

Übungen zur Einführung in die Astronomie und Astrophysik I, 8

1. Schätzen Sie aus der Gleichung des hydrostatischen Gleichgewichts und der Zustandsgleichung idealer Gase die Zentraltemperatur der Sonne ab. Die Dichte soll dabei als konstant vorausgesetzt werden. Außerdem wird angenommen, dass die Sonne aus vollständig ionisiertem Wasserstoff besteht.

(2 Punkte)

2. Im Folgenden setzen wir für die Sonne ein sehr einfaches Modell voraus: Sie sei eine homogene Kugel mit einer räumlich konstanten Temperatur von $T_{\odot} = 6 \times 10^6$ K (die tatsächliche Temperatur variiert von 5800 K an der Oberfläche bis etwa $1,5 \times 10^7$ K im Zentrum), sie bestehe zu 100% aus vollständig ionisiertem Wasserstoff und sie habe sich aus einer weit verteilten, homogenen Gaswolke auf ihren heutigen Zustand zusammengezogen. Geben Sie grobe Abschätzungen für die Lebensdauer der Sonne (bei heutiger Energieabstrahlung), wenn sie ihre Energie

- aus ihrem thermischen Vorrat $E_{\text{th}} = \frac{3}{2}NkT$ schöpft (N ist die Teilchenzahl),
- durch Kontraktion gewinnt,
- aus ihrem nuklearen Vorrat schöpft (bei jeder Reaktion $4\ ^1\text{H} \rightarrow\ ^4\text{He}$ werden $\sim 26,2$ MeV Strahlungsenergie freigesetzt).

(3 Punkte)

3. Aus den Grundgleichungen des Sternaufbaus lassen sich Skalierungsrelationen (auch Homologierelationen genannt) für Hauptreihensterne herleiten. Dabei werden die Differentialgleichungen durch folgende Näherungen vereinfacht:
- r , M_r und L_r werden durch die Mittelwerte $R/2$, $M/2$ und $L/2$ ersetzt;
 - $\rho(r)$, $P(r)$ und $T(r)$ werden durch die mittlere Dichte $\bar{\rho}$, den mittleren Druck \bar{P} und die mittlere Temperatur \bar{T} ersetzt;
 - die Ableitungen dP/dr und dT/dr werden durch \bar{P}/R und \bar{T}/R approximiert.

- a) Zeigen Sie, dass dann die folgenden Beziehungen gelten:

$$\bar{P} \propto \frac{M^2}{R^4}$$

und im Falle des Energietransports durch Strahlung

$$L \propto \frac{R\bar{T}^4}{\bar{\rho}}$$

- b) Zeigen Sie weiterhin, dass aus der ersten Relation und der Zustandsgleichung folgt:

$$\bar{T} \propto M/R.$$

Welche physikalische Bedeutung hat diese Beziehung?

(3 Punkte)

4. Leiten Sie aus den Skalierungsrelationen die Masse-Leuchtkraft-Beziehung für Hauptreihensterne her. Dabei soll das mittlere Molekulargewicht einbezogen werden, so dass eine Relation der Art

$$L \propto M^{\alpha} \mu^{\beta}$$

entsteht. Nehmen Sie dabei an, dass der Energietransport ausschließlich durch Strahlung erfolgt.

(2 Punkte)