Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

# Einführung in die Astronomie II

Sommersemester 2009
Übungsaufgaben 11 – Musterlösung
J. Wilms/M. Kadler
12. Mai 2009

## **Frage 1:** *Rotationskurven von Spiralgalaxien*

a) Wie in der Vorlesung gezeigt wurde, können die Rotationskurven von Spiralgalaxien besonders gut anhand des in der Scheibe konzentrierten neutralen Wasserstoffgases, den sogenannten H I Regionen, vermessen werden. Dazu werden Radioteleskope eingesetzt, die den Hyperfeinstruckturübergang des neutralen Wasserstoff bei einer Wellenlänge von 21 cm vermessen. Nehmen Sie an, eine Spiralgalaxie rotiere mit $300\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ Orbitalgeschwindigkeit. Um wieviel ist die Wasserstofflinie verschoben, falls wir die Scheibe der Galaxie a) von der Seite und b) unter 45 Grad Neigung sehen?

*Lösung:* Wegen

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v \sin i}{c} \tag{s1.1}$$

erhalten wir für $i = 90$ Grad eine Verschiebung der Linie um 0.021 cm, für $i = 45$ Grad erhalten wir 0.015 cm.

b) Die Bewegung der Sterne in Spiralgalaxien rührt von der Wirkung von Gravitationskräften auf die Sterne her. Ursprünglich wurde vermutet, daß diese hauptsächlich von der Gravitation anderer Sterne herrühren. Da das Licht von Galaxien durch diese Sterne erzeugt wird, erschien es als sinnvoll anzunehmen, dass die beobachtete Verteilung des Lichtes auch die Masseverteilung wiedergibt. In der Bulge sind die Sterne kugelsymmetrisch verteilt. Zeige unter der Annahme von Kreisbahnen, dass daraus für die Bahngeschwindigkeit folgt, daß $v(r) \propto r^{-1/2}$.

*Lösung:* Diese Gleichung folgt direkt aus der normalen Herleitung des 3. Kepler'schen Gesetzes, d.h. die Zentripetalkraft auf einen Stern der Masse $m$ wird durch die Gravitation der Sterne innerhalb des Orbits des Sterns balanciert. Diese kann wegen des Gauss'schen Gesetzes einfach aus der eingeschlossenen Masse $M(r)$ berechnet werden

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GM(r)m}{r^2}$$

und damit

$$v(r) = \sqrt{GM(r)} \cdot r^{-1/2}$$

c) In Wahrheit sind die gemessenen Rotationskurven flach, d.h. die als Funktion des Abstandes von der Galaxie beobachtete Geschwindigkeit $v(r)$ ist für $r \gtrsim 4$ kpc ungefähr konstant. Zeige, daß daraus folgt $M(r) \propto r$.

*Lösung:* Aus der obigen Gleichung folgt für $M(r) \propto r$

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} = \text{const.}$$

d) Wenn die Milchstraße ähnlich zu anderen Galaxien ist, dann ist ihre Rotationskurve flach mit einer Geschwindigkeit von $v = 250\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ bis hinaus zu Entfernungen von $r = 60\,\mathrm{kpc}$. Berechne die innerhalb dieses Abstandes enthaltene Masse und vergleiche sie mit der gschätzten leuchtenden Masse der Galaxie. Die Gesamtleuchtkraft ist ungefähr $10^{11}\,L_\odot$ und rührt hauptsächlich von Sternen her. Nimm an, daß $M/L = 1$ in solaren Einheiten. ($1\,\mathrm{pc} = 3\times10^{16}\,\mathrm{m}$, $G = 6.67\times10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$, $M_\odot = 2\times10^{30}\,\mathrm{kg}$).

*Lösung:* Die Masse innerhalb $r = 60\,\mathrm{kpc}$ kann einfach gefunden werden:

$$M(r) = \frac{r v(r)^2}{G}$$

Mit $r = 60\,\mathrm{kpc} = 1.8\times10^{21}\,\mathrm{m}$ und $v = 2.5\times10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ ergibt sich $M(r) = 1.69\times10^{42}\,\mathrm{kg} = 8\times10^{11}\,M_\odot$. Die leuchtende Masse der Galaxie ist $10^{11}\,M_\odot$. Damit strahlt 88% der gravitierenden Masse nicht ("dunkle Materie").

# Frage 2: *Tully-Fisher-Relation*

**Diese Aufgabe wird in den Übungen gemeinsam besprochen werden.**
Tully und Fisher fanden empirisch anhand von Beobachtungen, dass die Leuchtkraft einer Spiralgalaxie mit ihrer Rotationsgeschwindigkeit korreliert: $L \propto v_{\mathrm{rot}}^4$. Diese Relation ist eine wichtige Korrelation für die Ermittlung der Entfernungen von Galaxien, da mit ihr die absolute Leuchtkraft einer Galaxie einfach aus der messbaren Rotationsgeschwindigkeit ermittelt werden kann.
Leiten Sie die Tully-Fisher-Beziehung unter der oben diskutierten Annahme ab, dass die Rotationskurven der Spiralgalaxien flach sind, d.h. dass die Rotationsgeschwindigkeit nicht vom Abstand vom Zentrum der Galaxie anhängt, und dass alle Spiralgalaxien das gleiche Masse-zu-Leuchtkraft-Verhältnis und die gleiche Oberflächenleuchtkraft aufweisen (d.h. $L/R^2 = \mathrm{const.}$).

*Lösung:* Wie oben hergeleitet, ergibt die Gleichheit und Zentrifugal- und Gravitationskraft:

$$M = \frac{v_{\mathrm{rot}}^2 R}{G} \tag{s2.1}$$

Da das Masse zu Leuchtkraft-Verhältnis konstant ist, gilt $M/L := c_1$, und damit

$$L = M/c_1 = \frac{v_{\mathrm{rot}}^2 R}{c_1 G} \quad \Longleftrightarrow \quad R = \frac{c_1 G L}{v_{\mathrm{rot}}^2} \tag{s2.2}$$

Unter der Annahme, dass alle Galaxien die gleiche Oberflächenhelligkeit besitzen, $L/R^2 = c_2$, gilt dann

$$\frac{L}{R^2} = \frac{L v_{\mathrm{rot}}^4}{c_1^2 G^2 L^2} = c_2 \tag{s2.3}$$

und damit

$$L = \frac{v_{\mathrm{rot}}^4}{c_1^2 G^2 c_2} = C v_{\mathrm{rot}}^4 \tag{s2.4}$$

## **Frage 3:** *Vorlesungsnachbearbeitung*

- Diskutieren Sie die verschiedenen Methoden, mit denen auf die Spiralstruktur der Milchstrasse geschlossen werden kann.

*Lösung:* Siehe Skript.

- Warum folgen O- und B-Sterne deutlich klarer den Spiralarmen, als Sterne vom Spektraltyp K oder M?

*Lösung:* O- und B-Sterne sind massereich und werden daher nicht sehr alt (sie leben deutlich kürzer als ein "galaktisches Jahr"). Daher sind sie hauptsächlich nahe der Sternentstehungsgebiete zu erwarten, die sich in den Spiralarmen befinden.

- Ordnen Sie die folgenden Objekte der Scheibe, der Bulge und/oder dem Halo zu: H II-Regionen, O-Sterne, Kugelsternhaufen, offene Sternhaufen, K-Zwerge, Weisse Zwerge, Neutronensterne. Welche Verteilung würden Sie daher für diese Objekte im Rotationsellipsoid erwarten? Welche Verteilung würden Sie für diese Objekte am Himmel erwarten?

*Lösung:*
- H II-Regionen: Spiralarme, d.h. Scheibe
- O-Sterne: Spiralarme/Scheibe
- Kugelsternhaufen: Halo
- offene Sternhaufen: sind Folge von Sternentstehung, daher auch in Scheibe
- K-Zwerge: ältere Scheibenpopulation, selten auch in Halo
- Weisse Zwerge: Überrest der Entwicklung massearmer Sterne, daher überall zu finden.
- Neutronensterne: Überrest der Entwicklung massereicher Sterne, hauptsächlich in der Scheibe zu finden (weil dort durchgehend Sternentstehung stattfindet und daher netto mehr massereiche Sterne gebildet wurden, als im Halo). Achtung: Neutronensternentstehung in Kugelsternhaufen ist auch möglich durch Sternzusammenstösse. . . , aber nicht Thema der Vorlesung.

Verteilungen in Rotationsellipsoid: je älter, desto grössere Dispersion.
Verteilung am Himmel: Scheibenpopulation liegt in der Scheibe (grins; genauer ist es so, dass die Dispersion in $z$-Richtung altersabhängig ist, d.h. die jüngsten Objekte haben die geringste Streuung um die Scheibe). Halopopulation ist "kugelförmig" um das galaktische Zentrum herum deutlicher zu sehen (siehe Verteilung der Kugelsternhaufen).