振动状态（即振动相位）单位时间内所传播的距离（相速）

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu] \quad \lambda = \frac{u}{\nu} = Tu$$

波速只决定于媒质的性质

固体内：横波 $u = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$，纵波 $u = \sqcup\frac{E}{\rho}$

液体、气体内：纵波 $u = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$

1.3 平面间谐波波函数

一、平面间谐波

1.平面简谐波定义：平面波传播过程中，若介质中各质元均做同振幅、同频率的简谐振动，该波称为平面简谐波

2.平面简谐波产生条件：作简谐运动的波源 + 均匀无吸收的弹性介质

3.平面简谐波是最基本、最简单的波动形式，复杂波可看成是不同频率简谐波叠加的结果

二、平面简谐波波函数

反映平面简谐波在均匀介质中传播时，介质中各质元相对于自身平衡位置的位移随时间的变化的函数。任一波线上各点的振动状态可代表整个波的状态

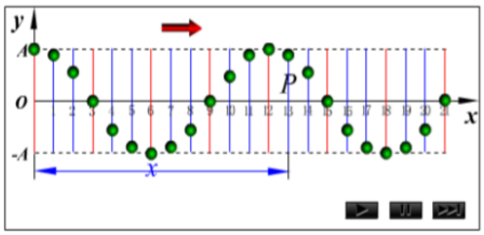
二、平面简谐波波函数

选择波源O为坐标原点。

设波源O做简谐振动：

$$y_O = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

在平面简谐波的一条波线上



求波函数关键：写出任一质点在t时刻的相位。

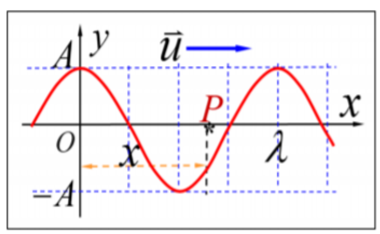
二、平面简谐波波函数

(1) 时间延迟法　　波的传播速度为 $\vec{u}$

点O 的振动状态
$y_O = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

$\Delta t = \dfrac{x}{u}$

x位置处的点 P

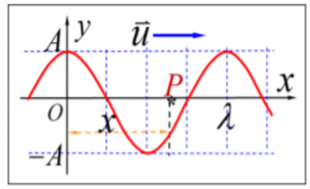


$t-x/u$时刻点O 的运动 ＝ t 时刻点 P 的运动

点P 振动方程：

(波函数)　　$$y_P = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

二、平面简谐波波函数



设波源0做简谐振动：

$$y_O = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

(2) 相位落后法

波线上，相距为λ的两点之间相位差为2π。

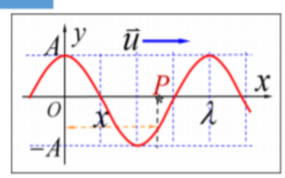
点 *P* 与点 *O* 的相位差 $\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_O = -2\pi\dfrac{x}{\lambda}$

$$\varphi_p = -2\pi\frac{x}{\lambda} + \omega t + \varphi_0 = -2\pi\frac{x}{Tu} + \omega t + \varphi_0 = -\omega\frac{x}{u} + \omega t + \varphi_0$$

点 P 振动方程

（波函数） $y_p = A\cos[\omega(t - \dfrac{x}{u}) + \varphi_0]$

二、平面简谐波波函数



波函数（沿x轴正向传播）

$$y_p = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

u沿 x轴负向：

$$\boxed{y = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_0]}$$

其它形式： $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\upsilon$， $\lambda = uT = u/\upsilon$

$$y(x,t) = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0]$$

$$y(x,t) = A\cos(\omega t \mp kx + \varphi_0)$$ 角波数 $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

二、平面简谐波波函数

波函数（沿x轴正向传播）

$$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

➤ **质点的振动速度，加速度**

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega A\sin[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

$$a=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-\omega^2 A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

称为波在x处 t时刻的相位或相，它决定了振动的状态。

波函数（沿x轴正向传播）：$y = Acos[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi_0]$

对于某一给定的相位

$$\omega(t-\frac{x}{u}) = 常量\phi$$

两边对t求导可得相位的传播速度

$$\frac{dx}{dt}=u$$

说明波的相位的传播速度就是波的速度u，所以波速u也称为相速度，它可以超过光速

1.4 波函数的物理意义和波动方程

一、波函数的物理意义

$$y = Acos[\omega(t-\frac{x}{u}+\phi_0)] = Acos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\phi_0]$$

1.x固定时，表示该点的振动方程，体现波的时间周期性

2.当t一定时，表示该时刻波线上各点相对其平衡位置的位移，体现波的空间周期性

3.若x、t均变化，表示波形沿传播方向的运动情况（行波）

二、波动方程

$$y = Acos[\omega(t - \frac{x}{u} + \phi_0)]$$

对变量二次求导

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 Acos[\omega(t - \frac{x}{u} + \phi_0)]$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{u^2} Acos[\omega(t - \frac{x}{u} + \phi_0)]$$

波动微分方程

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

具有普适性，即对任意一维平面波都成立

1.5 机械波的能量

一、波动能量的传播