

Übungen zur Einführung in die  
**Astronomie und Astrophysik I, 10**

1. Schätzen Sie mit Hilfe der hydrostatischen Grundgleichung den Zentraldruck eines Weißen Zwerges ab, indem Sie Radius und Dichte von Sirius B verwenden (siehe Aufg. 1, Blatt 6:  $R = 6019 \text{ km}$ ,  $\rho = 2,13 \times 10^9 \text{ kg m}^{-3}$ ). Vergleichen Sie das Ergebnis mit den entsprechenden Werten für den Gas- und den Strahlungsdruck, wenn eine Zentraltemperatur von  $3 \times 10^7 \text{ K}$  angenommen wird. Zur Vereinfachung möge der Kern aus reinem  $^{12}\text{C}$  bestehen.

(2 Punkte)

2. Es werde das Elektronengas im Innern eines Sternes betrachtet. Ob diese Gas entartet ist, kann man mit Hilfe des Druckes abschätzen, indem man fordert

$$P_{\text{entartet}} > P_{\text{gas}},$$

wobei für den Gasdruck natürlich alle Teilchen einzubeziehen sind.

- a) Leiten Sie einen Ausdruck für die Grenztemperatur  $T_{\text{crit}}$  in Abhängigkeit von der Dichte  $\rho$  her, unterhalb der ein vollständig ionisiertes Gas entartet. Es sollen dabei explizit Kohlenstoff ( $^{12}\text{C}$ ) und Helium ( $^4\text{He}$ ) betrachtet werden.
- b) Welche kritische Temperatur ergibt sich für einen Weißen Zwerg, der vollständig aus Kohlenstoff besteht? Exemplarisch sollen wieder die Werte für Sirius B Verwendung finden.
- c) Wie ist die Situation im Zentrum der Sonne, wenn man annimmt, dass sie im Kern nur aus Helium besteht und eine Dichte von  $1,62 \times 10^5 \text{ kg m}^{-3}$  aufweist?

(3 Punkte)

3. Entartete Materie in Weißen Zwergen und Neutronensternen:

- a) Geben Sie das mittlere Molekulargewicht  $\mu_e$ , d. h. gerechnet pro freiem Elektron, für einen vollständig aus Helium ( $^4\text{He}$ ) bzw. Kohlenstoff ( $^{12}\text{C}$ ) bestehenden Weißen Zwerg an. Geben Sie analog für einen vollständig aus Neutronen bestehenden Neutronenstern das mittlere Molekulargewicht  $\mu_n$ , d. h. gerechnet pro Neutron, an.
- b) Leiten Sie eine Masse-Radius-Relation für Weiße Zwerge unter expliziter Berücksichtigung von  $\mu_e$  her.
- c) Leiten Sie eine entsprechende Masse-Radius-Relation für Neutronensterne unter expliziter Berücksichtigung von  $\mu_n$  her.
- d) Wie groß ist das Radienverhältnis der beiden Objekte für den Fall identischer Massen?

(3 Punkte)

4. Schätzen Sie grob die Abkühlzeit eines Weißen Zwerges ab, indem Sie das thermische Energiereservoir bei einer Temperatur von  $3 \times 10^7 \text{ K}$  mit der Leuchtkraft von Sirius B vergleichen (siehe Aufg. 1, Blatt 6:  $M = 0,98 M_{\odot}$ ,  $L = 0,027 L_{\odot}$ ). Der Weiße Zwerg möge zu 100% aus vollständig ionisiertem Kohlenstoff bestehen.

(2 Punkte)