Optimering

f:s största / minsta värde finns på 3 platser

① Inre stationära punkter

$$-\begin{cases} f_x = f_y = 0 \\ g(x,y) < c \quad (\text{bivillkor}) \end{cases}$$

② Singulära Randpunkter (t.ex hörn punkter)

$$\begin{cases} g_x = g_y = 0 \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$$

③ Lagrange villkor

$$\begin{cases} \nabla f(x,y) = \lambda \nabla g(x,y) \\ g(x,y) = c \end{cases}$$

ex) $g = x^2 + 4y^2 \leq 13$, $f = 3x - 4y$

① Inre punkter

$$\begin{cases} f_x = 0 \Rightarrow 3 \\ f_y = 0 \Rightarrow -4 \end{cases} \qquad \{3, -4\}$$

$x^3 + 4y^2 < 13$ — $9 + 32$ är inte inom g

$g = x^2 + 4y^2 = 13$, $f = 3x - 4y$

②
$$\begin{cases} g_x = 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ g_y = 8y = 0 \end{cases}$$

Punkter saknas

$x^2+y^2 4 = 13$

$g = x^2+4y^2 = 13$, $f = 3x-4y$

3

$$\begin{cases} 3 = 2\lambda x \Rightarrow x = \dfrac{3}{2\lambda} \\ -4 = 8\lambda y \Rightarrow y = \dfrac{-1}{2\lambda} \\ x^2+4y^2 = 13 \end{cases} \longrightarrow \frac{9}{4\lambda^2} + \frac{4}{4\lambda^2} = 13$$

$$9+4 = 13 \cdot 4\lambda^2$$

$$\pm\frac{1}{2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \lambda$$

$+\lambda$

$(3, -1) = 13$

$-\lambda$

$(-3, 1)$ $f = 3x-4y$

$= -13$

största $(3,-1)$, minsta $(-3,1)$!