

# Modul 114

Thema 3/11

Die Logik und den Prozessor verstehen

# Agenda

2

Thema	Inhalte
1	Zahlensysteme BIN - DEZ - HEX
2	Arithmetische und logische Grundoperationen im Binärsystem
3	Die Logik und den Prozessor verstehen
4	Grosse Zahlen in kleinen Variablen ablegen
5	Fehler in der Datenübertragung finden und korrigieren
6	Speicherplatz als rares Gut - Dateien und ihr Platzbedarf
7	Speicherplatz als rares Gut - Kompression
8	Speicherplatz als rares Gut - Reduktion
9	Vektorgrafiken - Eine Alternative zu den Pixeln
10	Verschlüsselung - Geschichte und Grundsätzliches
11	Verschlüsselung – Moderne Verfahren



# Tagesziele

3

Ich kann...

- Wahrheitstabellen zu Aussageverknüpfungen erstellen.
- einfache Schaltungen aus Wahrheitstabellen generieren (und umgekehrt).
- erklären, welche Aufgaben die ALU im Prozessor übernimmt.
- Erklären, wie ein Prozessor addiert und subtrahiert.



Wie funktioniert ein  
Prozessor?

# Abläufe in modernen Prozessoren

5

Das folgende YouTube-Video erklärt die Funktionsweise eines Prozessors im Überblick.

Achten Sie sich beim Betrachten auf die Aussagen zur **ALU** (Arithmetical Logical Unit).

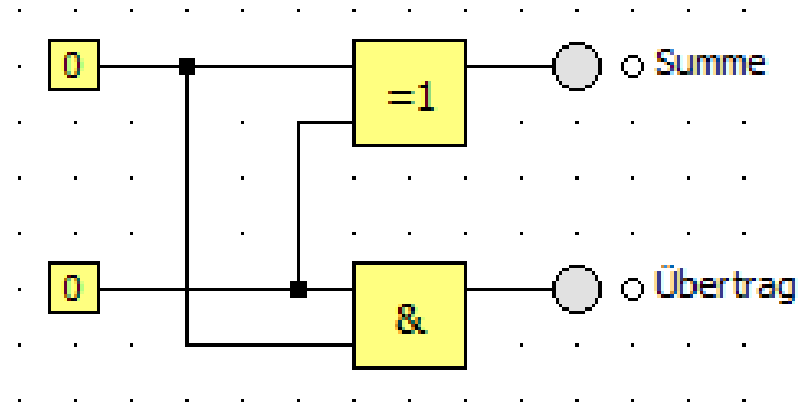
[YouTube-Video "Prozessor"](#)



# Der Halbaddierer

6

- › Als erstes wird ein Addierer für einstellige Binärzahlen benötigt:



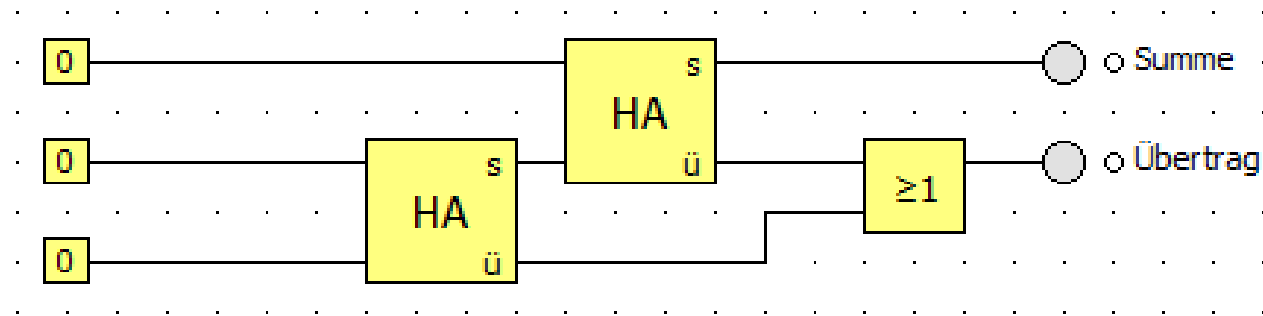
Diese Schaltung wird zusammengefasst als **Halbaddierer** bezeichnet.



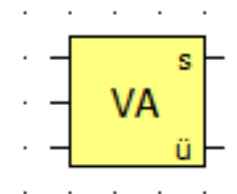
# Der Volladdierer

7

Um mehrstellige Binärzahlen addieren zu können, benötigt man eine Schaltung, welche (analog zu der schriftlichen Binär-Addition) die Überträge der letzten Stelle mit einbezieht:



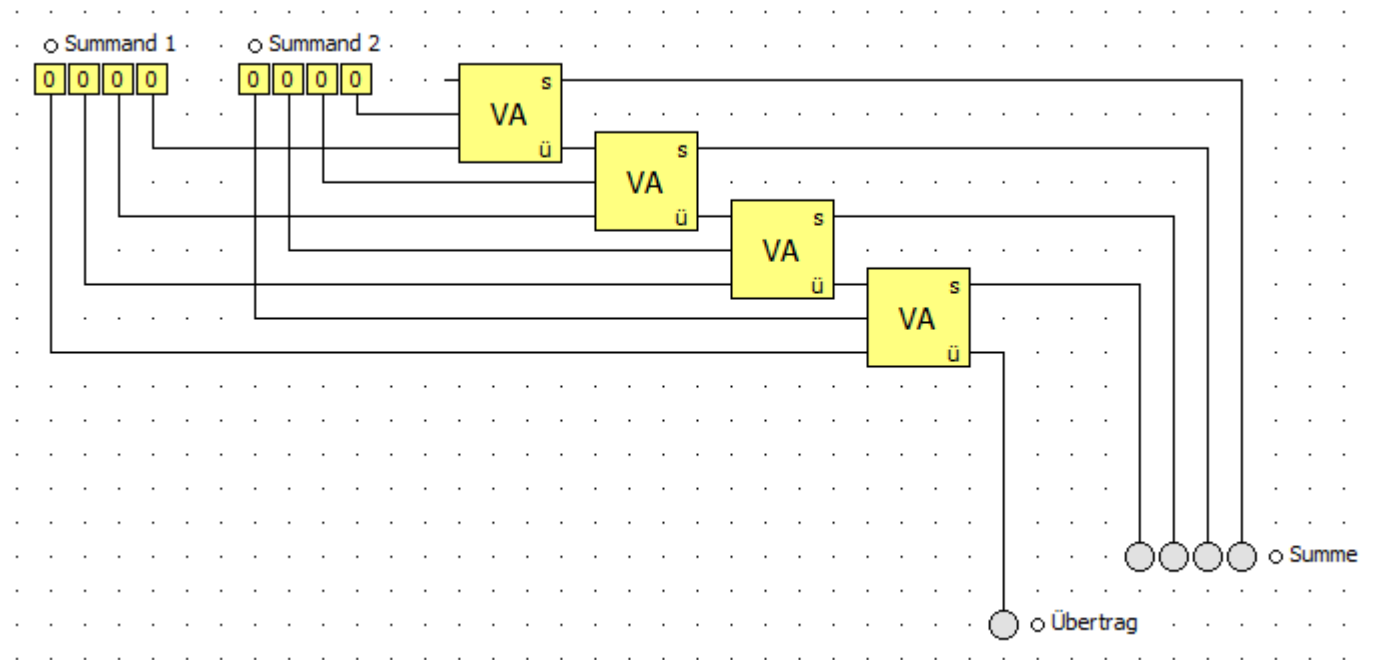
Diese Schaltung wird zusammengefasst als **Volladdierer** bezeichnet.



# Kaskade von Volladdierern

8

Durch kaskadierende Kombination mehrerer Volladdierer können nun mehrstellige Binärzahlen addiert werden.  
Der letzte Übertrag stellt das Status-Flag des Prozessors dar.





# Aufgabe



9

- › Bauen Sie diese Additions-Maschine (schon fast ein Prozessor) mit dem Simulationsprogramm LogikSim nach.
- › Testen Sie danach, ob die Addition korrekt funktioniert

**Ziel:** Sie verstehen, wie ein Prozessor addiert  
**SF:** Einzelarbeit/Partnerarbeit  
**Zeit:** 15 Minuten



# Subtraktion mit der Additions-Maschine

# Das Zweierkomplement

**Problem:** Wie lässt sich mit der Additionsmaschine subtrahieren?

**Ansatz:** **Zweierkomplement**  
Werte von 0 bis 127 werden normal interpretiert.  
Die Gegenzahl erreicht man durch invertieren aller Bits und anschliessender Addition von 1.

Binärzahl	Wert normal	Wert im Zweierkomplement
0000 0000	0	0
0000 0001	1	1
0000 0010	2	2
...		
0111 1111	127	127
1000 0000	128	-128
...		
1111 1110	254	-2
1111 1111	255	-1



# Subtraktion durch Addition

**Problem:** Unser Prozessor kann nur addieren. Wie können wir ihn trotzdem eine Subtraktion durchführen lassen?

**Lösung:** Indem wir ihn einen negativen Wert addieren lassen. Das funktioniert mit dem Zweierkomplement.

**Beispiel:** Rechnen Sie binär  $124 - 24$ , indem Sie das Zweierkomplement von 24 zu 124 addieren!



# Subtraktion durch Addition

Zweierkomplement von 24 bilden:

0001 1000 invertieren  
1110 0111 plus 1  
**1110 1000**

Addition:

Wert 124 binär:  
2er-Kompl. Von 24

+ 0111 1100  
**1110 1000**  
-----

Carry-Flag (Übertrag)  
(1 Bit im Statusregister)

**1** 0110 0100



# Aufgabe



14

- › Überprüfen Sie, ob Ihre Additionsmaschine korrekt subtrahiert.
- › Testen Sie dasselbe auch mit verschiedenen Kombinationen von negativen Werten.

**Ziel:** Sie verstehen, wie ein Prozessor subtrahieren kann  
**SF:** Einzelarbeit/Partnerarbeit  
**Zeit:** 15 Minuten



# Multiplikation / Division

Multiplikation: Mehrfache Addition

Division: Mehrfache Subtraktion mit  
abzählen und Abbruchbedingung

Fazit:

Mit geeigneter SOFTWARE kann unsere  
Additionsmaschine alle Grundoperationen ausführen.



Zusatz für Interessierte:

# Die Regeln der Booleschen Algebra



# Beispiel

17

Beispiel

Eine logische Schaltung ergibt folgende Wahrheitstabelle:

A	B	Ausdruck C
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	0

Daraus kann der (unbekannte) Ausdruck C wie folgt hergeleitet werden:

Schritt 1:

**Gewinnung des Grundausdruckes**

- Alle Zeilen mit wahren C rot markieren.
- Ausdrücke (für A und B) in den Zeilen mit AND verknüpfen (dabei für A ein **A** einsetzen, falls A=1 oder ein **!A** falls A=0; dasselbe für B).
- Die Ausdrücke der einzelnen Zeilen mit OR verknüpfen.



# Boolesche Algebra

Gesetze zur Vereinfachung komplexerer Verknüpfungen

...gesetz		
Kommutativ-	$A \& B = B \& A$	$A    B = B    A$
Assoziativ-	$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$	$(A    B)    C = A    (B    C)$
Idempotenz-	$A \& A = A$	$A    A = A$
Distributiv-	$A \& (B    C) = (A \& B)    (A \& C)$	$A    (B \& C) = (A    B) \& (A    C)$
Neutralitäts-	$A \& 1 = A$	$A    0 = A$
Extremal-	$A \& 0 = 0$	$A    1 = 1$
Doppelnegation-	$!(\neg A) = A$	
De Morgan	$\neg(A \& B) = \neg A    \neg B$	$\neg(A    B) = \neg A \& \neg B$
Dualitäts-	$\neg 0 = 1$	$\neg 1 = 0$
Absorptions-	$A    (A \& B) = A$	$A \& (A    B) = A$



# Logische Operatoren

19

Resultat 1:  $C = (A \& B) \parallel (A \& !B)$

Schritt 2: Vereinfachung mittels Boolescher Algebra

$C = (A \& B) \parallel (A \& !B)$  | Distributivgesetz

$C = A \& (B \parallel !B)$  |  $(B \parallel !B)$  ist gleich 1

$C = A \& 1$  | Neutralitätsgesetz

$C = A$



# Übungsaufgaben



20

- › Das Gelernte können Sie mit Hilfe von AB 114-03 üben

**Ziel:** Repetition und Vertiefung des Stoffes  
**SF:** Einzelarbeit/Partnerarbeit  
**Zeit:** 45 Minuten



# Abschluss



21

- › **Offene Punkte / Fragen**
- › **Feedback**
- › **Hausaufgaben**
  - Arbeitsblatt AB114-03 fertig lösen

