大学物理（力学，振动与波，相对论）

訾宇哲

2020 年 4 月 9 日

目录

目录

1　第一讲 质点运动学

1.1　质点运动的描述

1、位置矢量（位矢，矢径）：用来确定某时刻质点位置（用失端表示）的矢量

$\vec{r}=\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$

大小：$|\vec{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$　方向：$cos\alpha=\frac{x}{r}$　$cos\beta=\frac{y}{r}$　$cos\gamma=\frac{z}{r}$

2、位移：反应质点位置变化

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k}$$

$$\text{大小：}|\Delta\vec{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2}$$

3、速度：描述质点运动快慢和方向

$$\text{平均速度：}\vec{v}=\frac{\vec{r_2}-\vec{r_1}}{\Delta t}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\text{（瞬时）速度：}\vec{v}=\lim_{\Delta\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{d}{dt}(x\vec{i}+y\vec{i}+z\vec{k})=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}=\vec{v_x}+\vec{v_y}+\vec{v_z}$$

$$\text{速率：速度的大小（标量）：}v=|\vec{v}|=\lim_{\Delta\to 0}\frac{|\vec{\Delta}t|}{\Delta t}=\lim_{\Delta\to 0}\frac{\Delta s}{dt}=\frac{ds}{dt}$$

4、加速度

$$\text{平均加速度：}\vec{a}=\frac{\vec{\Delta}v}{\Delta t}=\frac{\vec{v_2}-\vec{v_1}}{t_2-t_1}$$

$$\text{（瞬时）加速度：}\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

方向：指向轨道凹的一侧

1.2 极坐标系和自然坐标系

1.2.1 极坐标下的速度，加速度

Date. / /

二. 极坐标系与自然坐标系

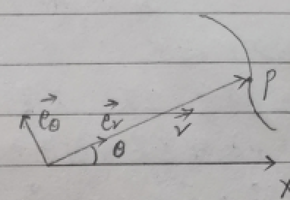
1. 极坐标下的速度、加速度

如图：质点位置矢量 $\vec{r}$

极径 r 极角 θ

径向单位矢量 $\vec{e_r}$

横向单位矢量 $\vec{e_\theta}$



质点运动过程中 $\vec{e_r}$ 和 $\vec{e_\theta}$ 大小不变 方向改变

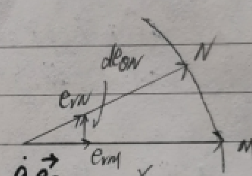
速度 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(r\vec{e_r})}{dt}$

$= \frac{dr}{dt}\vec{e_r} + r\frac{d\vec{e_r}}{dt}$

$= \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\vec{e_r}}$

$\frac{d\vec{e_r}}{dt} = ?$ $\left|\frac{d\vec{e_r}}{dt}\right| = \frac{|d\vec{e_r}|}{dt} = \frac{|\vec{e_{rM}}|\cdot d\theta}{dt}$

$= \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$



$\frac{d\vec{e_r}}{dt}$ 的方向与 $\vec{e_\theta}$ 方向相同 ∴ $\frac{d\vec{e_r}}{dt} = \dot{\theta}\vec{e_\theta}$

同理 $\frac{d\vec{e_\theta}}{dt} = -\dot{\theta}\vec{e_r}$

∴ $\vec{v} = \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta} = v_r\vec{e_r} + v_\theta\vec{e_\theta}$

径向速度 横向速度

速度大小 $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$

加速度 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta})$

$= \ddot{r}\vec{e_r} + \dot{r}\dot{\vec{e_r}} + \dot{r}\dot{\theta}\vec{e_\theta} + r\ddot{\theta}\vec{e_\theta} + r\dot{\theta}\dot{\vec{e_\theta}}$

$= \ddot{r}\vec{e_r} + \dot{r}\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \dot{r}\dot{\theta}\vec{e_\theta} + r\ddot{\theta}\vec{e_\theta} - r\dot{\theta}^2\vec{e_r}$

$= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e_r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{e_\theta}$

$= a_r\vec{e_r} + a_\theta\vec{e_\theta}$

• YOUR MEMORIES YOUR DREAMS •

径向加速度 横向加速度

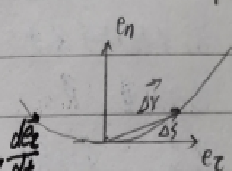
1.2.2 自然坐标下的速度，加速度

Date. / /

2. 自然坐标下速度，加速度

$\vec{e}_n$ 法向单位向量

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\vec{e}_\tau = \frac{ds}{dt}\vec{e}_\tau = v_\tau\vec{e}_\tau$$



加速度
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v_\tau\vec{e}_\tau) = \frac{dv_\tau}{dt}\vec{e}_\tau + v_\tau\frac{d\vec{e}_\tau}{dt}$$
$$= \frac{dv_\tau}{dt}\vec{e}_\tau + v_\tau\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_n$$
$$= \frac{dv_\tau}{dt}\vec{e}_\tau + \frac{v_\tau^2}{\rho}\vec{e}_n$$
$$= a_\tau\vec{e}_\tau + \vec{a}_n\vec{e}_n$$

$\vec{e}_\tau$ 切向单位向量

$\dot{\theta} = \omega$ 角速度

切向，法向加速度

总加速度大小 $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

$a_\tau = 0 \rightarrow$ 匀速率运动 $\quad a_n = 0 \rightarrow$ 直线运动

在同一参考系中用不同的坐标系描述同一运动，物体的运动形式可能相同，但其运动的数学表述都可以不同

1.3 圆周运动的速度，角速度

三. 圆周运动的速度. 角速度

1. 圆周运动的速度. 角速度

线速度 $v=\frac{ds}{dt}$ 角速度 $\omega=\frac{d\theta}{dt}$

线量与角量关系 $s=r\theta$ $ds=rd\theta$

$\because v=\frac{ds}{dt}$ $\therefore v=r\omega$

$$\Delta\vec{v}=\overset{\text{法向}}{(\Delta\vec{v})_n}+\overset{\text{切向}}{(\Delta\vec{v})_t}$$

加速度 $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{(\Delta\vec{v})_n}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{(\Delta\vec{v})_t}{\Delta t}=a_n+a_t$

切向加速度 $\vec{a_t}$ 大小：$a_t=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{dv}{dt}=r\alpha$

方向：切线方向

角加速度 $\alpha=\frac{d\omega}{dt}$

法向加速度 $\vec{a_n}$ 大小：$a_n=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v\Delta s}{r\Delta t}=\frac{v^2}{r}$

• YOUR MEMORIES YOUR DREAMS •

方向：指向圆心

1.4 相对运动

No.

Date. / /

四. 相对运动

1. K_2系相对于K_1系

位置矢量: $\vec{R}$

速度: $\vec{u}=\frac{d\vec{R}}{dt}$

加速度: $\vec{a_0}=\frac{d\vec{u}}{dt}=\frac{d^2R}{dt^2}$

2. P在K_2系

$\vec{r_1}=\vec{r_2}+\vec{R}$

3. 伽利略速度变换 $\vec{v_1}=\vec{v_2}+\vec{u}$

绝对 相对 牵连

2 第二讲 牛顿运动

第二讲 牛顿运动

一、几种常见的力

1. 重力(竖直向下) $\vec{P}=mg$ $g=\frac{Gm_E}{R^2}$ $\vec{F}=-G\frac{m_1m_2}{r^2}\vec{e}_r$

2. 弹性力：正压力 支持力 拉力 张力 弹簧的弹力 $f=-kx$ (胡克定律)

3. 摩擦力： 滑动摩擦力 $f_k=\mu_k N$

   静摩擦力 大小可变

   最大静摩擦力 $f_{s\max}=\mu_s N$

4. 流体阻力(与相对运动方向相反)

   当速率较小时 $f_d=kv$

二、惯性系与力学相对性原理

1. 惯性参考系

   惯性系：惯性定律在其中成立的参考系，即其中不受外力作用的物体(自由粒子)永远保持静止或匀速直线运动状态

   重要性质：相对已知惯性系静止或匀速直线运动的参考系是惯性系

三、非惯性系与惯性力

1. 非惯性系

2. 惯性力：在非惯性(加速度a_0)中，物体除受外力作用外，还受一个由于非惯性系而引起的惯性力

   $\vec{F}_{惯}=-m\vec{a}_0$

四、转动参考系，科里奥利力

1. 转动参考系

   物体静止在以ω转动的圆盘上

   地面观察 摩擦力 $f=-ma_n=-m\omega^2 r$

YOUR MEMORIES YOUR DREAMS

No.
Date. / /

转动圆盘上观察

物体静止，合外力为0

惯性离心力 $\vec{F} = -f = m\omega^2 r$

2. 均匀转动参考系间的变换

转盘相对地面以角速度 $\vec{\omega}$ 均匀转动

速度的变换

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}$$ 转盘上不同点的速度不同

加速度的变换

与平动相比，除"牵连"加速度外，还有科里奥利加速度

$$\vec{a}_{co} = 2\vec{v}' \times \vec{\omega}$$

相对参考系的运动

$$\vec{a} = \vec{a}' + (-\omega^2 r)\hat{r} + 2\vec{v}' \times \vec{\omega}$$

• YOUR MEMORIES YOUR DREAMS •

3 第三讲 动量定理 动量守恒定律

3.1 质点动量定理

动量：$\vec{P}=m\vec{v}$，单位：$kg\cdot m/s$
质点动量定理微分形式：$\vec{F}dt=d\vec{P}$
质点动量定理积分形式：$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt=\int_{P_1}^{P_2}d\vec{P}=\vec{p_2}-\vec{P_1}$

3.1.1 质点动量定理

$\vec{I}=\vec{P_2}-\vec{P_1}$，过程量等于两状态量之差
分量形式：$I_i=P_{2i}-P_{1i}\ (i=x,y,z)$，只适用于惯性系

3.1.2 质点系动量定理

质点系内部n个质点，外部m个质点
第i个质点所受力

$$\vec{F_i}=\frac{d\vec{P_i}}{dt}=\sum_{\substack{i\neq j\\ j=i}}^{m+n}\vec{F_{ij}}\qquad \vec{F_i}=\vec{F_{i外}}+\vec{F_{i内}}$$

$$\vec{F_{i外}}=\sum_{\substack{i\neq j\\ j=n+i}}^{m+n}\vec{F_{ij}}\qquad \vec{F_i}=\frac{d\vec{P_i}}{dt}\qquad \sum_{i+1}^{n}=\frac{d}{dt}\sum_{i+1}^{n}\vec{P_i}$$

系统内力之和为零，质点系总动量 $P=\sum_{i=1}^{n}\vec{P_i}$
质点系动量定理：$\vec{F_{外}}=\frac{d\vec{P}}{dt}$ 系统受到的合外力等于系统动量对时间的变化率
说明：内力能使系统内各个质点的动量发生改变（相互交换动量），但它们对系统的总动量没有任何影响

3.1.3 动量守恒定律

由质点系动量定理 $\vec{F_{外}}=\frac{d\vec{P}}{dt}$，当系统所受的合外力为0，即$\vec{F_{外}}=0$

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=0\qquad \vec{P}=\sum_i\vec{P_i}=\sum_i m\vec{v_i}\ \text{常矢量}$$

动量守恒定律：当一个质点系受到的合外力为零时，该系统的总动量保持不变

3.2 质心，质心运动定理

3.2.1 质心

质心：

$$\vec{r_c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{F_i}}{m} \ \ (m = \sum_i m_i)$$

质心坐标：

$$x_c = \frac{\sum_i m_i x_i}{m} \quad y_c = \frac{\sum_i m_i y_i}{m} \quad z_c = \frac{\sum_i m_i x_i}{m}$$

质量连续分布的物体：

$$r_c = \frac{\int \vec{r} dm}{m} \quad x_c = \frac{\int x dm}{m} \quad y_c = \frac{\int y dm}{dm} \quad z_c = \frac{\int z dm}{m}$$

说明：质心的定义与坐标原点的选择有关

3.2.2 质心运动定理

由质心定义：$\vec{r_c} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{m}$
质心速度：$\vec{v_c} = \frac{d\vec{r_c}}{dt} = \frac{\sum m_i \vec{v_i}}{m}$
质心加速度：$\vec{a_c} = \frac{d^2 \vec{r_c}}{dt^2} = \frac{\sum_i m_i \vec{a_i}}{m}$
质点系的动量是质点系内各质点动量的矢量和

$$\vec{P} = \sum_i m_i \vec{v_i} = m \frac{\sum_i m_i \vec{v_i}}{m} = m v_c$$

$$\vec{P} = m\vec{v_c} \qquad \vec{F_{外}} = \frac{d\vec{P}}{t} = m\frac{d\vec{v_c}}{dt} = m\vec{a_c} \qquad \vec{F_{外}} = m\vec{a_c}\text{——质心运动定理}$$

当物体只做平动时，质心运动代表整个物体的运动

3.3 碰撞

特点：相互作用时间短；冲击力大→其它力相对很小→只有内力→整个系统动量守恒

两球对心碰撞：$m_1 \vec{v_{10}} + m_2 \vec{v_{20}} = m_1 \vec{v_1} + m_2 \vec{v_2}$
引入“恢复系数”：

$$e = |\frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{\vec{v_{10}} - \vec{v_{20}}}|$$

可得

$$v_1 = v_{10} - \frac{(1+e)m_2(v_{10}-v_{20})}{m_1+m_2} \quad v_2 = v_{20} + \frac{(1+e)m_1(v_{10}-v_{20})}{m_1+m_2}$$

完全弹性碰撞：$e=1$；

完全非弹性碰撞：$e=0$；损失的机械能→体系的内能

非弹性碰撞：$0<e<1$；

4 第四讲 动能定理 功能原理

4.1 功 功能定理

4.1.1 功

（1）物体作直线运动，恒力做功

$$A = Fcos\theta \cdot |\Delta\vec{r}| \qquad A = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r}$$

（2）物体作曲线运动，变力做功

$$\text{元功：} dA = Fcos\theta \cdot |d\vec{r}| = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\text{总功：} A = \int_A^B dA = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B Fcos\theta |d\vec{r}|$$

（3）质点同时受几个力作用时

力的叠加原理：$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \cdots + \vec{F_N}$

$$A = A_{1AB} + A_{2AB} + \cdots + A_{NAB}$$

说明：

（1）合力的功等于各分力沿同一路径所做功的代数和

（2）计算力对物体做功时，必须说明是哪个力对物体沿哪条路径所做的功

4.1.2 动能定理

1、定义：质点动能

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \text{ 或者 } E_k = \frac{p^2}{2m}$$

2、质点的动能定理

$$A_{\text{合}AB} = E_{kB} - E_{kA} = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

合外力对质点所做的功（其它物体对它所做的总功）等于质点动能的增量

3、质点系动能定理

对n个质点组成的质点系：对每个质点分别使用动能定理

$$\sum_{i=1}^{n} A_{i外} + \sum_{i=1}^{n} A_{i内=\sum_{i=1}^{n} E_{kiB}-\sum_{i=1}^{n} E_{kiA}}$$

所有外力对质点系做的功和内力对质点系做的功之和等于质点系总动能的增量

注意：内力能改变系统的总动能，但不能改变系统的总动量

4.2 保守力与非保守力

两质点间的“一对力”做功之和等于其中一个质点受的力沿着该质点相对于另一质点所移动的路径所做的功

沿任意回路做功为零的力，或做功与具体路径无关的力都称为保守力

大多数定向力和有心力都是保守力

4.3 势能 势能曲线

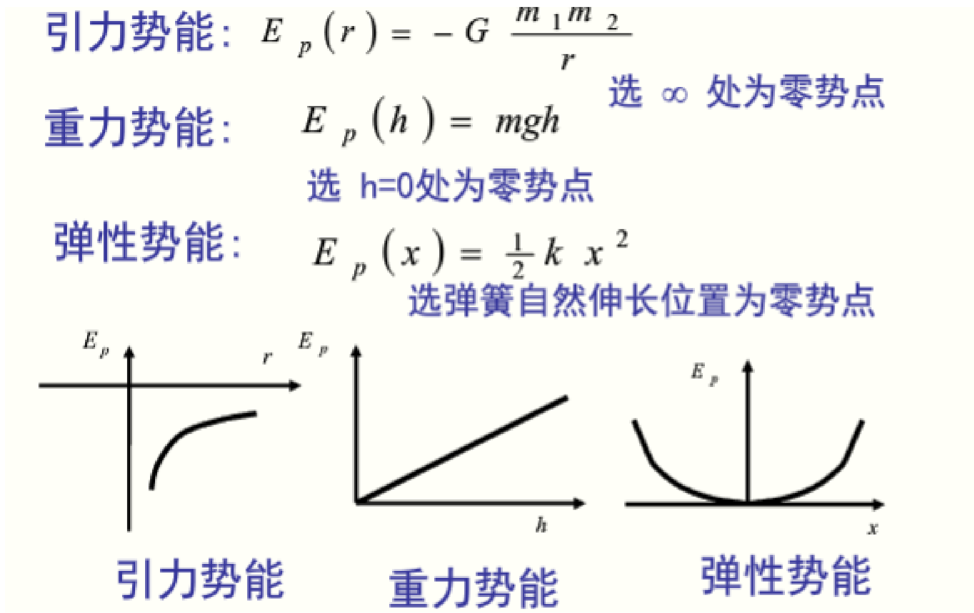
1、势能

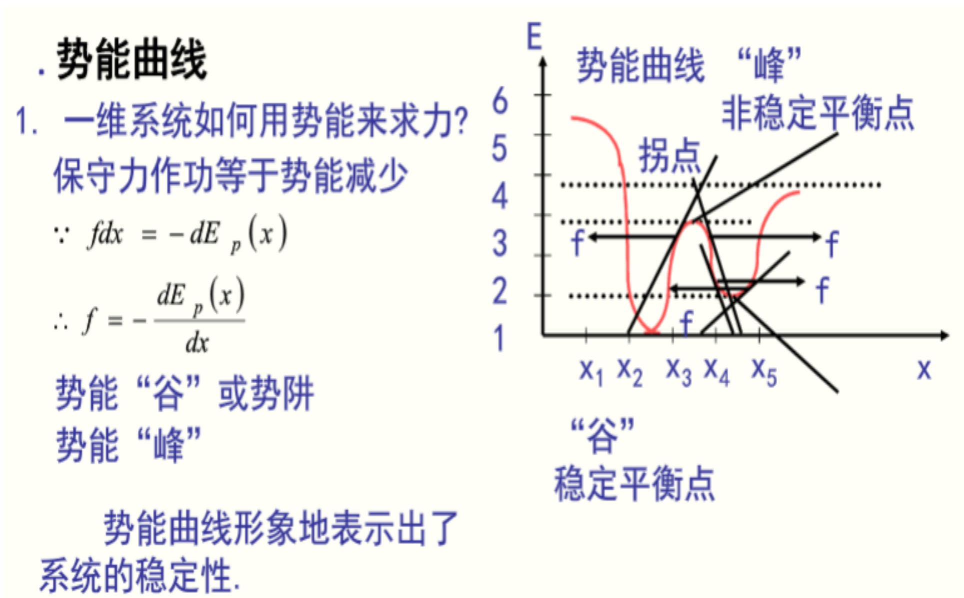
势能：系统在任一位形时的势能等于它从此位形沿任意路径改变至势能零点时保守力所做的功

$$势能\begin{cases}\text{势能与参考系无关（相对位移）}\\ \text{相对量：相对于势能零点的}\\ \text{系统量：是属于相互作用的质点共有的}\end{cases}$$

$$几种势能\begin{cases}\text{引力势能：（无穷远处为零势能点）}E_p(r)=-G\dfrac{m_1m_2}{r}\\ \text{重力势能：（高度为零为零势能点）}E_p(h)=mgh\\ \text{弹性势能：（自然伸长为零势能点）}E_p(x)=\dfrac{1}{2}kx^2\end{cases}$$

2、势能曲线





3、由势能求保守力

梯度算符：$\bigtriangledown = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial x}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial x}\vec{k}$

$$F_l = -\frac{dE_p}{dl} \qquad \vec{F} = -\bigtriangledown E_p$$

保守力等于势能的负梯度

4.4 功能原理以及机械能守恒定律

一、质点系的功能原理　机械能

由质点系动能定理 （前面讲过）

$$A_{外} + A_{内} = A_{外} + A_{非保内} + A_{保内} = \Delta E_k$$

因为 $A_{保内} = -\Delta E_p$

所以 $A_{外} + A_{非保内} = \Delta (E_k + E_p)$

机械能 $\boxed{E = E_k + E_p}$

质点系的功能原理 $\boxed{A_{外} + A_{非保内} = \Delta E}$

二、机械能守恒定律

根据质点系的功能原理 $\boxed{A_{外} + A_{非保内} = \Delta E}$

$\boxed{A_{外} + A_{非保内} = 0 \quad 时}$

$$\Delta E = E_B - E_A = 0$$

$\boxed{E_B = E_A = 恒量}$ ——机械能守恒定律

一个质点系在运动中，当只有保守内力做功 $(A_{外} = 0 而且 A_{非保内} = 0)$ ，时，系统的机械能保持不变。

5 第五讲 角动量 角动量守恒定律

5.1 质点的角动量

5.1.1 质点角动量的定义

质点的角动量是对某一固定参考点而言，t时刻质点对参考点O的角动量定义为：

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

角动量的大小：$L = rmvsin\phi$，单位：$kg \cdot m^2/s$或$J \cdots$

方向：服从右手螺旋法则，垂直于$\vec{r}, \vec{P}$所在的平面

说明：

（1）角动量是瞬时量

（2）质点动量为零，角动量必为零；动量不为零，角动量也可能为零

（3）匀速率圆周运动时，相对于圆心的角动量为$L = Rmv$；动量改变，角动量恒定

（4）统一运动质点，参考点选择不同，角动量不同

5.2 质点角动量定理及守恒定律

5.2.1 质点角动量定理

质点对参考点O的角动量：$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$

上式取时间的微分：

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{P}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{P} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}$

质点角动量定理：

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

质点角动量定理变形为$\vec{M}dt = d\vec{L}$，对$t_1 \to t_2$时间过程，有

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{M} \cdot dt = \vec{L_2} - \vec{L_1}$$

质点对固定点角动量的增量等于该质点所受合力的冲量矩

5.2.2 力对固定轴的力矩

（1）角动量和力矩均与参考点有关，角动量也称动量矩，力矩也叫角力

（2）角动量的分量形式也成立：

$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{P}=L_x\vec{i}+L_y\vec{j}+L_Z\vec{k}$ $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=M_x\vec{i}+M_y\vec{j}+M_z\vec{k}$

即：$\frac{dL_x}{dt}=M_x$ $\frac{dL_y}{dt}=M_y$ $\frac{dL_z}{dt}=M_z$

（3）对轴的角动量和对轴的力矩，再具体的坐标系中，角动量（或力矩）在某一坐标轴上的分量，称质点对该轴的角动量（或力矩）

5.2.3 质点角动量守恒定律

若对某一固定点，质点所受和力矩为零，则质点对该固定点的角动量矢量保持不变————质点角动量守恒定律

（1）$\vec{M}=0$的条件是：$\vec{F}=0$ $\vec{F}$过固定点：有心力

（2）动量守恒，角动量一定守恒；动量不守恒，角动量也可能守恒

（3）角动量的分量形式亦成立

5.3 质点系的角动量定理及其守恒定律

5.3.1 质点系的角动量定理

质点系中各个质点对某一固定点的角动量的矢量和，即为该质点系对该固定点的角动量

$$\vec{L}=\sum_i\vec{L_i}=\sum_i\vec{r_i}\times\vec{p_i}$$

由质点角动量定理可知

$$\frac{d\vec{L_i}}{dt}=\vec{M_i}=\vec{r_i}\times(\vec{F_i}+\sum_{j\neq i}\vec{f_{ij}})$$

即

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\sum_i\frac{d\vec{L_i}}{dt}=\sum_i\vec{r_i}\times\vec{F_i}+\sum_i(\vec{r_i}\times\sum_{i\neq j}\vec{f_{ij}})=\vec{M}_{外}+\vec{M}_{内}$$

又

$$\vec{r}\times\vec{f_{if}}+\vec{r_j}\times\vec{f_{ji}}=(\vec{r_i}-\vec{r_j})\times\vec{f_{ij}}=0 \quad 即\ \vec{M}_{内}=0$$

于是

$$\vec{M}_{外} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

一个质点系所受的合外力矩等于该质点系的角动量对时间的变化率————质点系的角动量定理

5.3.2 质点系的角动量守恒定律

（1）质点系的角动量定理也是适用于惯性系（2）外力矩和角动量都是相对于惯性系中的同一固定点说的（3）当合外力矩为零时，质点的角动量不随时间变化————质点系的角动量守恒定律（4）内力矩不影响质点系总角动量，但影响质点系中某些质点的角动量

5.4 刚体模型及其运动

1、刚体的定义：在力的作用下，形状与体积都不变的物体称为刚体

2、刚体的特点：刚体是特殊的质点系，组成刚体的各个质元之间的相对位置保持不变，刚体是理想化模型，物体的形变远小于其本身的限度，在描述其运动时可抽象为刚体

5.4.1 刚体的运动

1、平动：刚体内任意两质元连线在运动过程中始终保持平行

2、平动的特点：运动学范畴内，平动的刚体可视为质点，可用质点运动学描述其运动，平动刚体的运动轨迹可以是三维的

3、转动：刚体的各质元都绕某一直线（转轴）做圆周运动

转轴固定	转轴方向不固定）
定轴转动（纯转动	定点转动（轴上某点静止）

4、定轴转动特点：定轴转动的刚体中各质元在各自的转动平面内绕轴作不同半径的圆周运动

5、一般运动：一般运动 = 随基点的平动 + 绕基点的定轴转动，转动大小与基点（质心）的选取无关

5.5 刚体定轴转动的运动描述

定轴转动的刚体中任意质元都在各自的转动平面内，以一定的转动半径做圆周运动

5.5.1 定轴转动的角量描述

1、角位置：$\theta = \theta(t)$，沿逆（顺）时针方向转动 $\theta > (<)0$

2、角位移：$\Delta\theta = \theta(t + \Delta t) - \theta(t)$ $\Delta\theta$的方向：由右手螺旋确定

3、角速度：$\omega = \frac{d\theta}{dt}$ 角速度的方向可用正负来表示

4、角加速度：$\beta = \frac{d\omega}{dt}$ 反向：越转越快（慢）时，与$\vec{\omega}$同（反）方向

刚体上所有质元都具有相同的角位移，角速度，角加速度

定轴转动的描述仅需一维（角）的坐标

5、匀变速转动：刚体绕定轴转动的角速度为恒量时，刚体做匀速转动，绕定轴转动的角加速度为恒量时，刚体做匀变速运动

刚体匀变速转动与质点匀变速直线运动公式对比

质点匀变速直线运动	刚体绕定轴做匀变速转动
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \beta t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0)$

5.5.2 定轴转动角量和线量大小的关系

$$s = R\theta \quad \Delta s = R\Delta\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega \quad a_\tau = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\beta \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2$$

5.6 刚体的转动惯量

5.6.1 转动惯量的定义

定轴转动的刚体，各质元到转轴距离的平方与质量乘积的总和，称为刚体对该转轴的转动惯量

质量不连续分布：$J = \sum_i \Delta m_i r_i^2$

质量连续分布：$J = \int r^2 dm$

转动惯量是标量 [SI]:$kg \cdot m^2$

转动惯量的意义：反映了刚体转动惯性的大小

5.6.2 转动惯量的特点

与刚体总质量有关，与刚体质量分布有关，与转轴的位置有关

5.6.3 有关转动惯量的几个定理

（1）转动惯量叠加原理：对于多个刚体组成的体系而言，相对某一固定轴的转动惯量等于每个刚体对该轴的转动惯量之和$J_z = J_A + J_B + J_C$

（2）平行轴定理：如果已知质量为m的刚体绕通过其质心的某一个轴的转动惯量为J_c，则它相对于其质心轴平行、且相距为d的另一个轴的转动惯量为$J_z = J_c + md^2$

5.7 力矩

5.7.1 力对固定点的力矩

力$\vec{F}$对参考点0的力矩：

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

大小：$|\vec{r} \times \vec{F}| = Frsin\theta = Fd$

方向：右手螺旋法则

说明：

（1）质点不受力作用，力矩一定为零；力不为零时，力矩可能为零

（2）力作用于参考点或其作用线通过参考点时，力对参考点的力矩为零

（3）力矩的作用效果是产生相对于参考点O的转动状态

5.7.2 力对固定轴的力矩

力对转轴z的力矩$\vec{M_z} = \vec{r} \times \vec{F_\perp}$

力对轴的力矩的实质是力对O点的力矩在z轴方向上的分量

对轴力矩大小：$M_z = \pm|\vec{M_z}| = \pm|\vec{r} \times \vec{F_\perp}| = \pm F_\perp rsin\theta = \pm F_\perp d$

若$\vec{M_z}$沿规定的正方向，取"+"，反之，取"-"

力矩叠加原理：当几个力矩作用在同一刚体上时，合力矩M时各单个力矩之和

住：力矩求和只能对同一参考带点（或轴）进行

5.8 刚体定轴转动定律

刚体定轴转动定律：

$$M = J\beta$$

刚体定轴转动的角加速度与它所受合外力矩成正比，与刚体的转动惯量成反比

说明：

（1）刚体所受力矩一定的情况下，转动惯量越大，角加速度越小

（2）转动惯量是刚体转动惯性大小的量度

5.9 定轴转动刚体角动量定理及其守恒定律

5.9.1 定轴转动刚体角动量定理

绕定轴转动的刚体的角动量：$L_z = J_z\omega$

定轴转动刚体为质点系，满足质点系的角动量定理：$\vec{M}_{外} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

则有定轴转动角动量定理：

$$M_z = \frac{dL_z}{dt} = \frac{d}{dt}(J_z\omega)$$

定轴转动角动量定理积分形式：

$$\int_{t_1}^{t_2} M_z dt = J_z\omega_2 - J_z\omega_1$$

5.9.2 定轴转动刚体角动量守恒定律

刚体绕定轴转动时，如果所受合力矩为零，则刚体沿该轴的角动量守恒，此时，定轴转动刚体匀速转动

当$M_z = 0$时，$J_z\omega =$恒量（大小不变，正负不变）

刚体系：$M_z = 0$时，$\int J_{iz}\omega_i = const$

角动量可在系统内部各刚体间传递，而却保持刚体系对转轴的总角动量不变

5.10 刚体定轴转动动能和动能定理

一、刚体定轴转动动能

定轴转动刚体角速度为ω，质量为Δm_i的第i个质点的速率为v_i，到达转轴的垂直距离为r_i。

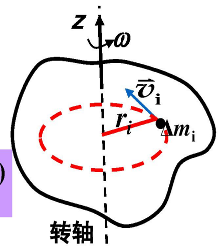
刚体的转动动能为：

$$E_k = \sum_i \frac{1}{2}\Delta m_i v_i^2 \overset{v_i = r_i\omega}{=} \sum_i \frac{1}{2}\Delta m_i (r_i\omega)^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sum_i \Delta m_i r_i^2\right)\omega^2 \quad (\text{令：} J = \sum_i \Delta m_i r_i^2)$$

$$= \frac{1}{2}J\omega^2$$

转动惯量



二、力矩的功

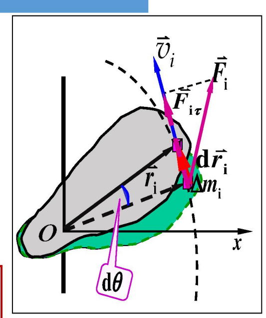
当刚体在外力作用下作定轴转动时，考虑质元Δm_i

$$dA_i = \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = F_{i\tau} ds_i$$

$$= F_{i\tau} r_i d\theta = M_i d\theta$$

$$dA = \sum_i dA_i = \sum_i M_i d\theta = M d\theta$$

$$\boxed{dA = M\,d\theta} \Rightarrow \boxed{A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta}$$



定轴转动刚体角位置从$\theta_1 \to \theta_2$变化过程中力矩的功。

功率：$P = \dfrac{dA}{dt} = M\dfrac{d\theta}{dt} = M\omega$

三、刚体定轴转动动能定理

考虑力矩功和转动定律

$$dA = M\,d\theta \quad \begin{cases} M = J\beta = J\dfrac{d\omega}{dt} \\ d\theta = \omega dt \end{cases}$$

$$\boxed{\therefore dA = (J\frac{d\omega}{dt})\omega dt = J\omega d\omega}$$

$$A=\int dA = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J\omega d\omega$$

$$\therefore \boxed{A=}\frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2 = \boxed{E_{k2} - E_{k1}} = \Delta E_k$$

定轴转动的动能定理：合外力矩对绕固定轴转动的刚体所做的**功**等于刚体**转动动能的增量**。

四、刚体定轴转动的机械能守恒定律

定轴转动刚体的机械能

$$E = mgh_c + \frac{1}{2}J\omega^2$$

h_c为刚体质心与势能零点的距离。

当外力矩不做功时，定轴转动刚体的**机械能**守恒。

6 第六讲 流体力学

7 第六讲 流体力学

7.1 压强与平衡方程

物质的三态：固态，液态，气态

流体（液态，气态）：具有一定体积、无固定形状、易于变形，具有一定的流动性

液体和气体的不同点：液体有一定体积，几乎不可压缩，黏性大；气体没有一定体积，充满整个容器，易压缩，粘性小

连续介质假设：流体在其存在的空间是连续、无间隙分布的，可取微分元

流体元：宏观足够小而微观足够大，流体物理量是大量流元的相应物理量的统计平均

7.1.1 流体静力学压强

静止流体没有抵抗剪切形变的能力，作用在流体内任一面元上的应力必与该面元垂直

在静止流体中任取一个小面元$d\vec{s}$，作用在此面元上的力为$d\vec{f}$

通常流体内部的压力：$d\vec{f}=-pd\vec{s}$

p称为流体静力学压强，p为标量，单位帕（Pa）

流体中静压强与面元取向无关

7.1.2 静止流体的平衡方程

作用在流元上的力可以分为两类

面积力：可用压强表述，作用在流元外表面上

体积力：作用在每一质量微元上，亦称质量力

设单位质量流体上的体积力为$\vec{F}$，则$d\vec{F}=\rho\vec{F}dxdydz$

对静止流体：$\rho\vec{F}dxdydz-\bigtriangledown pdxdydz=0$

即

$$\rho\vec{F}=\bigtriangledown p \quad \rho F_x=\frac{\partial p}{\partial x} \quad \rho F_y=\frac{\partial p}{\partial y} \quad \rho F_y=\frac{\partial p}{\partial z}$$

结论：体积力与压强梯度方向平行，体积力与等压面垂直

重力场中的静止流体

$$\frac{\partial p}{\partial x}=0 \quad \frac{\partial p}{\partial y}=0 \quad \frac{\partial p}{\partial z}=-\rho g$$

设深度$z=z_A$处的压强p_A，$z=z_B$处的压强p_B，若密度为常量

$$p_B=p_A-\int_{z_A}^{z_B}\rho g dz=p_A-\rho g(z_B-z_A)$$

静止在重力场中的同种流体

（1）液体中压强随距液面深度线性变化

（2）等压面是水平面，与重力方向垂直

$$\frac{dp}{dz}=-\rho g \qquad z+\frac{p}{\rho g}=c\text{（常数）}$$

7.2 流体连续性原理

流体的粘性：流体流动时，各流层间存在着阻碍相对运动的内摩擦力，这就是流体的粘性。

理想流体：不可压缩、无粘性的流体称为理想流体

7.2.1 流体运动的描述方法

1.拉格朗日法：以研究个别流元的运动为基础，通过对每个流元运动规律的研究来获得整个流体的运动规律。（着眼于流体质点，跟踪每个流元来了解整个流体的运动规律。）

2.欧拉法：考察通过空间固定的位置点的不同液体质点的运动状态，形成一个矢量场来了解流体在整个运动空间内的流动情况。（着眼于空间点，研究流经空间各固定点的流元的运动，获取流体的运动规律。）

任一时刻流体空间的每一点上都有一个流速$\vec{v}$与之对应，形成一个矢量场—流速场。如果流速只是空间坐标的函数而不依赖于时间，则称为稳定流动，简称稳流。

迹线：某一流体质点在运动过程中，不同时刻所流经的空间点连成的曲线。

流线：某瞬间在流场中绘出的曲线，曲线上各流元的速度矢量和该线相切

（1）流线表示瞬时流动方向，流线不能相交。

（2）流线密处流速大，流线稀处流速小

流管：某时刻在速度场中做一条非流线的曲线，经过曲线上的每一点做流线，这些流线在空间形成一个曲面，称为流面。如果在流体中所做的非流线的曲线是闭合的，则所得到的流面称为流管。流管内外的流体都没有穿过流面的速度分量，管内流体不能流到管外，管外流体也不能流入管内。对稳定流动，流线和流管都不随时间变化，流管和真的管道相似。

7.2.2 流体的连续性原理

体积流量：流体中单位时间内流过某一横截面的流体体积

对于面元$\Delta\vec{s}\to 0 \quad \Delta\vec{s}\to d\vec{s}$

可认为面元上各点流速$\vec{v}$相等，单位时间内流过面元的流体体积

$$dQ_v=\frac{dV}{dt}=\frac{ds\cdot vdt\cdot cos\theta}{dt}=\vec{v}\cdot d\vec{s}$$

对一封闭曲面S$Q_V=\int dQ_V=\int_S\vec{v}\cdot d\vec{s}$——体积流量

质量流量：流体中单位时间内流过某一横截面的流体质量$dQ_m=\rho\vec{v}\cdot d\vec{s} \quad Q_m=\int dQ_m=\int_S\rho\vec{v}\cdot d\vec{s}$

流体的连续性原理：$\rho\vec{v}\cdot d\vec{s}-\int_S\frac{\partial\rho}{\partial t}dV=0$

不可压缩流体：$\frac{\partial\rho}{\partial t}=0 \quad \int_S\vec{v}\cdot d\vec{s}=0$

稳定流动：流管不随时间变化，类似真实管道

稳定流动的连续性原理：

对任意流管：$\rho vdS=$常量

对不可压缩流体：$vdS=$常量

截面大处流速小、流线疏；截面小处流速大、流线密

7.3 伯努利方程及其应用

$$p+\rho gh+\frac{1}{2}\rho v^{2}=常量$$ ——伯努利方程

伯努利方程的说明：

$$\boxed{p+\rho gh+\frac{1}{2}\rho v^{2}=常量}$$

（1）理想流体稳定流动的基本动力学方程，是功能原理在理想流体中的应用。

（2）重力场中的稳定流动,未计及其他能量损失

（3）不可压缩，密度等于常数

（4）细流管。对大流管，流速在截面上不变

（5） $v=0$ $\quad p+\rho gh=常数$

重力场中，静止流体静压强公式。流体静力学是流体动力学的特殊情况。

（6）h_1、h_2是相对同一参考平面的，两个参考点的位置应该在同一流线上

$$h_1=h_2 \qquad p+\frac{1}{2}\rho v^{2}=常数$$

8　第七讲 相对论基础

8.1　力学相对性原理

8.2　狭义相对论的基础原理

8.3　洛伦兹变换

8.4　狭义相对论的时空观————同时相对性

8.5　狭义相对论的时空观————时间延缓

8.6　狭义相对论的时空观————尺度收缩

8.7　质量与动量

8.8　相对论动力学基础————质能关系

9 第八讲 简谐振动

9.1 简谐运动的定义

9.2 简谐运动的基本特征

9.3 描述简谐运动的物理量

9.4 简谐运动的能量

9.5 简谐运动的能量

9.6 同方向同频率简谐运动的合成

9.7 同方向不同频率的谐振动的合成

9.8 互相垂直的谐振动的合成

9.9 阻尼振动

9.10 共振

9.11 机械波

9.12 机械波的产生与传播

9.13 机械波的描述

9.14 平面简谐波波函数

9.15 波动微分方程改

9.16 波的能量

9.17 波的衍射 惠更斯原理

9.18 波的反射和折射改

9.19 波的干涉

9.20 驻波 半波损失

9.21 多普勒效应