Flux Integraler

M1 om γ är yta då $z = f(x,y)$

$$dS = \pm\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, -1\right) dx\,dy$$ (om γ parallell med xy planet så $dS = \pm(0,0,-1)\,dx\,dy$)

M2 om γ är parameter funktion

$$dS = \pm\left(\frac{\partial r}{\partial s} \times \frac{\partial r}{\partial t}\right) ds\,dt$$ (Om γ är sluten använd Gauss divsats)

Sats!

om $\bar{F}$ är kontinuerligt deriverbart fält definierat på Ω öppet område i $\mathbb{R}^2$

$\bar{F}$ är konservativt i $\Omega \Leftrightarrow \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$

ex) $\bar{F}(x,y) = (\overset{P}{y+2}, \overset{Q}{x+3})$

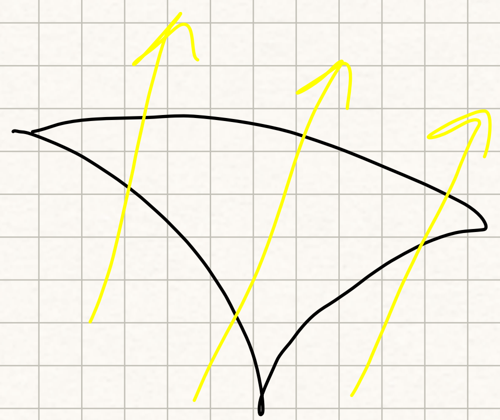
① $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} = 1$ (I hela $\mathbb{R}^2$)

② ($\mathbb{R}^2$ är öppet enkelt sammanhängande område.)

(3) derivatorna är kontinuerligt över allt {I}

Villkor ser att $\bar{F}(x,y)$ är konservativt

Flödes Integraler [C-delen]



är t.ex vatten som strömmar förbi ytan

Vatten mängden = Integralen

$$\iint_Y \bar{F} \cdot d\bar{S}$$

det vektoriella ytelementet

Anm $d\bar{S} = \hat{n} \cdot dS$

ex) räkna flödet $\bar{F}(x,y,z) = (-y, x, z^2)$

genom kon $z = \sqrt{x^2+y^2}$ $\quad 0 \le z \le 1$

$$\iint_Y \bar{F} \cdot d\bar{S}$$

känd

(1) $d\bar{S}$ Beräkning

• metod #1

- Y ges av funktionsyta $z = f(x,y)$

Sats!

$$d\bar{S} = \pm\left\{\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, -1\right\} dx\,dy$$

uppgiften väljer tecken

ex)

$$d\bar{S} = \pm\left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{2y}{2\sqrt{x^2+y^2}}, -1\right) dx\,dy =$$

$\Rightarrow$

(2) metod #2 {Metod 1 funkar inte Y är ingen yta $(z=f(x,y))$}

ex) $F(x,y,z) = (xz, yz, z(1-z))$

$$\iint_Y \bar{F} \cdot d\bar{S}, \quad Y = \begin{cases} x^2+y^2=1 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$$

Sats!

• Y parametriseras av $\bar{r}(s,t)$

då gäller

$$d\bar{S} = \pm\left(\frac{\partial \bar{r}}{\partial s} \times \frac{\partial \bar{r}}{\partial t}\right) ds\,dt$$

ex)

$\bar{F}(x,y,z) = (-y, x, z^2)$ $(+)\,d\bar{S}$

$$\iint_{Y} \bar{F} \cdot d\bar{S}$$

$$z = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$Y: \quad x^2+y^2 \leq 1$$

$$dS = \left\{ \frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{2y}{2\sqrt{x^2+y^2}}, -1 \right\}$$

$$\iint z^2 \, dx\, dy$$

$$-\int_0^{2\pi}\int_0^{1} r^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$$-\frac{\pi}{2}$$