

RAPPORT FINAL EA RECHERCHE

Optimisation de la production d'électricité avec prise en compte des émissions de CO_2 (en collaboration avec EDF)

19 décembre 2025

Etienne Azerad, Merwan Oussal, Noé Sol



RÉSUMÉ

Le projet a pour objectif d'évaluer, dans un contexte de transition énergétique, l'intérêt de la prise en compte des émissions de CO₂ dans un modèle d'optimisation de la production électrique à court terme sur critère économique. Ce document détaille le développement de modèles d'optimisation multi-objectifs avec variables mixtes, réelles et binaires, visant à l'analyse de l'impact d'une telle gestion pour différents mix énergétiques, en particulier des mix très carbonés.

MOTS-CLÉS

Gestion de la production électrique, émissions de CO₂, optimisation mathématique, programmation à variables mixtes, optimisation bi-critères.

REMERCIEMENTS

Nous tenons tout d'abord à remercier grandement l'équipe d'EDF R&D OSIRIS pour son accueil et son accompagnement dans leurs locaux tout au long de ce projet. Nous remercions plus particulièrement nos encadrants Riadh Zorgati, Cécile Rottner et Quentin Jacquet pour le choix d'un sujet correspondant parfaitement à nos attentes, pour leur disponibilité ainsi que pour leurs conseils pratiques d'implémentation ainsi que pour leurs conseils théoriques. Leur pédagogie sur les problématiques d'optimisation, plus particulièrement l'unit commitment, ainsi que leur expertise sur les données de production électrique propres à EDF ont été déterminantes pour la bonne réalisation de ce travail.

Nous souhaitons également remercier l'École polytechnique et Stéphane Gaubert pour avoir rendu ce projet possible.

TABLE DES MATIÈRES

1	Introduction	5
1.1	Contexte Métier	5
1.2	La gestion historique à court terme de la production : optimisation sur critère économique	5
1.3	Prise en compte des contraintes environnementales et des incertitudes	6
1.4	Objectif	6
2	Travail 1 : Modèle simplifié avec un mix énergétique purement thermique	7
2.1	Modèle de base avec contraintes de durée minimale de démarrage et d'arrêt	7
2.2	Modèle enrichi avec les contraintes de gradient	8
2.3	Résolution numérique du modèle	8
3	Travail 2 : UCP avec un mix complet : thermique, hydraulique, PV, éolien	11
3.1	Modèle enrichi avec prise en compte des énergies renouvelables « fatales » (curtailment possible)	11
3.2	Modèle enrichi avec prise en compte de l'hydraulique	12
3.3	Prise en compte des émissions de CO ₂ pour l'optimisation : tracé du front de Pareto	15
4	Travail 3 : Modélisation des incertitudes : approches théoriques et multi-scénarios	19
4.1	Fondement théorique	19
4.2	Approche pratique	20
4.3	Résultats et analyse	22
5	Conclusion	28
6	Annexes	31

1

INTRODUCTION

1.1 CONTEXTE MÉTIER

Pour assurer l'équilibre offre-demande, intrinsèquement contraint par l'impossibilité de stocker massivement l'électricité, EDF dispose d'un large portefeuille d'actifs physiques et financiers (l'offre). La gestion de la production est un levier pour maintenir cet équilibre au moindre coût à des horizons allant de la demi-heure à plusieurs décennies, compte tenu d'un environnement législatif et commercial donné, et dans le respect de nombreuses contraintes techniques, réglementaires et environnementales. La prise de positions sur les marchés et de gestion des actifs « gaz », dans un objectif de minimisation des coûts et de maîtrise des risques tant physiques (respect de l'équilibre offre-demande) que financiers (limitation de l'exposition à des variations des prix de marché) en est un autre.

Dans le cadre de ce projet de recherche, encadré par l'équipe OSIRIS d'EDF, nous nous sommes concentrés sur ce premier levier.

- À court terme (UCP), l'objectif opérationnel est donc de déterminer les plannings de production compatibles avec de nombreuses contraintes techniques (durées minimales de marche/arrêt, paliers, gradients, topologies de vallées hydrauliques), ce qui conduit à de grands problèmes d'optimisation.
- À l'horizon long terme (cinq à vingt ans et plus), il s'agit de déterminer les caractéristiques du parc de production (investissements, type de centrale, émissions en CO₂, capacité, ...), de prévoir l'évolution des prix des principales commodités énergétiques et de la demande future. Cela nous permettra d'évaluer l'efficacité de certains investissements et leur utilité vis-à-vis de critères économiques mais aussi de CO₂.

1.2 LA GESTION HISTORIQUE À COURT TERME DE LA PRODUCTION : OPTIMISATION SUR CRITÈRE ÉCONOMIQUE

En premier temps, nous nous focalisons sur la gestion déterministe de la production électrique à court terme (ou *Unit Commitment Problem*, UCP), c'est-à-dire sans prise en compte des incertitudes affectant les données du problème. Traditionnellement, cette gestion est réalisée sur critère économique et s'appuie sur la résolution d'un problème d'optimisation consistant à minimiser le coût global de production afin de satisfaire la demande en électricité tout en respectant les contraintes de fonctionnement des centrales thermiques – nucléaire, charbon, gaz, fuel – et des vallées hydro-électriques. Les contraintes relatives aux centrales thermiques décrivent le processus complexe de démarrage : paliers de production, durées minimale et maximale de marche et d'arrêt, gradients à la hausse ou à la baisse de la production, etc. Ces caractéristiques sont typiquement intégrées dans les formulations classiques du UCP, initiées notamment par les travaux pionniers de Merlin et Sandrin [3].

Les contraintes relatives aux vallées hydroélectriques décrivent quant à elles la topologie des réservoirs interconnectés aux centrales hydroélectriques et leurs caractéristiques. La modélisation de ces contraintes particulièrement complexes nécessite d'introduire de nombreuses variables binaires qui confèrent au problème un caractère non convexe. De plus, les coûts de démarrage des centrales thermiques, dépendant de manière logarithmique ou exponentielle en fonction de leur temps d'arrêt, confèrent un caractère non linéaire au problème d'optimisation à variables mixtes réelles et entières, de surcroît de grande taille lorsque l'on considère le parc de production d'EDF.

En exploitant sa structure hautement décomposable, ce problème a été résolu de manière satisfaisante dans un contexte industriel en mettant en œuvre diverses méthodes d'optimisation comme la relaxation lagrangienne, la décomposition par les prix et les programmations linéaire, quadratique et dynamique. Ces approches s'appuient notamment sur des modèles précis des polyèdres min-up/min-down associés aux contraintes thermiques du UCP [4], sur des méthodes de décomposition-coordination adaptées aux grands systèmes non différentiables [6],

ainsi que sur des méthodes de type bundle à métrique variable pour le traitement efficace des sous-problèmes lagrangiens [7]. Elles s'inscrivent dans la continuité des techniques d'optimisation utilisées historiquement pour résoudre le UCP industriel d'EDF [3].

1.3 PRISE EN COMPTE DES CONTRAINTES ENVIRONNEMENTALES ET DES INCERTITUDES

La valeur ajoutée de ce projet de recherche vis-à-vis d'EDF consiste en les résultats obtenus en incluant la prise en compte des facteurs environnementaux.

L'ensemble des dispositions et directives initiées par l'Union Européenne, visant à favoriser une démarche générale de lutte contre le changement climatique et de protection de l'environnement, a un fort impact sur la gestion de l'équilibre offre-demande des producteurs d'énergie. D'une part, il s'agit de maîtriser les émissions de gaz à effet de serre et d'évaluer les impacts, sur la gestion du parc thermique à flamme, des contraintes liées aux réductions de leurs émissions polluantes. D'autre part, le contexte de réduction des polluants conduit à une augmentation significative de la production d'énergie « propre », en particulier d'origine éolienne, mais également photovoltaïque.

Dans ce contexte, la transition vers des systèmes énergétiques durables est essentielle pour relever les défis environnementaux mondiaux. Si, en France, la production d'électricité est largement décarbonée en raison de l'importance du parc nucléaire, dans nombre de pays du monde, la production d'électricité est fortement émettrice de CO₂ en raison d'un mix énergétique largement dominé par le charbon, le fioul et le gaz. La transition d'un mix énergétique fortement carboné vers un mix plus écologique nécessite des décennies et des milliards d'investissements.

Des travaux récents ont été menés pour intégrer des considérations environnementales, telles que la réduction des émissions de CO₂. Dans [5], les auteurs insistent sur l'intégration directe des coûts des émissions de carbone dans les modèles UCP, proposant un cadre qui prend en compte les émissions de CO₂ par le biais de mécanismes économiques visant à équilibrer efficacité économique et impact environnemental. Dans [11], le modèle d'UCP intègre des technologies de captage et de stockage du carbone avec prise en compte des coûts associés au captage. Enfin, dans [12], une approche multi-objectifs est proposée afin d'équilibrer minimisation des coûts et réduction des émissions. Cette démarche conduit à un problème de programmation linéaire à variables mixtes (MILP), particulièrement pertinent pour les systèmes électriques disposant d'un nombre conséquent d'unités de production hydroélectriques.

Enfin, afin de complexifier le modèle et de mesurer sa robustesse face à une demande n'étant plus déterministe mais stochastique, nous formulons désormais le problème d'optimisation du coût global comme un problème à contraintes probabilistes (chance-constraints). La théorie [1] n'ayant pas de mise en pratique évidente, nous nous tournerons vers une optimisation multiscénario.

1.4 OBJECTIF

Dans un contexte de transition énergétique, visant à maîtriser les émissions de CO₂, ce projet a eu pour objectif d'évaluer l'intérêt de la prise en compte des émissions de CO₂ dans un modèle d'optimisation de la production électrique à court-terme sur critère économique. Plus précisément, nous nous sommes ici intéressés à l'intérêt d'une gestion de la production à court terme avec un critère mixte consistant à minimiser conjointement le coût global de production (critère économique classique) et la quantité totale de CO₂ émis. Si la question peut sembler marginale pour le mix énergétique français, très décarboné en raison de l'importance de la production nucléaire, elle est majeure pour beaucoup de pays ayant un mix très carboné comme la Pologne ou le Vietnam.

2

TRAVAIL 1 : MODÈLE SIMPLIFIÉ AVEC UN MIX ÉNERGÉTIQUE PUREMENT THERMIQUE

2.1 MODÈLE DE BASE AVEC CONTRAINTES DE DURÉE MINIMALE DE DÉMARRAGE ET D'ARRÊT

Dans un premier temps, nous proposons de traiter le problème simplifié de gestion de la production à court terme consistant à trouver le planning de production d'un mix composé uniquement de centrales thermiques (charbon, fioul, gaz) minimisant le coût total de production tout en satisfaisant la demande et les contraintes de durée minimale de démarrage et d'arrêt (contraintes dites de Min-Up / Min-Down ou MUCP). D'un point de vue combinatoire, ces contraintes constituent la structure centrale de l'UCP et présentent une complexité NP-difficile. Nous supposons un réseau parfait dans lequel les contraintes de géographie et donc d'acheminement n'existent pas.

Soit un horizon temporel discret $T = \{1, \dots, T\}$. À chaque période $t \in T$, une demande d'énergie électrique D_t doit être satisfaite. L'énergie est fournie par un ensemble N de n unités de production. À chaque période, l'unité $j \in N$ est soit en arrêt, soit en fonctionnement ; dans ce dernier cas sa production $p_{t,j}$ est comprise dans l'intervalle $[P_j^{\min}, P_j^{\max}]$.

Chaque unité thermique doit respecter des contraintes minimales de temps de fonctionnement (rester en fonctionnement pendant au moins L_j périodes après son démarrage) et de temps d'arrêt (rester en arrêt pendant au moins ℓ_j périodes après son arrêt). On suppose, sans perte de généralité, que $L_j, \ell_j \leq T$ pour tout j .

Chaque unité thermique j présente également trois types de coûts :

- un coût fixe c_j^f par période de fonctionnement ;
- un coût de démarrage c_j^0 à chaque démarrage ;
- un coût proportionnel à la production c_j^p .

Pour chaque unité $j \in N$ et chaque période $t \in T$ on introduit les variables :

$$x_{t,j} \in \{0, 1\} \quad (1 \text{ si l'unité } j \text{ est active à l'instant } t),$$

$$u_{t,j} \in \{0, 1\} \quad (1 \text{ si l'unité } j \text{ démarre à l'instant } t),$$

$$p_{t,j} \in \mathbb{R} \quad (\text{quantité d'énergie produite par } j \text{ à l'instant } t).$$

La formulation $F(x, u, p)$ du MUCP s'écrit ainsi (voir [4, 10, 11]) :

$$\begin{aligned} \min_{x, u, p} \quad & \sum_{j \in N} \sum_{t \in T} (c_j^f x_{t,j} + c_j^p p_{t,j} + c_j^0 u_{t,j}) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{t'=t-L_j+1}^t u_{t',j} \leq x_{t,j}, \quad \forall j \in N, \forall t \in \{L_j, \dots, T\}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$\sum_{t'=t-\ell_j+1}^t u_{t',j} \leq 1 - x_{t-\ell_j,j}, \quad \forall j \in N, \forall t \in \{\ell_j, \dots, T\}, \tag{2.2}$$

$$u_{t,j} \geq x_{t,j} - x_{t-1,j}, \quad \forall j \in N, \forall t \in \{2, \dots, T\}, \tag{2.3}$$

$$P_j^{\min} x_{t,j} \leq p_{t,j} \leq P_j^{\max} x_{t,j}, \quad \forall j \in N, \forall t \in T, \tag{2.4}$$

$$\sum_{j \in N} p_{t,j} = D_t, \quad \forall t \in T, \tag{2.5}$$

$$x_{t,j}, u_{t,j} \in \{0, 1\}, \quad p_{t,j} \in \mathbb{R}, \quad \forall j \in N, \forall t \in T. \tag{2.6}$$

Remarques :

- L'inégalité (2.1) impose que si l'unité est indiquée comme active à l'instant t , elle a dû être démarrée au moins une fois dans les L_j périodes précédentes (conséquence du temps minimal de marche).
- L'inégalité (2.2) impose la contrainte de temps minimal d'arrêt (Min-Down).
- La contrainte (2.3) relie les variables de statut x et les variables de démarrage u .
- La contrainte (2.4) borne la production en fonction du statut de l'unité.
- La contrainte (2.5) assure l'équilibre offre-demande à chaque période.

Ce modèle est un programme mixte en variables entières (MIP) et, avec les contraintes Min-Up/Min-Down, il constitue le problème d'Unit Commitment classique.

2.2 MODÈLE ENRICHÉ AVEC LES CONTRAINTES DE GRADIENT

Un modèle UCP plus réaliste peut être obtenu en ajoutant, pour chaque unité j , des contraintes de rampe *ramp-up* (resp. *ramp-down*), appelées « contraintes de gradient », c'est-à-dire que l'augmentation (ou la diminution) maximale de la puissance produite entre la période t et la période $t + 1$ est RU^j (ou RD^j). De plus, si l'unité i démarre à l'instant t (ou s'arrête à l'instant $t + 1$), sa production à l'instant t ne peut pas être supérieure à SU^j (ou SD^j).

Pour chaque unité $j \in \mathcal{N}$ et la période $t \in \{2, \dots, T\}$, les contraintes de rampe peuvent être formulées comme suit :

$$p_{t,j} - p_{t-1,j} \leq RU^j x_{t-1,j} + SU^j u_{t,j} \quad (2.7)$$

$$p_{t-1,j} - p_{t,j} \leq RD^j x_{t,j} + SD^j w_{t,j} \quad (2.8)$$

où la notation $w_{t,j}$ indique une mise à l'arrêt de l'unité j au pas de temps t :

$$w_{t,j} = u_{t,j} + x_{t-1,j} - x_{t,j}$$

2.3 RÉSOLUTION NUMÉRIQUE DU MODÈLE

• DONNÉES

Les données (pas de temps de 5 minutes, fournies par EDF) représentent la demande pour un mix énergétique insulaire ressemblant fortement à celui de la Guadeloupe. Le modèle considère 19 unités thermiques ; la consommation et les énergies fatales (renouvelables) ne sont pas intégrées à ce stade.

Paramètres Globaux :

- Horizon temporel (T) : 65 pas de temps.
- Parc de production : 19 unités thermiques.

La résolution est effectuée via le solveur IBM ILOG CPLEX 12.10.

Contraintes de Gradient	Temps de calcul (s)
Avec	1.82
Sans	1.59

TABLE 1 – Temps nécessaires pour atteindre le statut optimal

La demande électrique à saisir (D_t), représentée sur la Figure 1, évolue entre 153 MW et 218 MW.

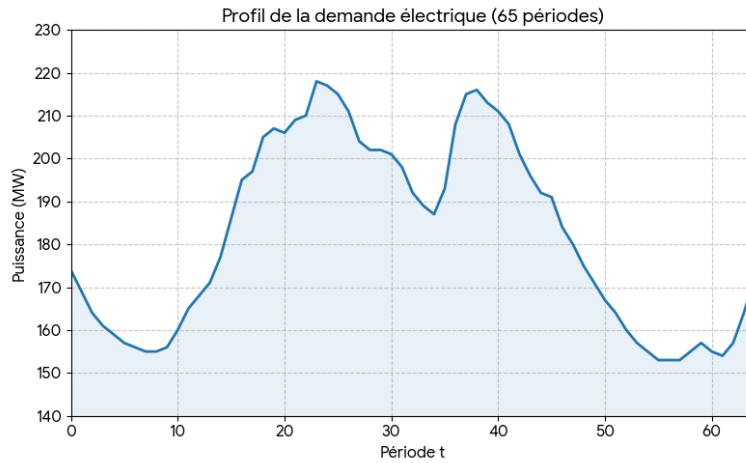


FIGURE 1 – Profil de la demande électrique sur l’horizon de 65 périodes

Le tableau suivant regroupe les caractéristiques techniques (puissance, gradients) et économiques (coûts variables, coûts de démarrage) des unités.

TABLE 2 – Paramètres des 19 centrales thermiques

Unité #	Puissance & Gradient			Coûts & Émissions			Contraintes Temporelles			
	P_{\min} (MW)	P_{\max} (MW)	Grad.* (MW/h)	Variable (€/MWh)	CO ₂ (kg/MWh)	Démarrage (€)	Min Up (h)	Min Down (h)	État Init. (On/Off)	
1	10	29	3.0	70	435	13 500	12	24	On (26h)	
2	10	30	3.6	70	430	13 500	12	24	On (26h)	
3	10	34	1.8	70	455	12 712	12	24	On (26h)	
4	13	18	0.4	50	368	3787	2	4	On (4h)	
5	13	18	0.5	50	375	3787	2	4	On (4h)	
6	13	18	0.4	50	382	3787	2	4	On (4h)	
7	13	18	0.5	50	370	3787	2	4	On (4h)	
8	13	18	0.4	50	378	3787	2	4	On (4h)	
9	13	18	0.5	50	385	3787	2	4	Off (4h)	
10	13	18	0.4	50	365	3787	2	4	Off (4h)	
11	13	18	0.4	50	380	3787	2	4	Off (4h)	
12	13	18	0.4	50	372	3787	2	4	Off (4h)	
13	13	18	0.5	50	378	3787	2	4	Off (4h)	
14	13	18	0.4	50	382	3787	2	4	Off (4h)	
15	13	18	0.5	50	375	3787	2	4	Off (4h)	
16	7	20	1.5	340	400	2285	2	2	Off (2h)	
17	7	20	1.8	340	410	2285	2	2	Off (2h)	
18	10	21	1.2	340	390	2285	2	2	Off (2h)	
19	10	40	1.5	240	405	3135	2	2	Off (2h)	

• ANALYSE DES RÉSULTATS

Le solveur permet d'accéder au coût de l'optimum mais aussi à la dépense CO₂ associée, présenté dans 3. En ajoutant des contraintes, le coût augmente, ce qui paraît cohérent.

Résultat	Sans Gradient	Avec Gradient	Variation
Coût Total (€)	622 909	912 236	+46,4 %
Émissions CO ₂ (kg)	4 464 134	4 635 868	+3,8 %

TABLE 3

Les courbes de puissance empilée 2 et 3 montrent les différences entre le modèle avec et sans contraintes de gradient :

- Sans gradient (Fig. 2) : Les courbes sont plus irrégulières. Les unités passent instantanément d'une puissance faible à leur maximum pour suivre la demande. C'est économiquement idéal mais physiquement impossible (inertie thermique négligée).
- Avec gradient (Fig. 3) : Le solveur doit lisser la production, ce qui force parfois à utiliser des unités de pointe (plus coûteuses) pour combler les pics brefs que les unités de base, trop lentes, ne peuvent absorber.

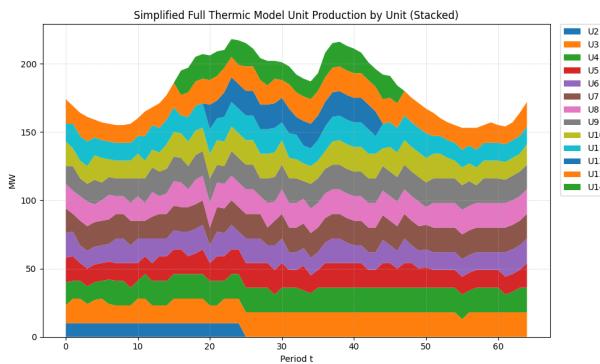


FIGURE 2 – Production par unité (Sans Gradient)

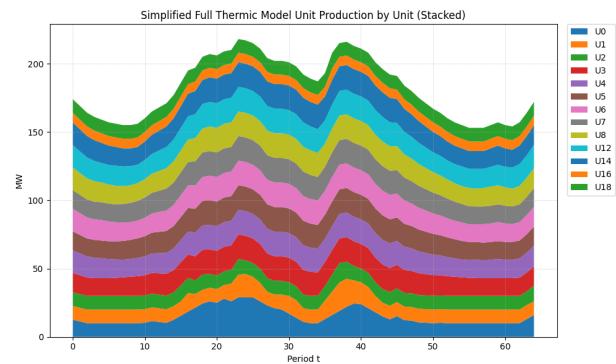


FIGURE 3 – Production par unité (Avec Gradient)

Les matrices ci-dessous (Figures 4 et 5) visualisent l'activation des unités ($x_{t,j} = 1$ en jaune; $x_{t,j} = 0$ en violet).

On observe que le "coeur" de la production (unités 0 à 8, en haut) reste stable. Cependant, pour les unités moins puissantes, l'introduction du gradient (à droite) élargit les plages jaunes. L'unité doit démarrer plus tôt pour avoir le temps de monter en charge, et s'arrête plus tard.

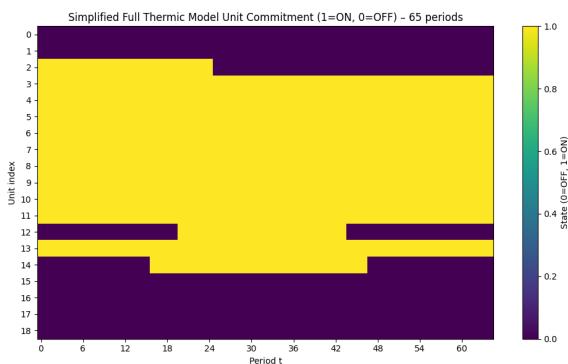


FIGURE 4 – Matrice d'engagement (Sans Gradient)

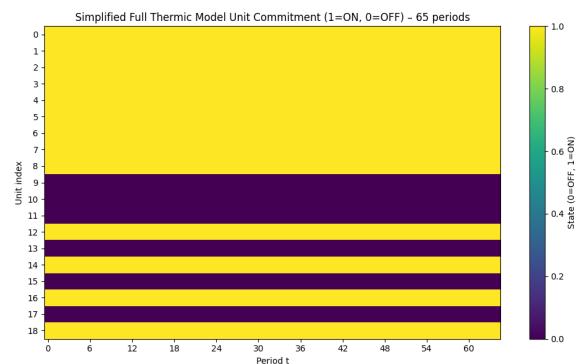


FIGURE 5 – Matrice d'engagement (Avec Gradient)

3

TRAVAIL 2 : UCP AVEC UN MIX COMPLET : THERMIQUE, HYDRAULIQUE, PV, ÉOLIEN

3.1 MODÈLE ENRICHÉ AVEC PRISE EN COMPTE DES ÉNERGIES RENOUVELABLES « FATALES » (CURTAILMENT POSSIBLE)

Nous prenons en compte dans ce modèle une production renouvelable, non-pilotable. L'éolien (ou le photovoltaïque) est considéré comme une ressource « fatale » : une production vectorielle disponible $w_{t,k}$ injectable au réseau mais qui peut, si nécessaire, être réduite (curtailment).

On introduit pour chaque source agrégée k et chaque pas de temps t une variable de défaillance (curtailment) $s_{t,k} \geq 0$. L'injection réellement fournie par la source k s'écrit alors $r_{t,k} = w_{t,k} - s_{t,k}$. Cette modélisation permet de tenir compte de la variabilité des renouvelables tout en gardant la possibilité d'en réduire la production pour garantir l'équilibre offre-demande et respecter les contraintes du système.

Les contraintes vectorielles associées s'écrivent classiquement :

$$0 \leq s_{t,k} \leq w_{t,k}, \quad \forall k \in \mathcal{R}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (1)$$

$$r_{t,k} = w_{t,k} - s_{t,k}, \quad \forall k \in \mathcal{R}, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n p_{t,j} + \sum_{k \in \mathcal{R}} r_{t,k} = D_t, \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (3)$$

où la contrainte d'équilibre (anciennement (2.5) $\sum_j p_{t,j} = D_t$) est remplacée par (3) qui intègre l'injection effective des renouvelables.

On peut éventuellement pénaliser le curtailment en ajoutant au coût objectif un terme

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{k \in \mathcal{R}} c_k^{\text{curt}} s_{t,k},$$

avec $c_k^{\text{curt}} \geq 0$ (pris nul dans notre cas).

Le curtailment est une variable continue et n'introduit pas de nouvelles variables binaires.

- **DONNÉES**

Les données de production thermiques de la partie 1 restent inchangées. S'ajoutent désormais les données relatives à la production fatale, comprennant :

- **NbGroupeFatal** : 9 unités de production ;
- **ProductionFatal**(1..NbGroupeFatal, 1..NbPdt) : production de chaque groupe fatal par pas de temps, exprimée en MW ;
- **TauxCO2Fatal**(1..NbGroupeFatal) : quantité de CO₂ émise par MW produit, pour chaque groupe fatal, exprimée en tonnes par MW.

La figure 9 montre l'échantillon des données sur lequel le solveur va s'exécuter.

- **RÉSULTATS DU SOLVER**

- **Coût économique** : 449297.00 €
- **Émissions de CO₂** : 3372452.10 kg

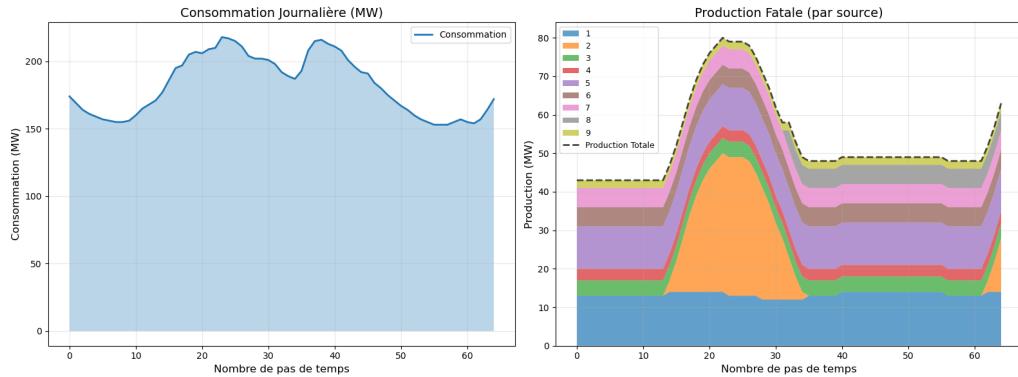


FIGURE 6 – Visualisation graphique de la production fatale

— Temps total (root + branch&cut) : 4.45 sec

Les figures 7 et 8 montrent les graphiques issus du solver de production thermique empilée. On y observe un léger écrêttement de la production fatale, nécessaire pour permettre aux centrales thermiques d'absorber le pic de production solaire sans dépasser leurs gradients admissibles.

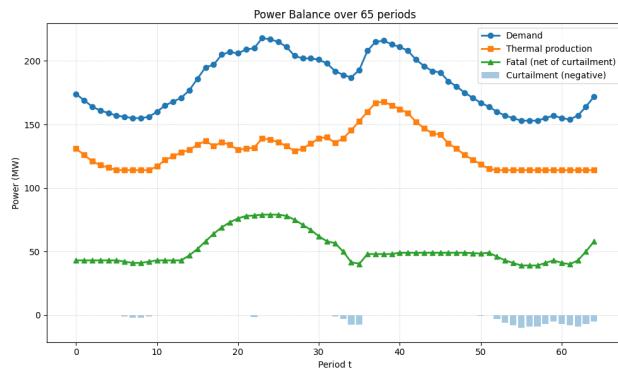


FIGURE 7 – Répartition de la production

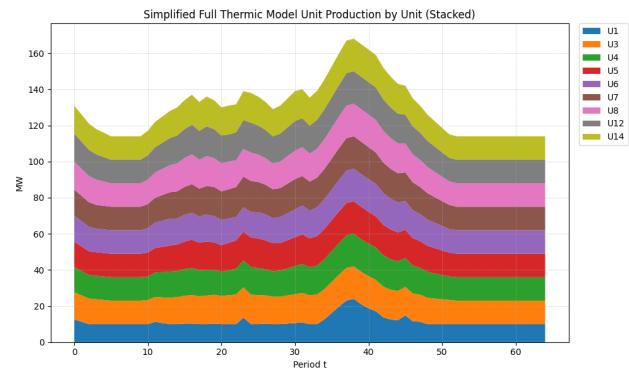
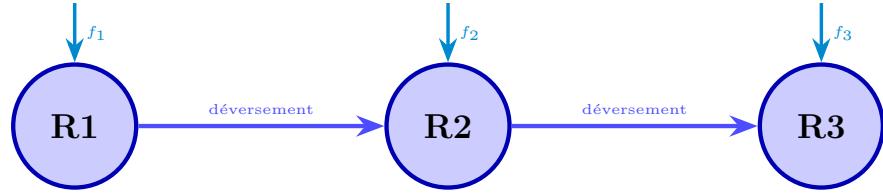


FIGURE 8 – Production thermique empilée

3.2 MODÈLE ENRICHIE AVEC PRISE EN COMPTE DE L'HYDRAULIQUE

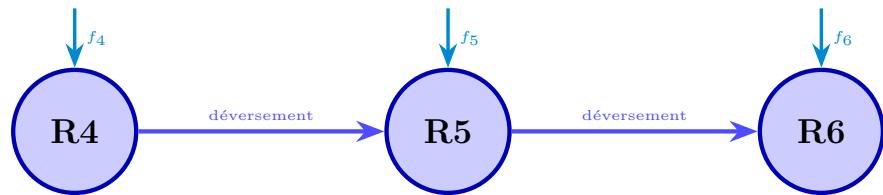
Nous considérons ici un mix de production complet, composé de centrales thermiques, de production fatale, mais aussi d'une unité hydraulique virtuelle agrégeant l'ensemble des ressources hydrauliques (voir notre schéma de vallée hydraulique 9).



$V_{min} = 25608$
 $V_{max} = 33400$

$V_{min} = 17$
 $V_{max} = 20$

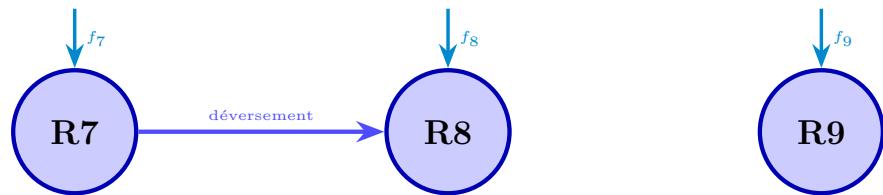
$V_{min} = 51$
 $V_{max} = 90$



$V_{min} = 19$
 $V_{max} = 34$

$V_{min} = 11892$
 $V_{max} = 23315$

$V_{min} = 46$
 $V_{max} = 65$



$V_{min} = 260$
 $V_{max} = 1600$

$V_{min} = 20$
 $V_{max} = 121$

$V_{min} = 320$
 $V_{max} = 1271$

Légende:
 Apports naturels
 Déversement gravitaire

FIGURE 9 – Schéma de la vallée hydraulique

Le réservoir du système hydraulique est caractérisé par son volume initial d'eau v_0 , connu au pas de temps $t = 0$, et par des bornes d'exploitation v_{max} et v_{min} . Ces bornes représentent respectivement les volumes maximal et minimal d'eau dans le réservoir qui doivent être respectés à chaque pas de temps. Le réservoir reçoit, au pas de temps t , des apports (afflux) f_t , exprimés en m^3 . La quantité d'eau turbinée au pas de temps $t \in I$, notée q_t , doit être contenue dans l'intervalle $[0, q^{max}]$. La turbine a une efficacité ρ exprimée en MW/m^3 .

Pour comptabiliser la *valeur d'utilisation* de l'eau et selon la démarche de [1], **nous ajoutons à la fonction objectif un coût** $\omega * (v_0 - v_f)$ proportionnel à l'eau utilisée, avec ω une donnée d'EDF (dans la réalité, assez difficile à estimer).

Il faut aussi ajouter des contraintes au modèle, en particulier celles sur la conservation du volume :

$$v_t = v_{t-1} + f_t - q_t, \quad \forall t \in I, \quad (4)$$

$$p_t^{hydro} = \rho q_t, \quad \forall t \in I, \quad (5)$$

$$v^{\min} \leq v_t \leq v^{\max}, \quad \forall t \in I, \quad (6)$$

et celles sur la demande :

$$\sum_{j \in N} (\text{Puissance thermique}_t + \text{Puissance fatale défalquée}_t) + p_t^{hydro} = D_t, \quad \forall t \in I. \quad (7)$$

• DONNÉES

Les données de production thermiques définies précédemment restent inchangées. Nous ajoutons désormais les données relatives au parc **hydraulique** :

- **NbUnitésHydro** : 9 unités de production hydraulique ;
- **PmaxTechniqueHydraulique**(1..NbUnitésHydro) : puissance maximale turbinable (en MW) ;
- **RendementHydraulique**(1..NbUnitésHydro) : rendement moyen de conversion débit → puissance ;
- **ValeurEau**(1..NbUnitésHydro) : valeur économique de l'eau stockée dans chaque réservoir (en €/MWh) ;
- **ReservoirAval**(1..NbUnitésHydro) : indice du réservoir situé à l'aval (ou -1 si aucun réservoir aval) ;
- **VolumeMin**, **VolumeMax**, **VolumeInitial**(1..NbUnitésHydro) : volumes minimal, maximal et initial de chaque réservoir (en m³) ;
- **Apport**(1..NbUnitésHydro, 1..NbPas) : apports naturels par réservoir et par pas de temps (en m³/pas) ;

• RÉSULTATS DU SOLVER

- **Coût économique** : 449297.00 €
- **Émissions de CO₂** : 3372452.10 kg
- **Production hydraulique** : 0.00 MWh
- **Temps total (root + branch&cut)** : 7.86 sec

Cela est très intéressant : dans notre cas déterministe, il n'est pas économiquement attractif d'utiliser les turbines, ce qui est lié au coût d'utilisation de l'eau ω (voir 10).

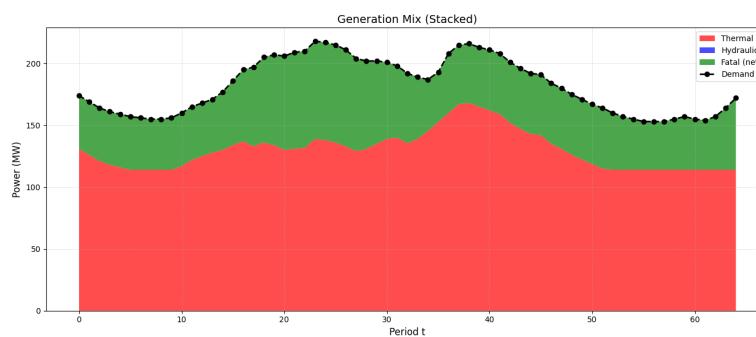


FIGURE 10 – Production thermique empilée

En intégrant les émissions de CO₂ dans la fonction objectif (voir 3.3), on observe une sollicitation accrue des réservoirs, visible sur les figures (11;12).

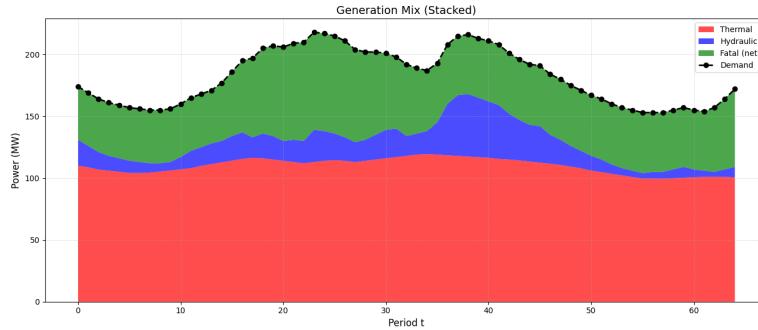


FIGURE 11 – Production empilée

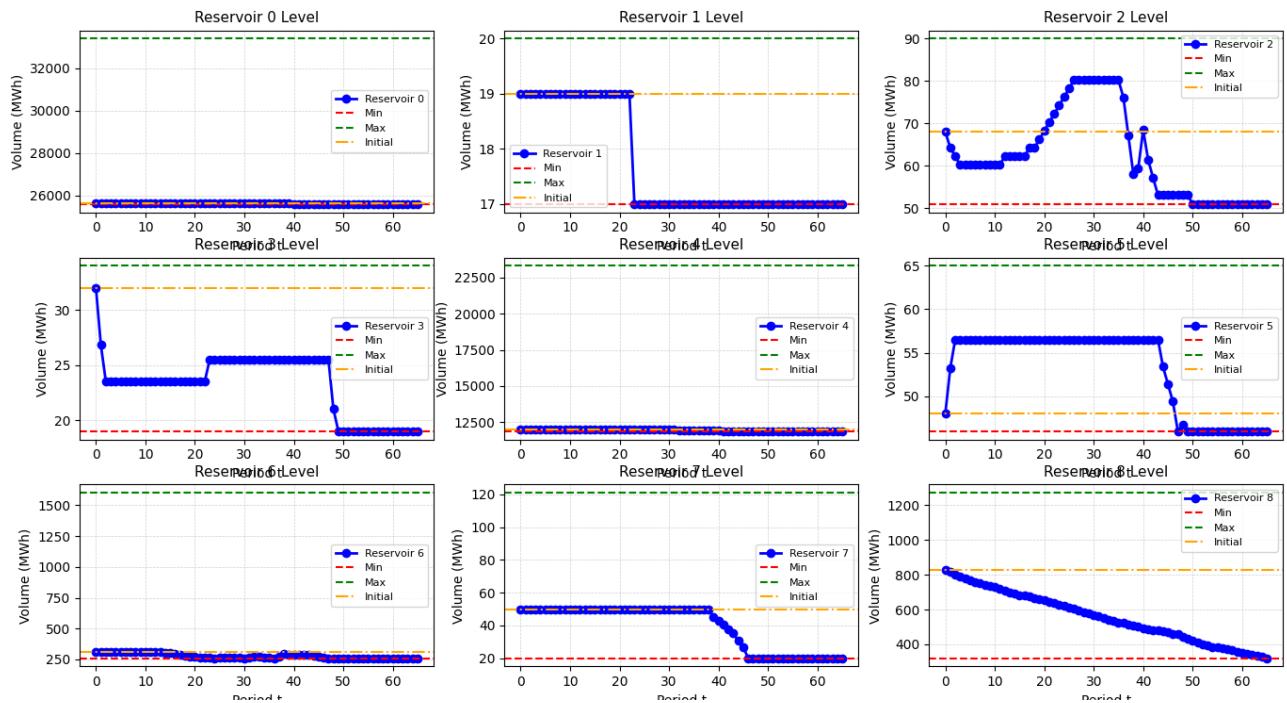


FIGURE 12 – Évolution des réservoirs de la vallée

3.3 PRISE EN COMPTE DES ÉMISSIONS DE CO₂ POUR L'OPTIMISATION : TRACÉ DU FRONT DE PARETO

L'objectif initial de ce travail est d'évaluer le coût associé à la réduction des émissions de CO₂. Pour cela, nous calculons le front de Pareto de nos différents modèles, c'est-à-dire l'ensemble des solutions non dominées pour lesquelles toute amélioration d'un objectif entraîne nécessairement la dégradation de l'autre : la courbe de compromis entre coût et émissions de CO₂.

Conformément aux recommandations de C. Rottner, nous modifions ensuite la fonction objectif afin d'y intégrer explicitement les émissions de CO₂. Pour un paramètre de compromis $\lambda \geq 0$ nous résolvons successivement les problèmes

$$\min_{x \in \mathcal{X}} J_\lambda(x) = C(x) + \lambda E(x),$$

où $C(x)$ désigne le coût économique (en €) et $E(x)$ la métrique d'émissions (ici exprimée en kg CO₂). La grille de valeurs $\{\lambda_i\}$ est choisie log-spacée sur plusieurs ordres de grandeur afin d'explorer l'ensemble des compromis possibles, de $\lambda = 0$ (coût pur) à des valeurs élevées qui privilégient la réduction des émissions.

Pour chaque λ_i le problème est résolu, puis le couple (C_i, E_i) est enregistré (ou filtré si dominé).

• TRACÉ DES COURBES

De courbes plus complètes sont disponibles en Annexe 6.

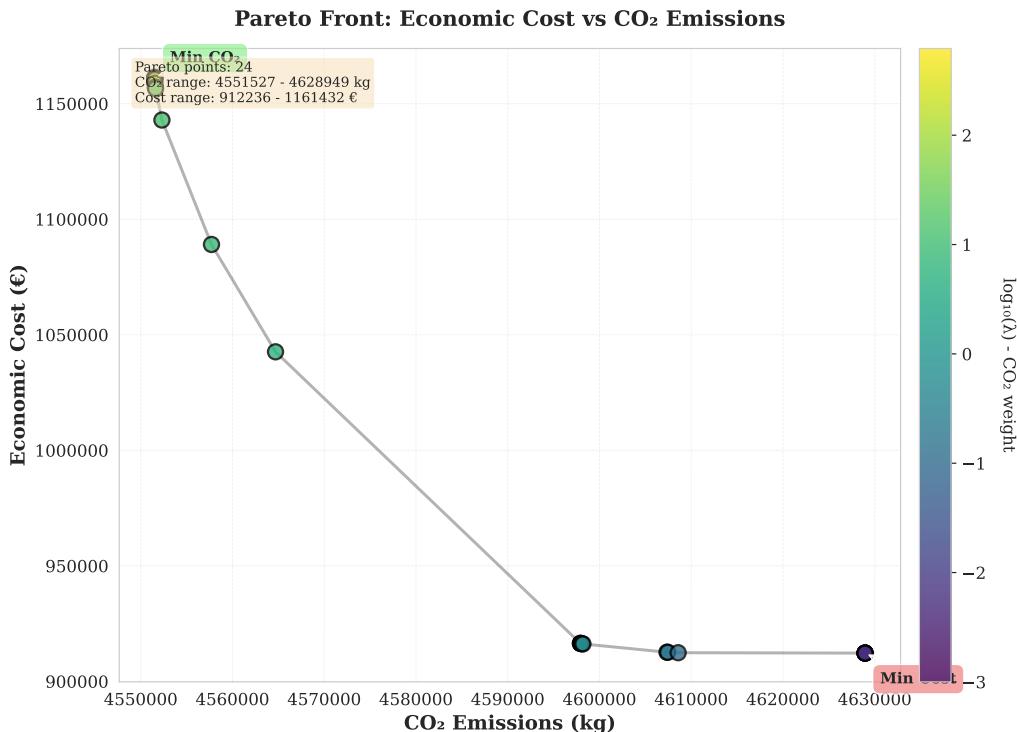


FIGURE 13 – Courbe de Pareto pour un Mix 100% Thermique

Pour la première figure, le point optimisé uniquement avec le coût se situe à (912 236 € ; 4 628 949 kg), tandis que celui optimisé selon le CO₂ se situe à (1 161 432 € ; 4 551 527 kg).

Un autre aspect que l'on observe est l'agglutination des points autour des mêmes solutions, traduisant le fait que le problème reste discret, ce qui fait que même en faisant varier λ , on se retrouve aux mêmes optimums.

Le début du front de Pareto reste très intéressant : pour moins de 3 000 €, la dépense de CO₂ baisse de 30 000 kg.

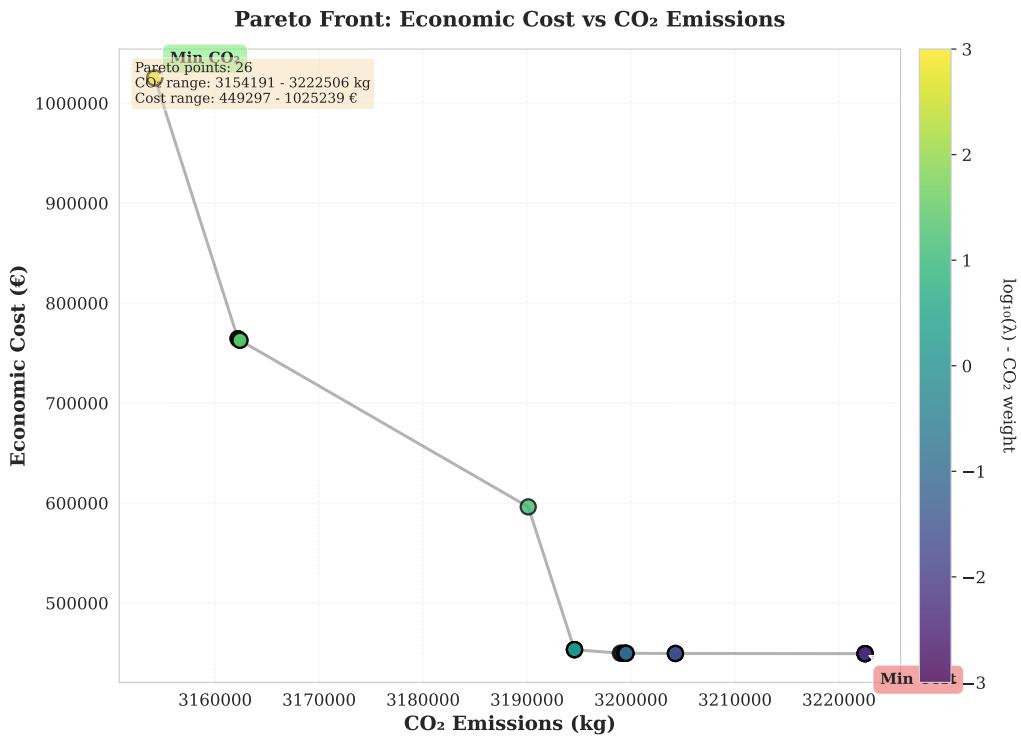


FIGURE 14 – Courbe de Pareto pour un Mix Thermique/Fatal

Pour la première figure, le point optimisé uniquement avec le coût se situe à (449 297 € ; 3 222 506 kg), tandis que celui optimisé selon le CO₂ se situe à (1 025 239 € ; 3 154 191 kg).

Le début du front de Pareto est meilleur que le précédent : pour moins de 500 €, la dépense de CO₂ baisse de 25 000 kg.

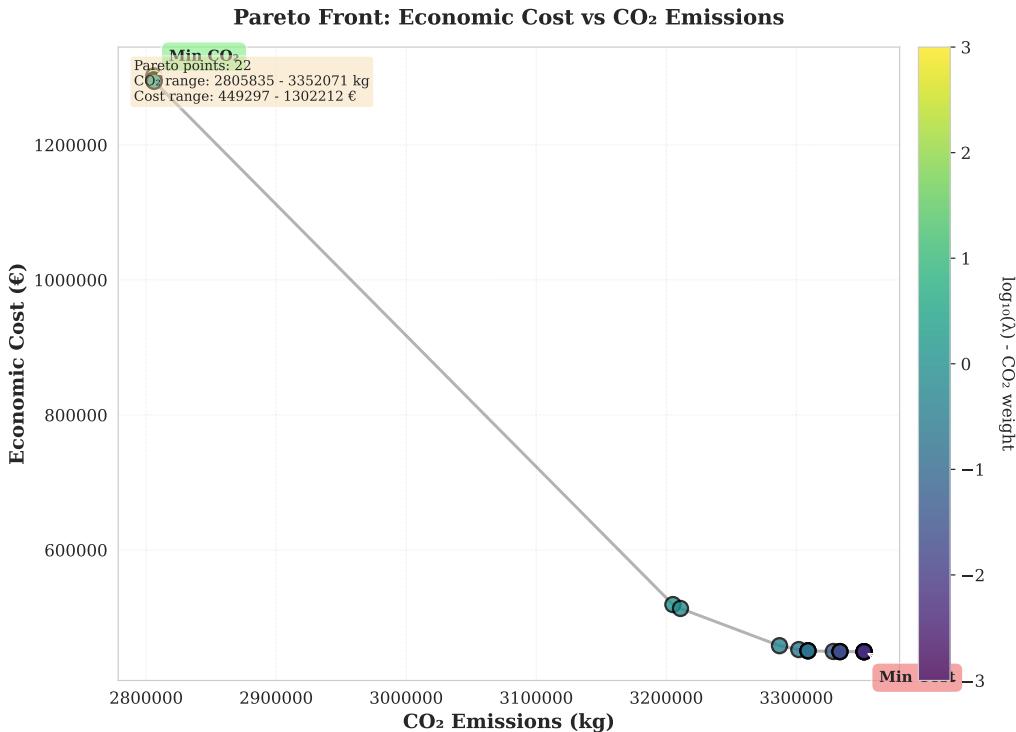


FIGURE 15 – Courbe de Pareto pour un Mix Thermique/Fatal/Hydraulique

Ici, la solution optimisée uniquement sur le coût se situe autour de (449 297 €; 3 352 071 kg), tandis que celle optimisée sur les émissions de CO₂ atteint (1 302 212 €; 2 805 835 kg), ce qui correspond au niveau de réduction des émissions le plus important.

Concernant le front de Pareto, celui-ci apparaît légèrement moins performant du point de vue strictement économique, en raison notamment de la valeur d'usage de l'eau : les premiers 100 000 kg de CO₂ évités coûtent environ 40 000 €.

Il faut replacer ces résultats dans leur contexte : le prix de la tonne de CO₂ sur le marché de la compensation carbone était de l'ordre de **70 €/tCO₂ en 2024**. À ce niveau de prix, l'optimisation est intéressante, au moins pour la partie initiale du front de Pareto uniquement dans le cas du mix fatal/thermique. Cependant, les incertitudes sur la production fatale peuvent faire revoir ce chiffre à la baisse. La partie qui suit va développer ce point.

4

TRAVAIL 3 : MODÉLISATION DES INCERTITUDES : APPROCHES THÉORIQUES ET MULTI-SCÉNARIOS

La production des énergies renouvelables (éolien, PV) et les apports hydrauliques (f_i) sont par nature incertains, tout comme l'évolution de la demande. Utiliser une simple valeur moyenne pour ces variables (ce qui était fait dans l'**approche déterministe**) conduit à des solutions d'engagement **optimales** pour le cas moyen, mais potentiellement **fragiles** face aux réalisations extrêmes (ex : une faible production éolienne couplée à une forte demande). L'intégration d'un mix énergétique diversifié (thermique, hydraulique, éolien et PV) introduit donc inévitablement une dimension stochastique dans le problème d'Unit Commitment.

Pour obtenir une stratégie d'engagement **robuste**, c'est-à-dire qui minimise le coût moyen tout en garantissant la faisabilité et en évitant les coûteux délestages dans une large gamme de scénarios, nous devons passer à une modélisation stochastique. Les décisions d'engagement (u, v, w) sont prises au premier étage (décisions *here-and-now*), et constituent la stratégie du fournisseur d'électricité. L'ajustement de la production (p) et le *shed* sont eux optimisés (décisions *wait-and-see*) pour chaque scénario d'incertitude réalisé.

4.1 FONDEMENT THÉORIQUE

- **FORMALISATION DU MODÈLE STOCHASTIQUE (UC STOCHASTIQUE)**

Nous choisissons d'introduire de l'incertitude à la fois dans l'offre et dans la demande, à la manière de l'article [2]. Notamment, nous changeons la manière dont nous traitons l'offre renouvelable. **Celle-ci devient désormais modulable au même sens que l'énergie thermique, et non plus fatale.** Nous avons désormais le choix de l'utiliser ou non, et de la quantité que nous voulons utiliser. De plus, l'hydraulique est agrégé en un unique réservoir, et nous rajoutons une contrainte de réalisme pour un problème court-termiste comme le nôtre : en fin de cycle, le réservoir doit être au moins aussi rempli qu'au début.

Pour ce qui est de l'incertitude sur l'offre, nous faisons des valeurs P_{min} et P_{max} ainsi que f_i (apports hydrauliques) des variables aléatoires. On introduit ainsi γ un coefficient aléatoire tel que $P_{min} = \gamma \overline{P_{min}}$, et $P_{max} = \gamma \overline{P_{max}}$. Les gamma sont pris gaussiens de moyenne 1. Afin de capturer la grande variabilité du stock d'énergie renouvelable (par exemple de l'éolien, soumis aux aléas importants du vent) par rapport à celui d'énergie thermique, nous utilisons donc deux versions de ce coefficient : γ_{ren} et γ_{therm} , afin de pouvoir leur donner des **variances différentes** (plus élevée dans le cas renouvelable).

Pour ce qui est de la demande, nous rendons simplement la demande au pas de temps i , d_i aléatoire et gaussienne centrée autour de la valeur moyenne utilisée dans le modèle déterministe. Il en va de même pour les apports hydrauliques f_i .

- **FORMALISATION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION À RÉSOUTRE**

Le problème obtenu comporte une différence majeure avec le MIP précédent. Offre et demande étant aléatoires, nous avons des contraintes en probabilité : on veut minimiser notre fonction objectif sous la contrainte que Offre \geq Demande avec probabilité supérieure à 95% (par exemple). Il nous faut cependant nous départir des contraintes en probabilités pour pouvoir résoudre le problème d'optimisation. L'article [1] utilise dans ce but, et dans un cadre similaire (problème linéaire avant incertitudes) une approche théorique centrée autour de l'inégalité de Hoeffding, et montre que le problème se met alors sous la forme d'un SOCP (Second-Order-Cone-Programming), donc un problème convexe avec contraintes coniques quadratiques. Dans notre cas, il s'agit même

d'un **MISOCP** (**Mixed-Integer SOCP**) puisque nous avons des variables mixtes, ce qui rend la résolution autrement plus difficile.

4.2 APPROCHE PRATIQUE

Le problème obtenu par l'approche ci-dessus est un MISOCP (Mix-Integer-Second-Order-Cone-Programming), un problème difficile et coûteux à résoudre computationnellement parlant (notamment par cplex). Nous avons ainsi choisi d'opter pour une approche différente, plus abordable en terme de temps de calcul, nous permettant des analyses plus approfondies, qui est pour autant une approche standard dans des cadres stochastiques comme celui-ci.

Notre approche est un modèle multi-scénarios, visant à se départir des contraintes en probabilité. L'idée est de générer S scénarios en tirant S fois chacune des variables aléatoires (capacités, apports hydrauliques f_i , et demande), selon une loi choisie à l'avance (dans notre cas, gaussienne). Nous obtenons ainsi S modèles déterministes. Le problème d'optimisation global résolu via CPLEX est le suivant :

$$\min \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f_{\text{objectif},s}$$

Concrètement, la génération des scénarios s'effectue par la perturbation des paramètres nominaux. Pour chaque scénario $s \in \{1, \dots, S\}$, chaque centrale j et chaque pas de temps t , nous tirons un coefficient $\gamma_{j,t,s}$ suivant une loi normale centrée en 1. À scénario s fixé, la structure des contraintes demeure strictement identique à celle du cas déterministe.

Toutefois, il faut distinguer deux types de variables de décision. Les variables d'engagement binaires $u_{j,t}$, $v_{j,t}$ et $w_{j,t}$ (centrale en marche à t , centrale démarrée à t , centrale arrêtée à t) sont considérées comme des variables **stratégiques** ("here-and-now") : elles doivent être fixées en amont et ne dépendent donc pas de s . Notons que u et v étaient notées x et u dans les parties précédentes, mais pour des questions de convention et de cohérence avec le code, nous utiliseront ici u et v . À l'inverse, les variables de production $p_{j,t,s}$ et de génération hydraulique $h_{gen,j,t,s}$ sont des variables **opérationnelles** : elles sont indexées par s et peuvent s'ajuster a posteriori pour satisfaire les contraintes propres à la demande exacte.

Les contraintes sont donc telles que les variables de décision choisies (et notamment, la stratégie) doivent **permettre de résoudre tous les scénarios simultanément**, même si la minimisation du critère objectif est quant à elle faite **en moyenne**.

Pour illustrer cela, voici les graphiques obtenus pour deux des scénarios d' entraînement.

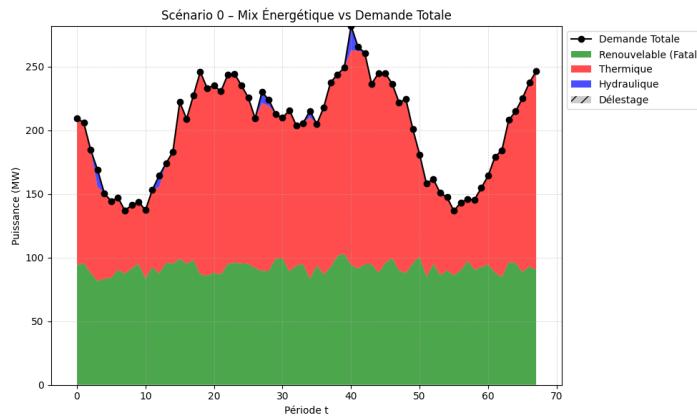


FIGURE 16 – Répartition de la production - scénario 1

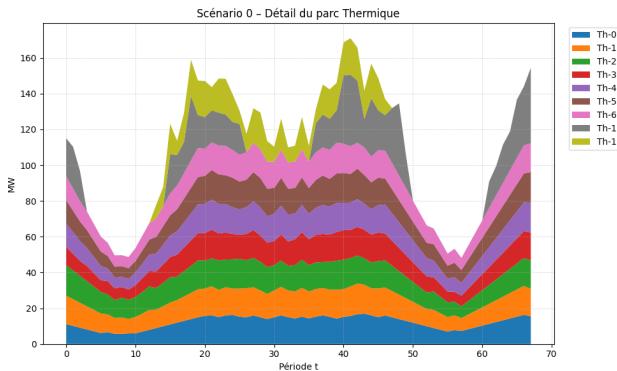


FIGURE 17 – Production thermique empilée - scénario 1

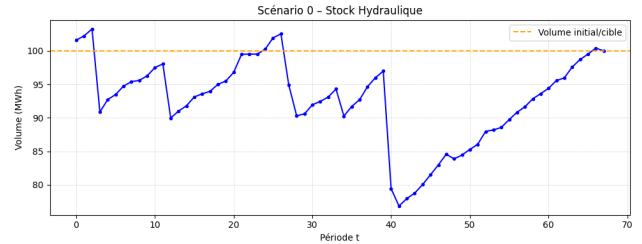


FIGURE 18 – Evolution du réservoir hydraulique - scénario 1

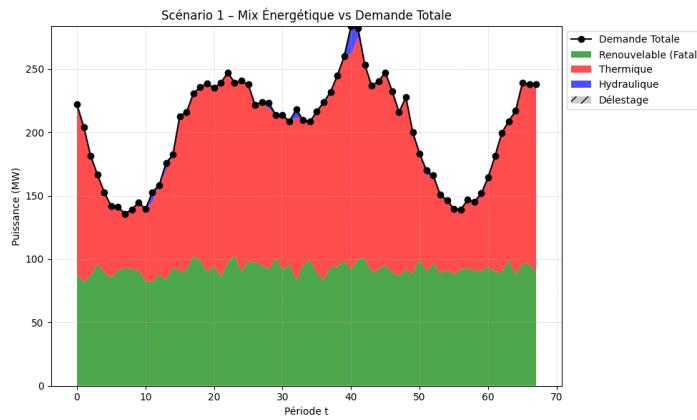


FIGURE 19 – Répartition de la production - scénario 2

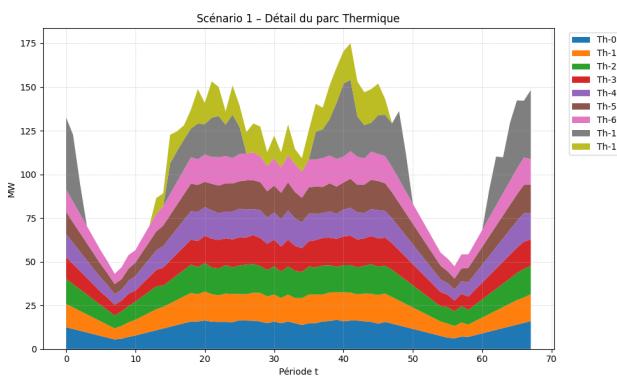


FIGURE 20 – Production thermique empilée - scénario 2

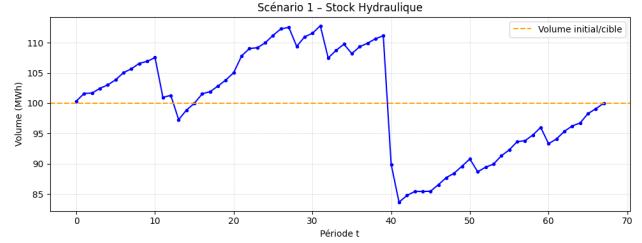


FIGURE 21 – Evolution du réservoir hydraulique - scénario 2

Ces graphiques ont été obtenus en résolvant un multi-scénarios à 5 scénarios en suivant la méthodologie expliquée plus haut. On constate en comparant les graphiques de production thermique des deux scénarios, que **les mêmes centrales sont allumées exactement en même temps**, signe que les variables stratégiques

u, v, w sont bien indépendantes du scénario. Ceci étant, demande comme offre étant différentes entre les deux scénarios, **les productions ne sont pas exactement les mêmes** : les variables opérationnelles sont bien différentes.

On constate par ailleurs que l'hydraulique agit comme variable d'ajustement pour venir coller exactement à la demande.

Évaluation d'un Nouveau Scénario : La résolution de ce problème fournit une stratégie d'engagement (valeurs fixées pour u, v, w) qu'il convient d'appliquer à de nouveaux scénarios tirés au hasard pour évaluer la **pertinence et la robustesse** de notre approche. En effet, le fournisseur d'électricité applique sa stratégie d'engagement en amont (il décide quelles centrales il allume et quand), mais module sa production à la demande à chaque pas de temps. Pour cela, nous résolvons un problème d'optimisation linéaire très simple (le *Dispatch*) de minimisation du coût et du CO₂, en fixant les variables stratégiques (u, v, w) et en laissant les variables opérationnelles ($p, shed, x$) répondre au scénario s' .

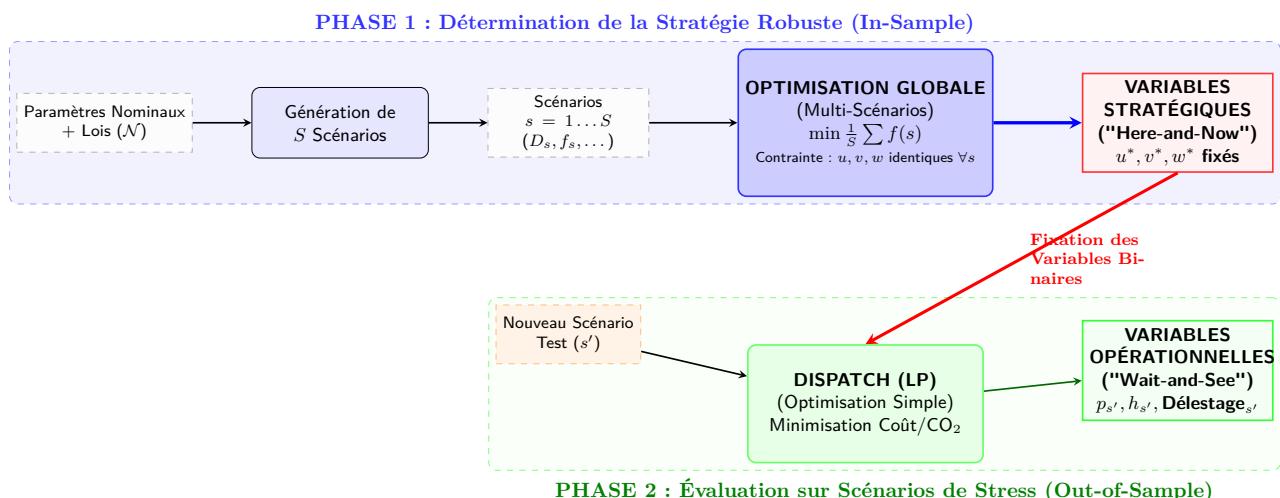


FIGURE 22 – Schéma méthodologique : De l'optimisation multi-scénarios à l'évaluation par dispatch.

4.3 RÉSULTATS ET ANALYSE

• FRONTIÈRE DE PARETO STOCHASTIQUE

Étude de l'impact du prix du carbone (λ) sur le coût total attendu et les émissions moyennes de CO₂ (basée sur la moyenne des scénarios d'entraînement)

Nous reconstruisons le front de Pareto en faisant varier λ . La complexité computationnelle étant désormais plus élevée, chaque valeur de λ nécessitant la résolution complète du problème multi-scénarios, nous ne procédons pas à une recherche optimale fine de ce paramètre. Nous nous limitons à un balayage de valeurs discrètes, suffisant pour établir un ordre de grandeur du coût implicite de la tonne de CO₂.

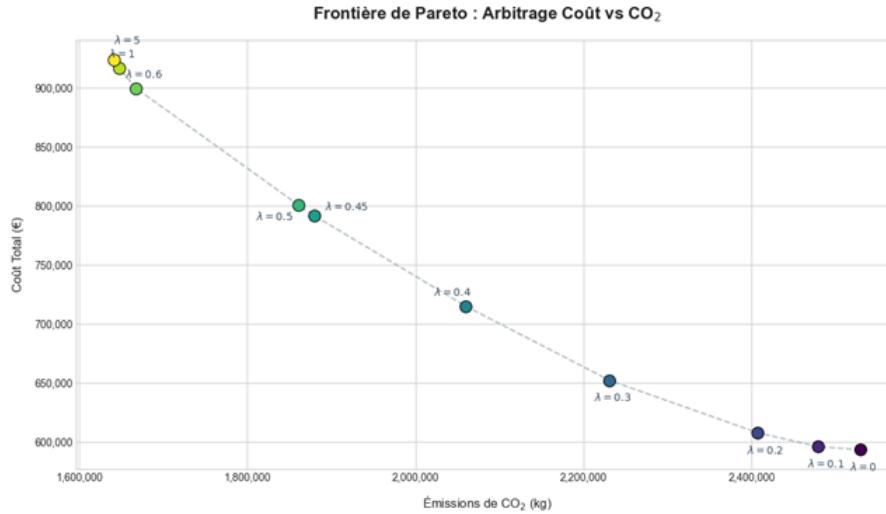


FIGURE 23 – Front de Pareto via multi-scénarios

Interpretation : Tout d’abord, la structure régulière du front de Pareto, sans changements de régime brutaux, témoigne de la **flexibilité** offerte par l’hydraulique et le renouvelable modulable (non fatale), ainsi que de l’effet de moyennage. Celle-ci permet un arbitrage continu et fluide entre le coût et les émissions de CO₂, effet par ailleurs renforcé par le moyennage sur les scénarios.

Si cette continuité n’impose pas de point de fonctionnement évident pour le décideur, l’analyse de la courbe révèle néanmoins une saturation à partir de $\lambda = 0.6$. Au-delà de ce seuil, le système bascule dans une zone de coûts prohibitifs. Il apparaît donc pertinent de sélectionner un point en deçà de cette rupture, par exemple autour de $\lambda = 0.45$ ou 0.5 .

À titre de comparaison, la valeur tutélaire du carbone recommandée pour la France (Rapport Quinet, 2019) est de 250 €/t, soit un équivalent $\lambda \approx 0.25$ dans notre modèle. Bien que le point retenu soit supérieur à cette référence, cet effort supplémentaire peut se justifier par le contexte insulaire : le mix énergétique étant initialement plus carboné, des investissements plus soutenus sont nécessaires pour décarboner le système. Enfin, autour de $\lambda = 0.5$, le coût marginal d’abattement s’élève à environ 400 €/t.

TABLE 4 – Impact du facteur de pondération λ sur le coût net et les émissions de CO₂

λ	Coût Net (€)	Émissions CO ₂ (kg)
0	593,428	2,529,011.11
0.1	596,117	2,478,613.46
0.2	607,789	2,407,317.52
0.3	652,200	2,231,067.50
0.4	715,005	2,059,814.89
0.45	791,702	1,879,583.16
0.5	800,906	1,860,467.66
0.6	899,565	1,667,519.32
1	916,410	1,647,663.91
5	923,896	1,640,966.61

- COMPORTEMENT DES MODÈLES STOCHASTIQUE ET DÉTERMINISTE

L'avantage présumé du modèle stochastique réside dans sa **robustesse face aux incertitudes**. Dans un premier temps, nous vérifions cela qualitativement, en comparant la stratégie choisie par ce modèle, avec celle choisie par un modèle déterministe. Ce dernier est obtenu en résolvant le problème d'optimisation sur les valeurs moyennes de l'offre et de la demande, fournissant ainsi une stratégie d'engagement unique (variables u, v, w). Nous analysons ensuite le comportement opérationnel (dynamique) de ces deux stratégies face à un scénario de test commun (et inédit).

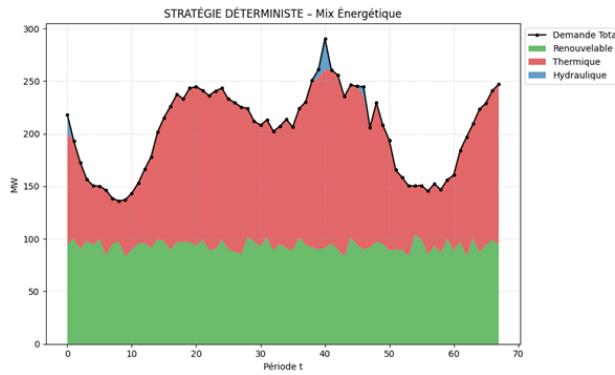


FIGURE 24 – Mix énergétique à tout instant - modèle déterministe

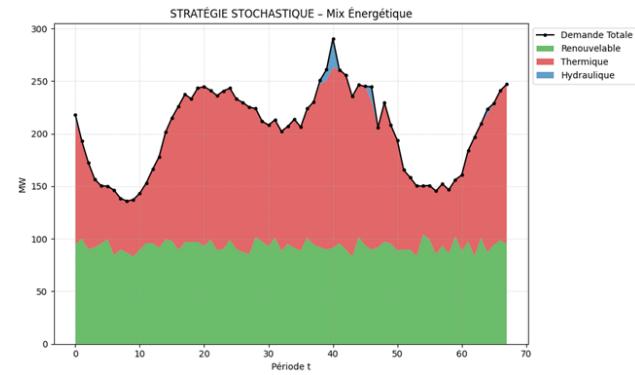


FIGURE 25 – Mix énergétique à tout instant - modèle stochastique

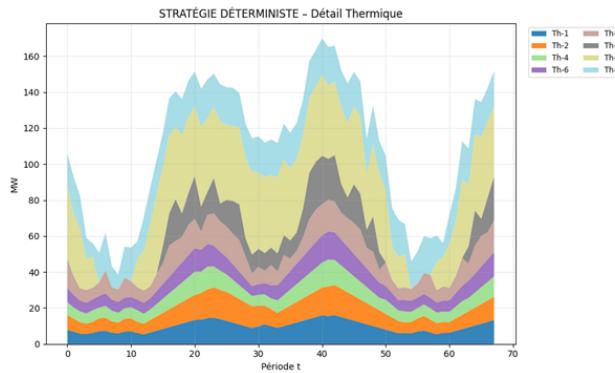


FIGURE 26 – Production thermique empilée - déterministe

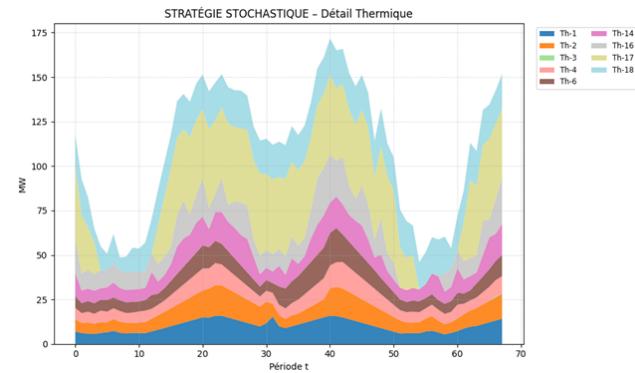


FIGURE 27 – Production thermique empilée - stochastique

Interpretation : les mix énergétiques globaux donnés par les deux stratégies sont extrêmement similaires, sauf quelques ajustements mineurs (hydraulique au début notamment). Pour autant, les figures de production thermique nous montrent que la stratégie déterministe a engagé (ouvert) 8 centrales thermiques contre 9 pour le stochastique. En effet, les scénarios d'entraînement variés vus par la méthode multi-scénario l'ont contrainte à **engager une centrale supplémentaire, afin d'être robuste face à une potentielle incertitude**. Néanmoins, lorsque le scénario d'évaluation tiré au hasard ne présente lui pas d'écart à la moyenne trop important, cette centrale supplémentaire "de prudence" n'est pas sollicitée, et donc le mix opérationnel du multi-scénario ressemble à celui du déterministe.

Dans un second temps, il convient de **quantifier le gain de robustesse** effectif apporté par le modèle sto-

chastique. Pour ce faire, nous générerons un échantillon de 10 (nombre arbitraire) scénarios d'évaluation, distincts de ceux utilisés pour l'optimisation. Nous comparons alors les performances respectives des approches stochastique et déterministe sur cet ensemble de test. Pour l'intégralité de ces simulations, le facteur de pondération est fixé à $\lambda = 0.5$, valeur retenue comme pertinente suite à l'analyse du front de Pareto.

TABLE 5 – Comparaison des résultats déterministe vs stochastique

Indicateur (Moyenne)	Déterministe	Stochastique	Gain
Coût Total (€)	813,576	830,424	-16,848
Émissions CO ₂ (kg)	1,808,674.3	1,800,283.1	+8,391.2
Fréquence Délestage	0.0 %	0.0 %	+0.0 pts

Interpretation : nous constatons un résultat a priori inattendu : la stratégie déterministe obtient un coût inférieur à la stratégie stochastique.

La stratégie déterministe prend, comme on l'a vu, plus de risques. En se calant uniquement sur la moyenne, ce modèle engage un nombre minimal de centrales thermiques, **économisant ainsi de précieux coûts fixes de démarrage**. Puisque les scénarios de test ne présentent pas de tensions extrêmes (pas de délestage constaté), ce pari de la "sobriété" s'avère payant financièrement : la stratégie n'est jamais mise en défaut. À l'inverse, la stratégie stochastique paie un surcoût de "prudence" en engageant davantage de groupes pour parer à des éventualités qui, ici, ne se sont pas réalisées.

Cependant, on observe que le stochastique est plus performant sur le plan écologique (émissions de CO₂ plus faibles). Cela s'explique par la flexibilité opérationnelle : en ayant davantage de centrales engagées, le modèle stochastique dispose de plus de marge de manœuvre pour optimiser le placement de l'hydraulique et faire fonctionner les unités thermiques à leurs points de rendement optimaux. Le déterministe, plus contraint par son faible parc engagé, doit solliciter ses rares unités actives de manière plus intensive et moins optimisée écologiquement.

Ces résultats traduisent avant tout un manque de tension structurelle dans le jeu de données testé : l'abondance du stock hydraulique rend le problème trop aisément modulable. Nous présentons tout de même ce résultat en ce qu'il est un enseignement intéressant : **l'approche stochastique n'est pas forcément intéressante si les incertitudes ne mettent pas en danger les ressources énergétiques.**

C'est pourquoi nous avons réessayé en utilisant des données de parc énergétique plus contraintes, pour **introduire une réelle tension dans le problème**, et donc une dépendance forte aux incertitudes. Pour cela, nous avons réduit le volume du réservoir hydraulique afin que le pic de consommation soit du même ordre de grandeur que le stock d'énergie "sûre" (valeurs moyennes).

Nous réitérons la même procédure et obtenons les résultats suivants :

TABLE 6 – Comparaison des stratégies avec données sous tension

Indicateur (Moyenne)	Déterministe	Stochastique	Gain (VSS)
Coût Total (€)	1,247,126	825,261	+421,864
Émissions CO ₂ (kg)	1,819,380.6	1,856,785.4	-37,404.8
Fréquence Délestage	10.0 %	0.0 %	+10.0 pts

Interpretation : la mise sous tension des ressources par rapport à la demande a introduit des problèmes de délestage(shed) : on voit que dans 10% des scénarios de test, **le modèle déterministe n'a pas pu satisfaire la demande et a donc procédé à du délestage**. Pour ce qui est du CO₂, cela est logique puisque lors d'un blackout, on ne consomme plus rien (1MWh délesté = 0€). Dans ce cas-là, le coût exact est assez insignifiant

puisque le shed est pénalisé de façon arbitraire (il est difficile de quantifier le coût d'1MWh délesté, mais il faut malgré tout le faire rentrer dans la fonction objectif).

- **TEST DE ROBUSTESSE HORS-ÉCHANTILLON : VALIDATION DE LA SOLUTION STOCHASTIQUE**

Afin d'évaluer quantitativement et précisément la robustesse de notre modèle, nous avons également réalisé des tests sur des scénarios associés à des **distributions différentes des gaussiennes d'entraînement**. Cela évite que l'évaluation de l'approche soit biaisée en faveur du stochastique, entraîné sur des données potentiellement similaires à celles utilisées pour l'évaluation. Pour cela, nous tirons des variables aléatoires d'offre et de demande (pour les scénarios destinés à l'évaluation de la stratégie) selon des distributions plus extrêmes, pas nécessairement gaussiennes. Dans une logique de conseil stratégique, nous avons essayé trois modes :

- mode "extreme" : les variables aléatoires restent gaussiennes, mais leur variance est renforcée
- mode "stress" : la demande prend 10% et l'offre renouvelable perd 10%
- mode "uniforme" : ignorance complète prévisionnelle, pour du très long terme par exemple

La variable qui nous intéresse est le délestage, qui survient lorsque la stratégie n'a pas permis de satisfaire la demande associée au nouveau scénario extrême. Voici les résultats, à nouveau sur 10 scénarios de test et pour 30 scénarios d'entraînement.

TABLE 7 – Comparaison de la fréquence de délestage (Déterministe vs Stochastique) selon le type de scénario.

Mode	Déterministe	Stochastique	Gain (pts)
Extreme	50.0 %	30.0 %	+20.0
Stress	100.0 %	30.0 %	+70.0
Uniform	40.0 %	0.0 %	+40.0

Interpretation : On constate que le délestage est bien plus fréquent pour le modèle déterministe que stochastique, et ce quel que soit le mode. **Les conditions d'incertitudes plus importantes de ces scénarios "extrêmes" permettent donc bien de montrer la robustesse de cette approche multi-scénarios.**

Notons que le fait que l'on minimise sur la moyenne de la fonction objectif des scénarios et non pas sur le pire cas fait que la méthode stochastique n'est pas entièrement robuste au délestage.

- **IMPORTANCE DU NOMBRE DE SCÉNARIOS :**

Évaluation de la sensibilité de la stratégie stochastique au nombre de scénarios d'entraînement.

Dans toute l'étude précédente, un paramètre central de notre approche est le nombre de scénarios d'entraînement, noté S . Il est intéressant de chercher à optimiser ce paramètre : en effet, on peut avoir comme intuition qu'**un nombre trop faible de scénarios donne lieu à une stratégie pas suffisamment robuste**, sensible au bruit des tirages aléatoires. Au contraire, **un nombre de scénarios très important mène à une explosion du temps de calcul**, ou même à de l'overfitting sur les distributions de probabilité utilisées pour l'entraînement.

Nous avons donc cherché à trouver un nombre de scénarios conciliant robustesse et faisabilité computationnelle. Pour cela :

- nous commençons par tirer 10 (nombre arbitraire) scénarios "de test" sur lesquels nous évaluons notre entraînement.
- nous résolvons successivement des modèles pour différentes valeurs de S , dont nous tirons les différentes stratégies. Nous conservons également le temps d'entraînement.
- nous évaluons chacun de ces stratégies sur les scénarios de test ("out-of-sample").

— nous traçons cette évaluation (faite sur le coût) et le temps d'entraînement, en fonction de S .

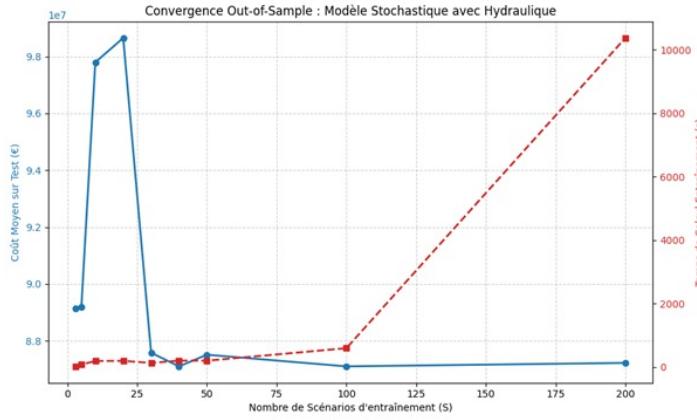


FIGURE 28 – Analyse de l’importance du nombre de scénarios

TABLE 8 – Impact du nombre de scénarios (S) sur le temps de calcul et le coût moyen (Test Out-of-Sample).

Scénarios (S)	Temps de calcul (s)	Coût Moyen Test (€)
3	23.79	89,136,435
5	81.89	89,195,083
10	192.57	97,796,160
20	198.46	98,652,093
30	132.00	87,582,689
40	204.64	87,103,440
50	203.22	87,513,074
100	596.85	87,103,799
200	10,371.39	87,225,190

Interpretation : ces résultats semblent confirmer l’intuition de l’existence d’une “convergence”, c’est-à-dire d’un moment à partir duquel ajouter des scénarios d’entraînement n’a plus vraiment d’impact sur la performance. Au contraire, les petites valeurs de S présentent une grande variabilité dans la performance, car celle-ci est alors très sensible à la similarité entre les scénarios d’entraînements tirés et ceux de test (ou du moins, leur compatibilité). Ensuite, ils montrent explicitement l’explosion du temps de calcul pour des grandes valeurs de S (ici presque trois heures pour $S = 200$). Ces résultats nous ont poussé à **utiliser des valeurs de S comprises entre 30 et 50** afin d’obtenir des programmes à la fois rapides et signifiants.

Il existe de nombreuses recherches sur des méthodes permettant de réduire le nombre de scénarios tout en gardant une solution fiable, que nous n’avons pas eu le temps de creuser davantage ([13] et [14]).

5 CONCLUSION

Ce projet de recherche, mené en collaboration avec l'équipe OSIRIS d'EDF R&D, avait pour objectif d'évaluer la pertinence et l'impact de l'intégration explicite des émissions de CO_2 dans les modèles d'optimisation de la production électrique à court terme. Au-delà de la simple résolution mathématique, ce travail nous a permis de confronter la théorie de l'optimisation aux réalités physiques et économiques d'un mix énergétique en transition.

UNE DÉMARCHE MÉTHODOLOGIQUE ITÉRATIVE

La complexité inhérente au problème d'Unit Commitment (UCP) nous a conduits à adopter une méthodologie de recherche progressive. Nous avons débuté par un **modèle déterministe simplifié** sur un parc purement thermique, ce qui nous a permis de valider les contraintes fondamentales (Min-Up/Min-Down). Face aux limites de ce premier modèle, jugé trop permissif physiquement, nous l'avons **complexifié** en introduisant les contraintes de gradients et les coûts de démarrage, augmentant ainsi le réalisme mais aussi le temps de calcul.

L'ajout progressif des énergies renouvelables (fatales puis modulables) et de la gestion hydraulique (vallées interconnectées) a transformé le problème en une optimisation complexe. Enfin, la confrontation aux limites du déterminisme nous a poussés vers une **modélisation stochastique multi-scénarios**. Cette approche a mis en lumière un arbitrage fondamental entre coût et robustesse.

PERSPECTIVES DE RECHERCHE

Bien que les résultats soient encourageants, plusieurs pistes d'évolution du projet pourraient être explorées afin de rapprocher ce modèle de la réalité industrielle d'EDF :

- **Prise en compte du réseau de transport** : intégrer les contraintes et la topologie du réseau de transport pour une modélisation plus fidèle.
- **Optimisation de la taille des scénarios** : la méthode de réduction de scénarios (Scenario Reduction) pourrait être affinée afin de diminuer les temps de calcul du modèle stochastique.
- **Ajout de contraintes plus réalistes** : en discutant avec R. Zorgati et C. Rottner, nous avons compris qu'il existe de nombreuses autres contraintes à prendre en compte pour gérer la production des centrales, ce qui peut ralentir le solveur.

VERS UNE IMPLÉMENTATION INDUSTRIELLE ?

Ce projet nous avait été présenté comme pouvant faire partie d'une étude pilote : une preuve de concept destinée à évaluer si l'optimisation bi-critère (Économie / CO_2) pouvait donner des résultats concluants avant d'envisager une implémentation à plus grande échelle.

Les résultats obtenus, matérialisés par les fronts de Pareto, démontrent qu'il est techniquement possible de piloter le parc en intégrant une valorisation du carbone. En faisant varier le paramètre λ comme une valeur tutélaire du carbone, nous avons pu identifier des points de fonctionnement optimaux. Pour des valeurs cohérentes avec les référentiels publics (ex : rapport Quinet), une réduction significative des émissions est atteignable sans explosion des coûts, notamment grâce à la flexibilité hydraulique. Ce travail constitue donc une première brique permettant de lancer une réflexion plus large sur l'intégration des contraintes environnementales dans les outils de gestion du parc national.

BILAN PERSONNEL

Pour conclure, la réalisation de ce projet a été particulièrement enrichissante. La possibilité de travailler sur des **données réelles** fournies par EDF a donné un sens concret à nos recherches. Formaliser et comprendre des choses très concrètes comme comment les équations mathématiques implémentées se traduisent par le démarrage effectif d'une centrale ou le turbinage d'un réservoir a été une source de motivation constante. Ce projet nous a ainsi permis d'appréhender la complexité des enjeux énergétiques actuels.

RÉFÉRENCES

- [1] Riadh Zorgati, Wim van Ackooij, and Agnès Gorge. Uncertainties on Power Systems. Probabilistic Approach and Conic Approximation. OSIRIS Department, EDF Research and Development Division, 1 Avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex, France. 2010
- [2] M. Minoux and R. Zorgati. Exploring the impact of renewables on supply-demand balance : a probabilistic model. In *2018 IEEE International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*, pages 1–6, June 2018.
- [3] A. Merlin and P. Sandrin. A new Method for Unit Commitment at Electricité de France. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102(5) :1218–1225, 1983.
- [4] P. Bendotti, P. Fouilhoux, and C. Rottner. The min-up/min-down unit commitment polytope. *Journal of Combinatorial Optimization*, 36(3) :1024–1058, 2018.
- [5] Shraf Eldin Sati, Ahmed M. Abdelemam, Ammar Atif Abdalla, Wahab Ullah, Musaab Salih, and Adolf Acquaye. A methodological approach with application to integrating carbon emission externalities costs in unit commitment. *IEEE Access*, 12 :137025–137040, 2024.
- [6] G. Cohen and D. L. Zhu. Decomposition-Coordination Methods in Large-Scale Optimization Problems : The Non-differentiable Case and the Use of Augmented Lagrangians. In J. B. Cruz, editor, *Advances in Large Scale Systems, Theory and Applications*, volume 1. JAI Press, Inc., USA, 1983.
- [7] C. Sagastizábal and C. Lemaréchal. An approach to Variable Metric Bundle Methods. In *Lecture Notes in Control and Information Science, System Modelling and Optimization*, volume 197, pages 144–162, 1994.
- [8] Viet Nguyen-Tien, Robert J. R. Elliott, and Eric A. Strobl. Hydropower generation, flood control and dam cascades : A national assessment for Vietnam. *Journal of Hydrology*, 560 :109–126, 2018.
- [9] J. Ostrowski, M. F. Anjos, and A. Vannelli. Modified orbital branching for structured symmetry with an application to unit commitment. *Mathematical Programming*, 150(1) :99–129, 2015.
- [10] D. Rajan and S. Takriti. Minimum up/down polytopes of the unit commitment problem with start-up costs. IBM Research Report, 2005.
- [11] Srikanth K. Reddy, Lokesh Kumar Panwar, B. K. Panigrahi, and Rajesh Kumar. Modeling of carbon capture technology attributes for unit commitment in emission-constrained environment. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(1) :662–671, January 2017.
- [12] Mohammad Reza Norouzi, Abdollah Ahmadi, Ali Esmael Nezhad, and Amir Ghaedi. Mixed integer programming of multi-objective security-constrained hydro/thermal unit commitment. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 29 :911–923, January 2014.
- [13] N. Gröwe-Kuska, H. Heitsch, and W. Römisch. Scenario reduction and scenario tree construction for power management problems. In *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings*, volume 3, pages 152–158, June 2003.
- [14] D. Feng, J. Zhong, and R. Gan. Comparison of scenario reduction techniques for stochastic unit commitment. In *2010 International Conference on Power System Technology*, pages 1–6, Oct 2010.
- [15] World Nuclear Association. Carbon dioxide emissions from electricity. <https://world-nuclear.org/information-library/energy-and-the-environment/carbon-dioxide-emissions-from-electricity>. Accessed : 27-Mar-2025.

6 ANNEXES

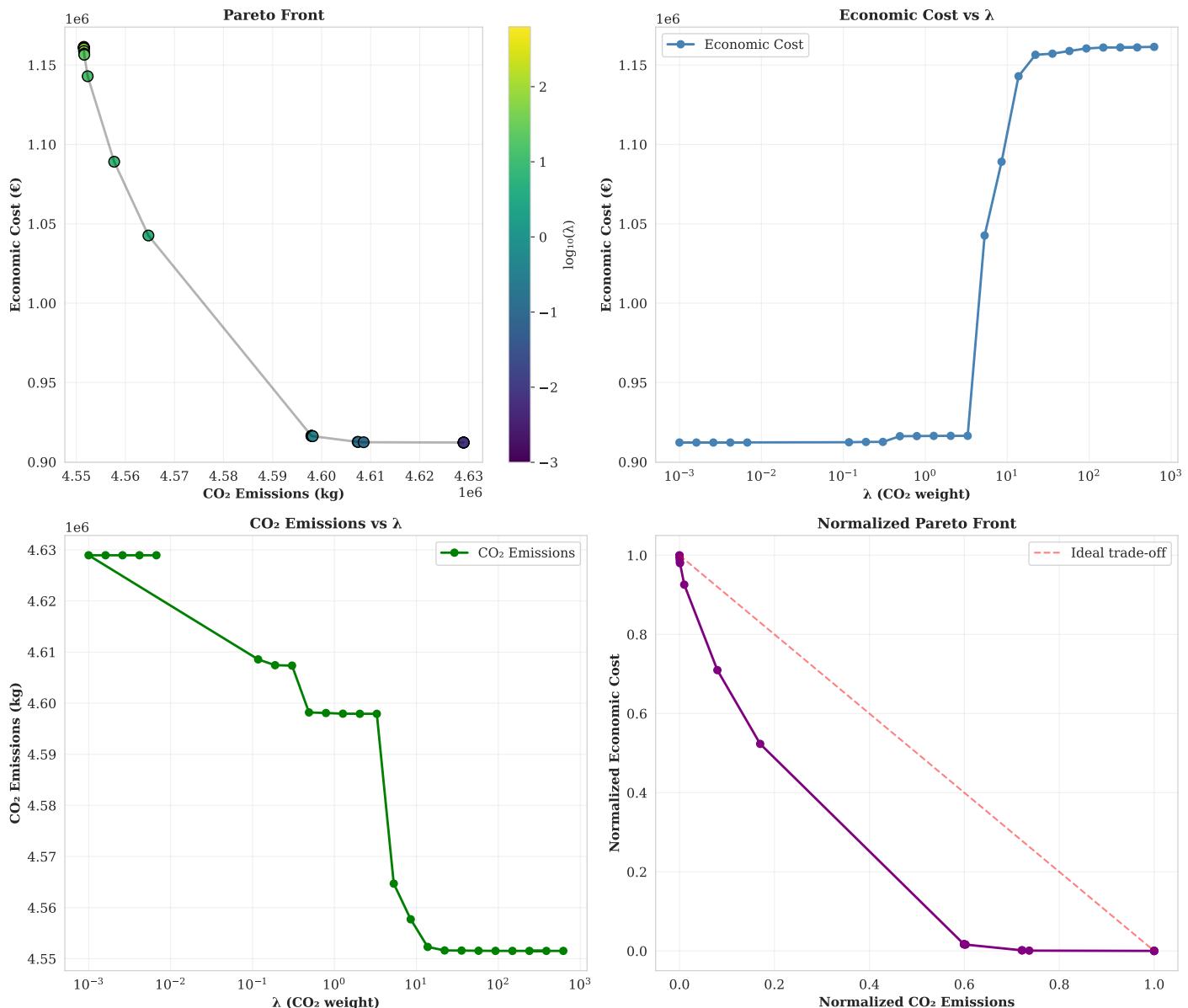


FIGURE 29 – Courbe de Pareto pour un Mix 100% Thermique

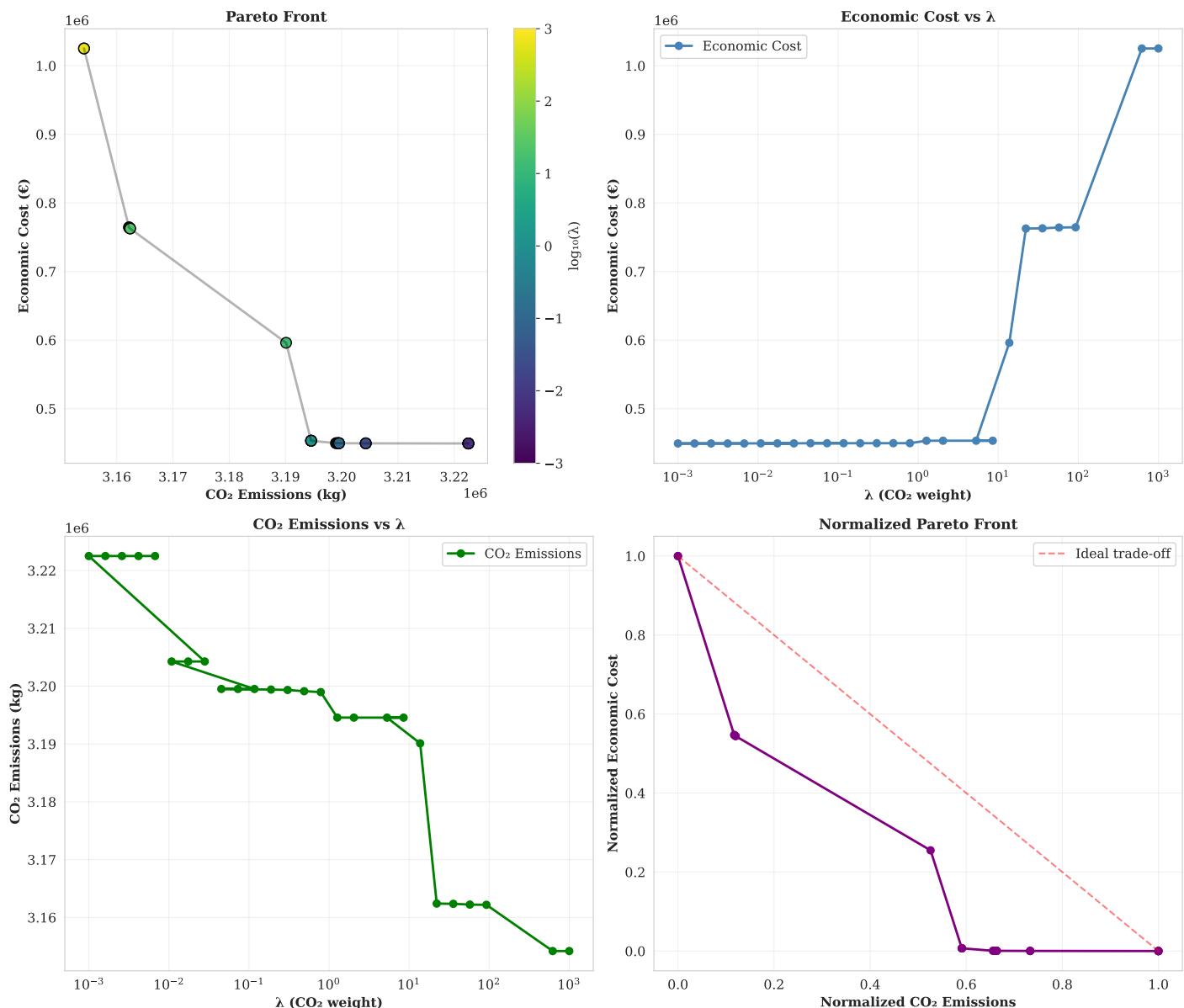


FIGURE 30 – Courbe de Pareto pour un Mix Thermique/Fatal

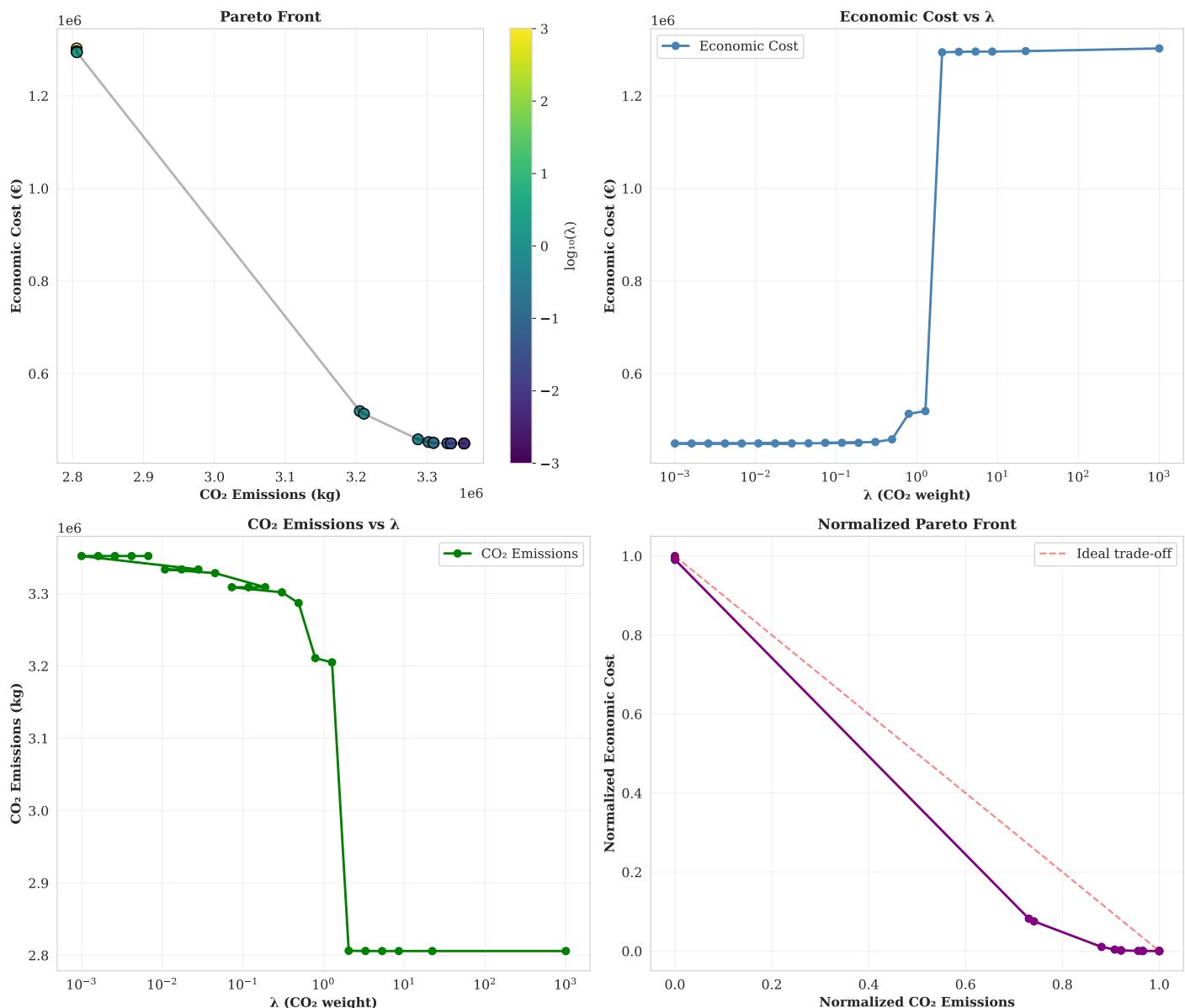


FIGURE 31 – Courbe de Pareto pour un Mix total