

UNIVERSIDAD MARIANO GALVEZ DE GUATEMALA
FACULTADA INGENIERIA EN SISTEMAS DE LA INFORMACION Y CIENCIAS DE LA
INFORMACION

CURSO: Algebra Lineal

Ing. Luis Antonio García Aguirre



PROYECTO FINAL ALGEBRA LINEAL EN MATLAB

INTEGRANTES

Noel Gamaliel Quixchan Raymundo	1690-20-21669
Nelson Castañeda Guillen	1690-20-18649

San Andrés, Petén 31 de octubre del 2020

INTRODUCCION

Al hablar del tema de las matrices muchas veces nos puede dar hasta dolor de cabeza, pero en realidad es algo que debemos de aprender a dominar, muchas veces no entendemos lo que son las matrices, pero las matrices son números unidos en filas y columnas las cuales nos ayudan a sacar cantidades exactas o cualquier calculo relacionado con las matrices, las matrices que más escuchamos hablar son de las inversas y de la matriz escalar, pero existen muchas más como la matriz nula, la matriz columna, la matriz transpuesta etc. Pero en este trabajo se hablara solo la matriz inversa una matriz muy bonita pero que muchas veces un solo número nos puede hacer pasar un mal rato, la matriz inversa consiste en dos una matriz cuadrada, esta fue inventada por Gauss Jordán y vino a darle al mundo una nueva forma de ver todas las cosas.

Las Ecuaciones son la base de realizar un problema matemático, al adquirir conocimientos de estos sistemas de ecuaciones podemos tener en cuenta como se resuelve una ecuación ya que tendríamos la opción de guiarnos en cuestiones de ejercicios o ejemplos, las ecuaciones son formulas que dividen varias formas también para poder desplazar diferentes maneras de resolver.

MARCO TEORICO:

Que son las matrices: Son un conjunto de números ordenados por filas y columnas.

Normalmente las matrices son designadas por letras mayúsculas.

Los elementos de una matriz se identifican por la fila y la columna que ocupan. Así, designaremos por a_{32} el elemento que está situado en la tercera fila y segunda columna de la matriz A .

El número de filas y columnas que tiene una matriz se llama dimensión de la matriz.

Dos matrices son iguales si son de igual dimensión y coincide el valor de los elementos que ocupan la misma posición en ambas.

Las matrices se utilizan para múltiples aplicaciones y sirven, en particular, para representar los coeficientes de los sistemas de ecuaciones lineales o para representar transformaciones lineales dada una base. En este último caso, las matrices desempeñan el mismo papel que los datos de un vector para las aplicaciones lineales.

Pueden sumarse, multiplicarse y descomponerse de varias formas, lo que también las hace un concepto clave en el campo del álgebra lineal.

También se puede definir como un arreglo bidimensional de números consistente en cantidades abstractas que pueden sumarse y multiplicarse entre sí. Es una disposición de valores numéricos y/o variables (representadas por letras), en columnas y filas, de forma rectangular. Una matriz es una tabla cuadrada o rectangular de datos (llamados elementos o entradas de la matriz) ordenados en filas y columnas, donde una fila es cada una de las líneas horizontales de la matriz y una columna es cada una de las líneas verticales de la matriz. A una matriz con m filas y n columnas se le denomina matriz $m \times n$; y a m y n se les denomina dimensiones de la matriz. Las dimensiones de la matriz siempre se dan con el número de fila primero y el número de columnas. Por lo general se trabaja con matrices formadas por números reales. Las matrices se usan generalmente para describir sistemas de ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones diferenciales o representar una aplicación lineal (dada una base).

Como surgieron las matrices: El origen de las matrices es muy antiguo. Los cuadrados latinos y los cuadrados mágicos se estudiaron desde hace mucho tiempo. Un cuadrado mágico, 3 por 3, se registra en la literatura china hacia el 650 a. C.[1] Es larga la historia del uso de las matrices para resolver ecuaciones lineales. Un importante texto matemático chino que proviene del año 300 a. C. a 200 a. C., Nueve capítulos sobre el Arte de las matemáticas (Jiu Zhang Suan Shu), es el primer ejemplo conocido de uso del método de matrices para resolver un sistema de ecuaciones simultáneas. [2] En el capítulo séptimo, "Ni mucho ni poco", el concepto de determinante apareció por primera vez, dos mil años antes de su publicación por el matemático japonés Seki Kōwa en 1683 y el matemático alemán Gottfried Leibniz en 1693. Los "cuadrados mágicos" eran conocidos por los matemáticos árabes, posiblemente desde comienzos del siglo VII, quienes a su vez pudieron tomarlos de los matemáticos y astrónomos de la India, junto con otros aspectos de las matemáticas combinatorias. Todo esto sugiere que la idea provino de China. Los primeros "cuadrados mágicos" de orden 5 y 6 aparecieron en Bagdad en el 983, en la Enciclopedia de la Hermandad de Pureza (Rasa'il Ihkwan al-Safa).[1] Después del desarrollo de la teoría de determinantes por Seki Kowa y Leibniz, a finales del siglo XVII, Cramer presentó en 1750 la ahora denominada regla de Cramer. Carl Friedrich Gauss y Wilhelm Jordan desarrollaron la eliminación de Gauss-Jordan en el siglo XIX. Leibniz(1646-1716), uno de los dos fundadores del análisis, desarrolló la teoría de los determinantes en 1693 para facilitar la Resolución de las ecuaciones lineales. Gabriel Cramer tuvo que profundizar esta teoría, presentando el método de Cramer en 1750. En los años 1800, el método de eliminación de Gauss-Jordan se puso a punto. Fue James Joseph Sylvester quien utilizó por primera vez el término « matriz » en 1848/1850.

En 1853, Hamilton hizo algunos aportes a la teoría de matrices. Cayley introdujo en 1858 la notación matricial, como forma abreviada de escribir un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas. Cayley, Hamilton, Hermann Grassmann, Frobenius, Olga Taussky-Todd y John von Neumann cuentan entre los matemáticos famosos que trabajaron sobre la teoría de las matrices. En 1925, Werner Heisenberg redescubre el cálculo matricial fundando una primera formulación de lo que iba a pasar a ser la mecánica cuántica. Se le considera a este respecto como uno de los padres de la mecánica cuántica. Olga Taussky-Todd (1906-1995), durante la II Guerra Mundial, usó la teoría de matrices para investigar el fenómeno de aeroelasticidad llamado fluttering.

Que tipos de matrices existen:

Matriz fila: matriz que solo tiene una fila.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz columna: matriz que solo tiene una columna.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Matriz rectangular: es aquella matriz que tiene distinto número de filas que de columnas.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 9 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriz traspuesta: se llama matriz traspuesta de A a la matriz que se obtiene cambiando ordenadamente las filas por las columnas.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad A^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Matriz nula: todos sus elementos valen cero

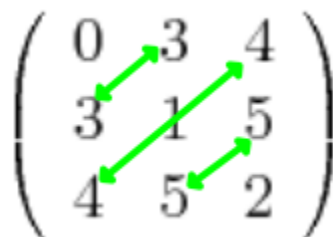
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz cuadrada: la matriz cuadrada tiene el mismo número de filas que de columnas, siendo su dimensión $n \times n$

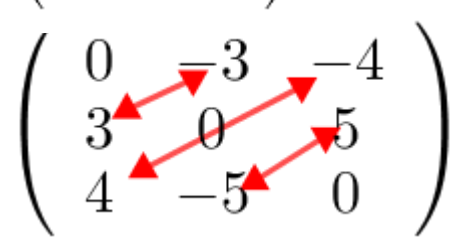
Los elementos de la forma a_{ii} constituyen la diagonal principal.

La diagonal secundaria la forman los elementos con $i+j = n+1$, siendo n el orden de la matriz.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 3 & 6 & 5 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

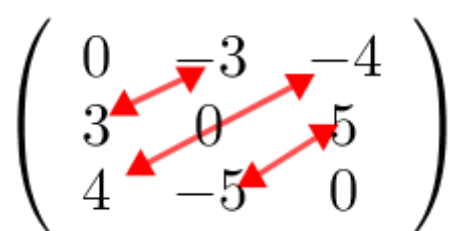
$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$
A 3x3 matrix is shown with green arrows indicating the main and secondary diagonals. The main diagonal (top-left to bottom-right) passes through the elements 0, 1, and 2. The secondary diagonal (top-right to bottom-left) passes through the elements 4, 1, and 4.

Matriz antisimétrica: (o hemisimétrica): matriz cuadrada en la que los elementos a ambos lados de la diagonal principal son opuestos (iguales pero con distinto signo). $a_{ij} = -a_{ji}$ (los elementos de la diagonal principal deben ser cero)

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$


The diagram shows a 3x3 matrix with elements 0, -3, -4 in the first row; 3, 0, 5 in the second row; and 4, -5, 0 in the third row. Red arrows point from the diagonal elements (0, 0, 0) to the off-diagonal elements, illustrating the antisymmetric property where $a_{ij} = -a_{ji}$.

Matriz antisimétrica (o hemisimétrica): matriz cuadrada en la que los elementos a ambos lados de la diagonal principal son opuestos (iguales pero con distinto signo). $a_{ij} = -a_{ji}$ (los elementos de la diagonal principal deben ser cero)

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$


The diagram shows a 3x3 matrix with elements 0, -3, -4 in the first row; 3, 0, 5 in the second row; and 4, -5, 0 in the third row. Red arrows point from the diagonal elements (0, 0, 0) to the off-diagonal elements, illustrating the antisymmetric property where $a_{ij} = -a_{ji}$.

Matriz diagonal: matriz cuadrada donde los elementos que no están en la diagonal principal son cero.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriz escalar: matriz cuadrada donde los elementos que no están en la diagonal principal son cero y los elementos de la diagonal principal son iguales

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriz identidad o unidad: matriz cuadrada donde los elementos de la diagonal principal son unos y el resto ceros. Se representa por I_2 matriz identidad de orden 2, I_3 a identidad de orden 3 I_4 a de orden 4, etc.

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz triangular inferior: todos los elementos por encima de la diagonal principal son cero.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

}

Historia de la ecuación

Desde el siglo XVII AC los matemáticos de Mesopotámica y de Babilonia ya sabían resolver ecuaciones.

En el siglo XVI AC. los egipcios desarrollaron un álgebra muy elemental que usaron para resolver problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, de cosechas y de materiales. Ya para entonces tenían un método para resolver ecuaciones de primer grado que se llamaba el "método de la falsa posición". No tenían notación simbólica, pero utilizaron el jeroglífico hau (que quiere decir montón o pila) para designar la incógnita. Alrededor del siglo I DC. los matemáticos chinos escribieron el libro Jiu zhang suan shu (que significa El Arte del cálculo), en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones.

Los matemáticos griegos no tuvieron problemas con las ecuaciones lineales y, exceptuando a Diophante (250 d. de C.), no se dedicaron mucho al álgebra, pues su preocupación era como hemos visto, mayor por la geometría.

En el siglo III el matemático griego Diofanto de Alejandría publicó su Aritmética en la cual, por primera vez en la historia de las matemáticas griegas, se trataron de una forma rigurosa las ecuaciones de primer grado. Introdujo un simbolismo algebraico muy elemental al designar la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega arithmos, que significa número. Los problemas de álgebra que propuso prepararon el terreno de lo que siglos más tarde sería "la teoría de ecuaciones". A pesar de lo rudimentario de su notación simbólica y de lo poco elegantes que eran los métodos que usaba, se le puede considerar como uno de los precursores del álgebra moderna.

La forma de escribir y resolver las ecuaciones es bastante moderna, pero el origen de los problemas matemáticos y de las ecuaciones es antiquísimo.

Arqueólogos, historiadores y matemáticos, formando equipos de trabajo, estudiaron a las civilizaciones más antiguas y descubrieron como era el pensamiento matemático de cada una de ellas.

La primera fase, que comprende el periodo de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones. Dentro de esta fase encontramos un álgebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada álgebra geométrica, rica en métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas. La introducción de la notación simbólica asociada a Vitte (1540-1603), marca el inicio de una nueva etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones. Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los "cálculos con cantidades de distintas clases" (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cúbicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones). Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación $ax + b = c$ han pasado más de 3.000 años. Los egipcios nos dejaron en sus papiros (sobre todo en el de Rhind -1.650 a. de C- y el de Moscú -1.850 a. de C.-) multitud de problemas matemáticos resueltos.

Sistemas de Ecuaciones

Un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas en la que **deseamos encontrar una solución común**.

En esta ocasión vamos a resolver un sistema de dos **ecuaciones lineales** con dos incógnitas. Una **ecuación lineal** con dos incógnitas es una igualdad del tipo $ax+by=c$, donde a , b , y c son números, y " x " e " y " son las incógnitas. Una **solución** es todo par de números que cumple la ecuación.

Los sistemas de ecuaciones lineales los podemos clasificar según su número de soluciones: **Compatible determinado**: Tiene una única solución, la representación son dos rectas que se cortan en un punto. **Compatible indeterminado**: Tiene infinitas soluciones, la representación son dos rectas que coinciden. **Incompatible**: No tiene solución, la representación son dos rectas paralelas. Existen diferentes métodos de resolución:

- Sustitución.
- Reducción.
- Igualación.

Sistemas de Ecuaciones: Método de igualación

El método de igualación consiste en **despejar la misma incógnita** en las dos ecuaciones y después **igualar los resultados**.

Los pasos siguientes a seguir son:

$$\left. \begin{array}{rcl} x & +y & = 7 \\ 5x & -2y & = -7 \end{array} \right\}$$

En primer lugar, elegimos la incógnita que deseamos despejar. En este caso, empezaré por la « x » y despejo la misma en ambas ecuaciones.

$$\begin{array}{l} x+y=7; \quad x=7-y \quad 5x-2y=-7; \\ 5x=2y-7; \quad x=(2y-7)/5 \end{array}$$

Una vez hemos despejado, **igualamos**:

$$\begin{array}{l} 7-y=(2y-7)/5 \\ 5(7-y)=(2y-7)/5 \\ 35-5y=2y-7 \\ 42=7y \quad y=42/7=6 \end{array}$$

Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales.

$$\begin{array}{l} x=7-y \\ x=7-6=1 \\ x=1 \end{array}$$

La solución de nuestro sistema es $x=1$ e $y=6$.

Sistemas de Ecuaciones: Método de sustitución

A través del método de sustitución lo que debemos hacer es despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituir el valor en la siguiente. Lo veras en el siguiente ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases}$$

Lo primero que hacemos es despejamos una de las incógnitas en la primera ecuación.
 $x + y = 7$

$$x = 7 - y$$

Posteriormente, sustituimos en la segunda ecuación el valor correspondiente de la «x».

$$5x - 2y = -7 \quad 5(7 - y) -$$

$2y = -7$ Ahora, despejamos la «y».

$$\begin{aligned} 35 - 5y - 2y &= -7 \\ 35 - 7y &= -7 \\ -7y &= -7 - 35 \\ -7y &= -42 \quad y = -42 / - \\ 7 &= 6 \end{aligned}$$

$$y = 6$$

Por último, utilizamos el valor de «y» para hallar el valor de «x».

$$\begin{aligned} x &= 7 - y \\ x &= 7 - 6 = 1 \end{aligned}$$

$$x = 1$$

La solución de nuestro sistema es $x = 1$ e $y = 6$.

Sistemas de Ecuaciones: Método de Reducción

Con el método de reducción lo que hacemos combinar, sumando o restando, nuestras ecuaciones para que desaparezca una de nuestras incógnitas.

Los pasos a seguir son los siguientes:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases}$$

En primer lugar, necesitamos preparar las dos ecuaciones, si es necesario, multiplicándolas por los números que convenga.

En este caso, queremos reducir la «y» de nuestro sistema, por tanto, multiplicamos la primera ecuación por 2.

$$\begin{cases} 2(x+y=7) \\ 5x-2y=-7 \end{cases}$$

Así, el sistema se queda:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases}$$

Si nos fijamos, sumando las ecuaciones la y nos desaparece.

$$\begin{array}{rcl} 2x & +2y & = 14 \\ +5x & -2y & = -7 \\ \hline +7x & 0 & = 7 \end{array}$$

Y nos quedaría:

$$\begin{aligned} 7x &= 7 \\ x &= 7/7 = 1 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales.

$$y = 7 - x$$
$$y = 7 - 1 = 6$$

$$y = 6$$

La solución de nuestro sistema es $x=1$ e $y=6$.

Ejemplos de método de Igualación

Ejemplo 1: Si $a = b + c$ y sabemos que $b + c = d$, entonces podemos afirmar que $a = d$.

Lo mismo ocurre en un sistema de ecuaciones usando este método, como se muestra a continuación.

Paso 1: Seleccionamos una variable que exista en cada una de las ecuaciones del sistema.

Paso 2: Despejamos la variable en cada una de las ecuaciones.

Ejemplo 2:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

Podemos despejar cualquiera de las 2 variables, en este caso hemos elegido x . Recuerda hacerlo en cada una de las ecuaciones.

$$2x + 4y = 10 \rightarrow x = \frac{10 - 4y}{2}$$

$$x + 3y = 7 \rightarrow x = 7 - 3y$$

Podemos observar que ambas ecuaciones están igualadas con x , así que por transitividad decimos que:

$$\begin{array}{l} \text{Si } x = \frac{10 - 4y}{2} \text{ y } x = 7 - 3y \\ \frac{10 - 4y}{2} = 7 - 3y \end{array} \quad , \text{ entonces}$$

Podemos observar que ahora solo nos queda una ecuación con una sola variable, la cual podemos simplificar y despejar, obteniendo:

$$\begin{aligned} \frac{10 - 4y}{2} &= 7 - 3y \\ 10 - 4y &= 2(7 - 3y) \\ 10 - 4y &= 14 - 6y \\ -4y + 6y &= 14 - 10 \\ 2y &= 4 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Ahora sustituimos el valor de y en cualquiera de las 2 ecuaciones para obtener el valor de x

$$\begin{aligned} x + 3(2) &= 7 \\ x + 6 &= 7 \\ x &= 7 - 6 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Ejemplo del método de sustitución 1

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

Ecuación I $x + y = 4$

Ecuación II $x + 2y = 6$

Despejamos cualquiera de las 2 variables en una de las 2 ecuaciones, (siempre debemos buscar la que requiera menos trabajo algebraico para nuestra comodidad), en este caso, despejaremos x en la Ecuación I.

$$x + y = 4 \rightarrow x = 4 - y$$

A eso se le llama "Valor de x respecto a y "

Sustituimos el valor despejado en la otra ecuación, en este caso, sustituimos el valor de x en la Ecuación II

$$x + 2y = 6 \rightarrow (4 - y) + 2y = 6$$

Como podemos notar, ahora en la ecuación solo esta la variable y . Esta ecuación se puede simplificar y despejar para obtener el valor de y .

$$(4 - y) + 2y = 6 \rightarrow 4 + y = 6 \rightarrow y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$$

Una vez que tengamos el valor de una de las variables, en este caso el de y , podemos sustituirlo en cualquiera de las 2 ecuaciones para encontrar el valor de la otra variable, en este caso x .

$$x + (2) = 4 \rightarrow x = 4 - 2 \rightarrow x = 2$$

$$x + 2(2) = 6 \rightarrow x + 4 = 6 \rightarrow x = 6 - 4 \rightarrow x = 2$$

Ejemplos del método de reducción

En este caso, hay dos maneras de resolver el sistema de ecuaciones siguiente.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

Por multiplicación

1 Eliminamos la x multiplicando la primera ecuación por 2 y la segunda por -3

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 & \xrightarrow{\times 2} 6x - 8y = -12 \\ 2x + 4y = 16 & \xrightarrow{\times (-3)} -6x - 12y = -48 \end{cases}$$

2 A la ecuación de arriba, le sumamos la ecuación de abajo y resolvemos la ecuación.

$$\begin{array}{rcl} \begin{cases} \cancel{6x} - 8y = -12 \\ \cancel{-6x} - 12y = -48 \end{cases} & & \\ \hline & -20y = -60 & y = 3 \end{array}$$

3 sustituimos el valor de y en cualquiera de las 2 ecuaciones iniciales, en este caso la segunda.

$$2x + 4 \cdot 3 = 16 \quad 2x + 12 = 16 \quad 2x = 4 \quad x = 2$$

4 La solución es:

$$x = 2, y = 3$$

Conclusión

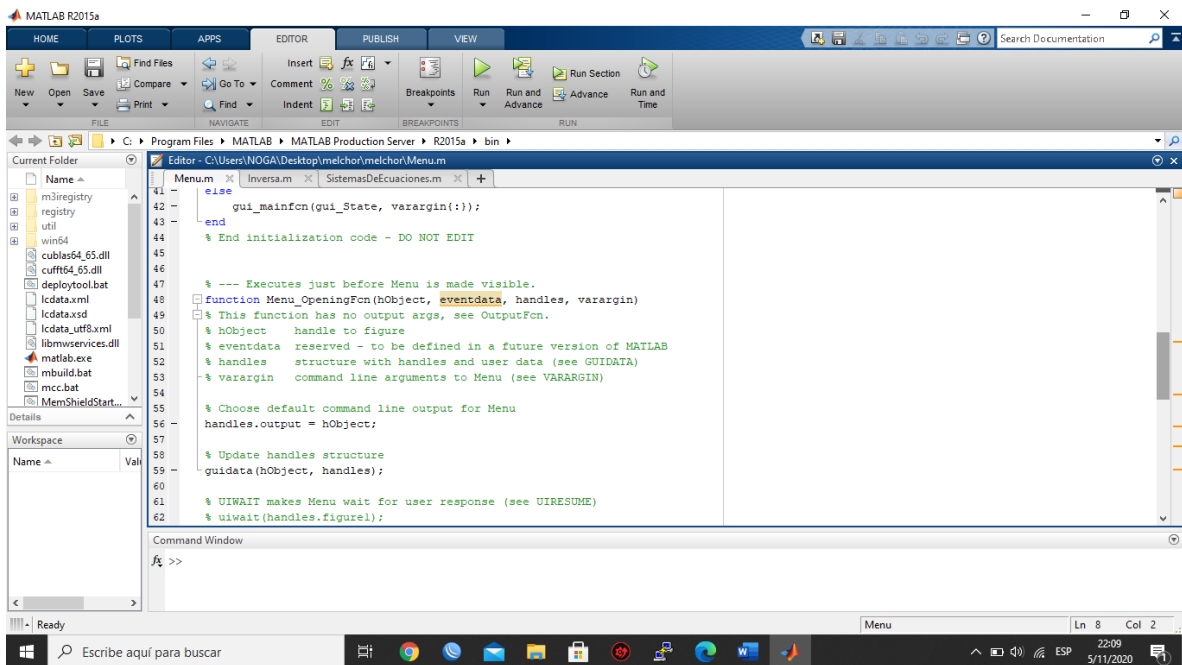
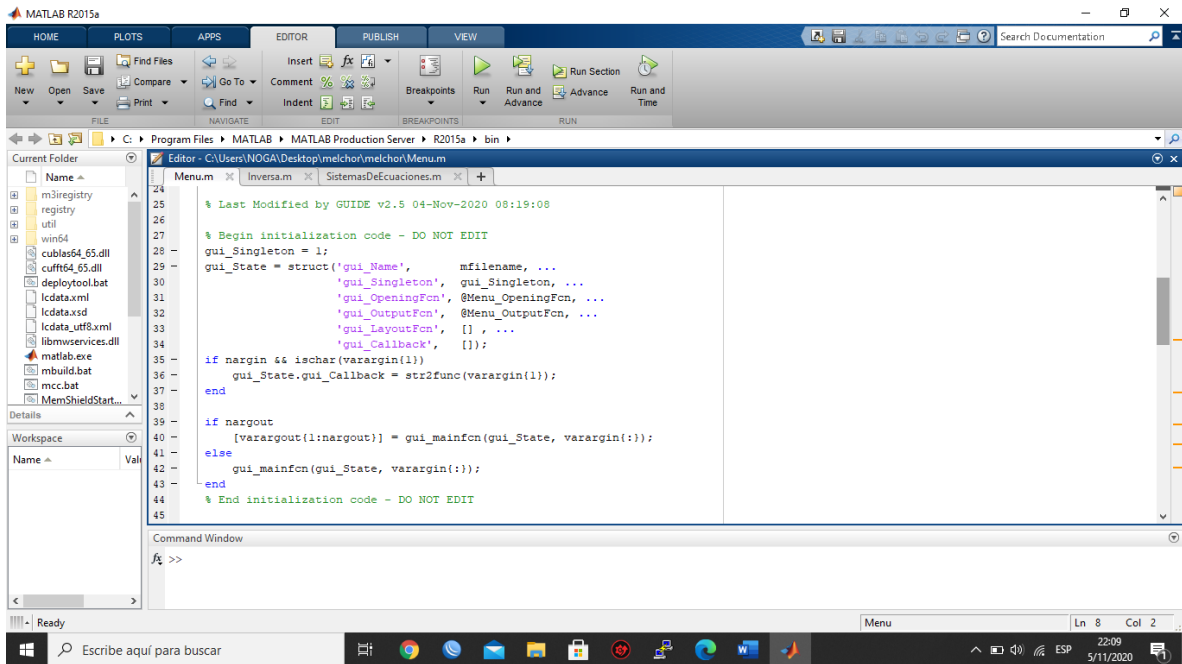
Hemos podido concluir que este tipo de ecuaciones es muy importante, ya que podemos identificar perfectamente que es una ecuación, y mayormente enfocarnos en las ecuaciones lineales.

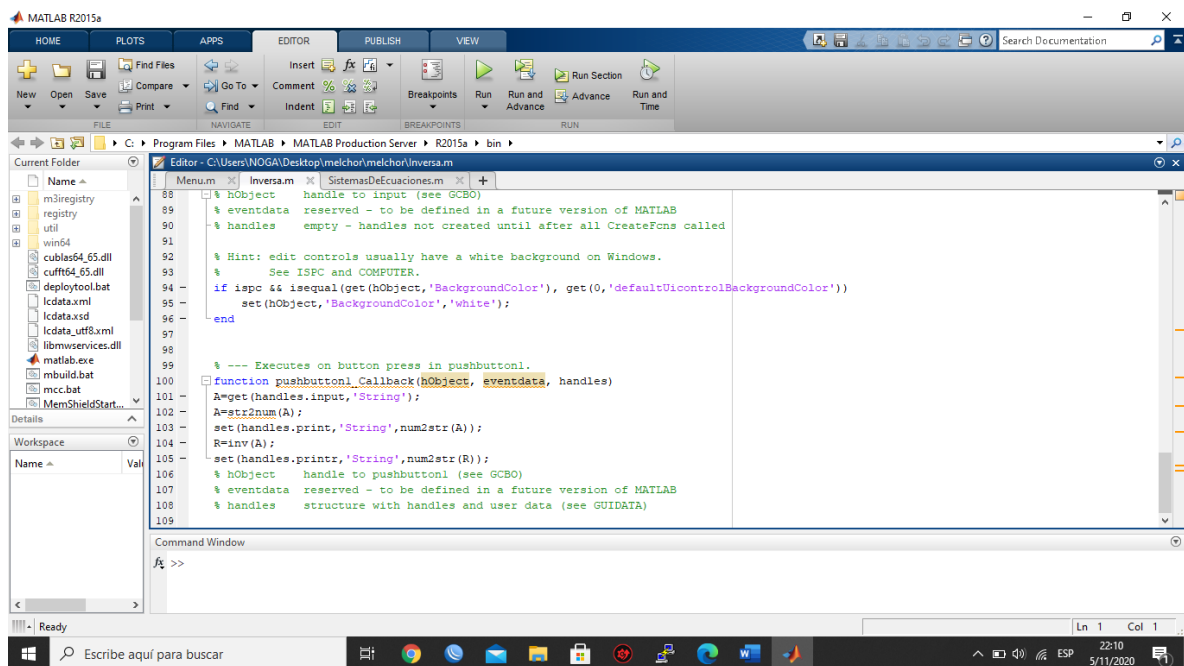
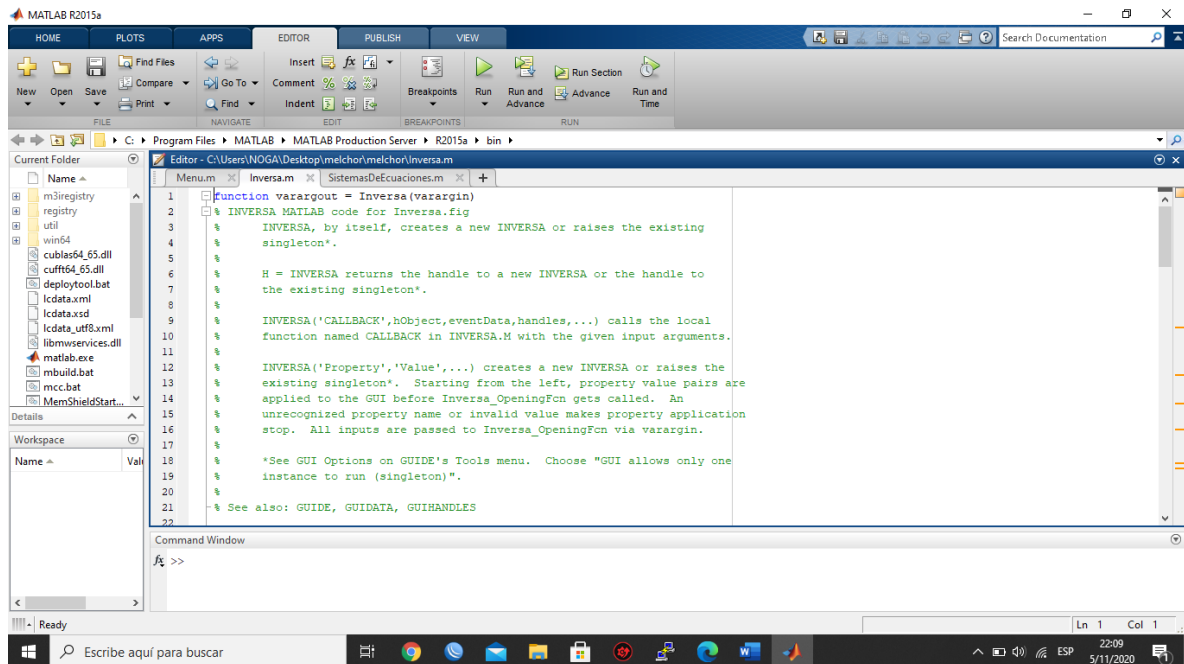
Las ecuaciones lineales se representan mediante rectas.

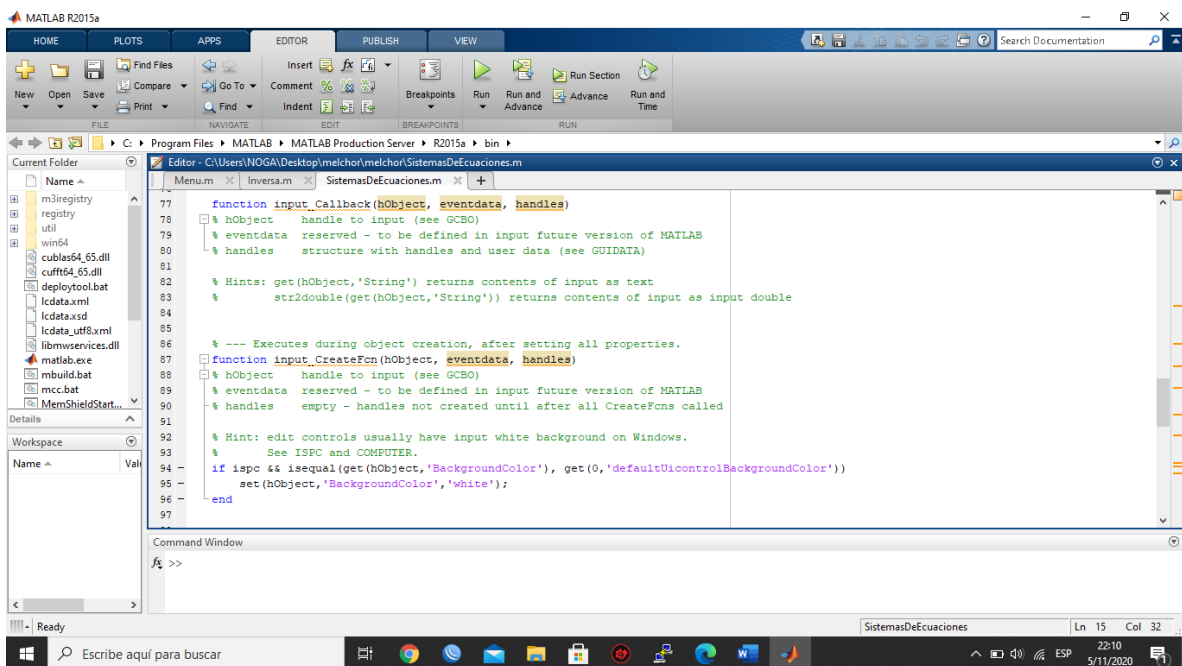
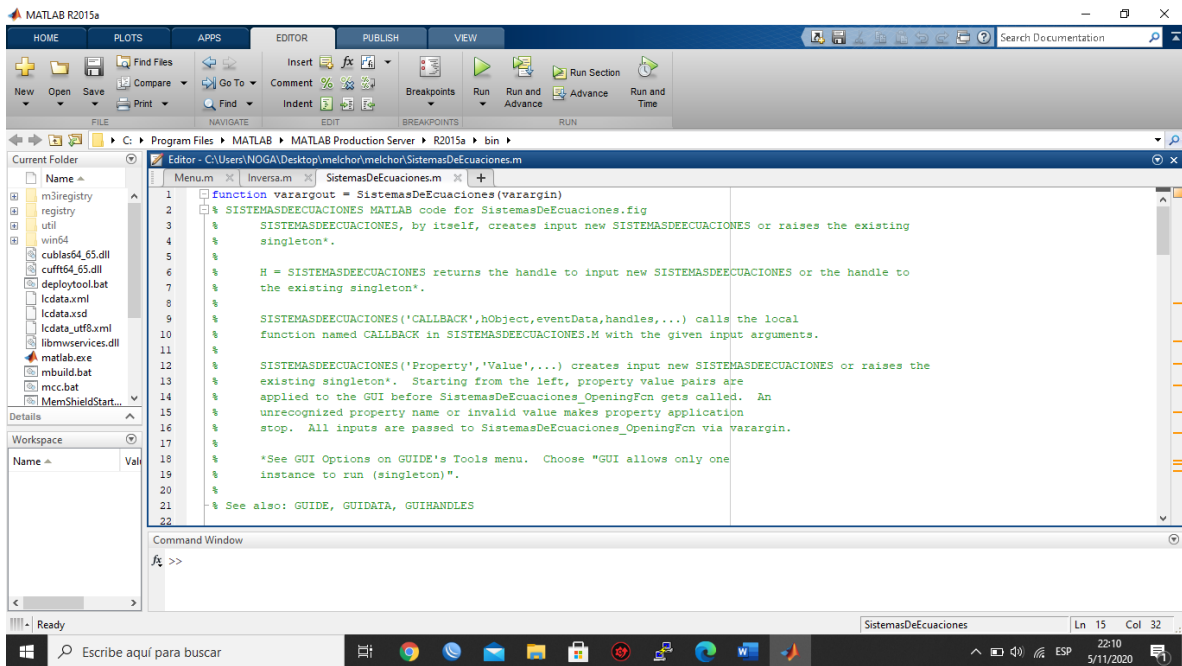
Pudimos observar que existen diferentes métodos de resolución, son los siguientes:

- Método de Sustitución
- Método de Igualación
- Método de Reducción

SOFTWARE CODIGO EN MATLAB

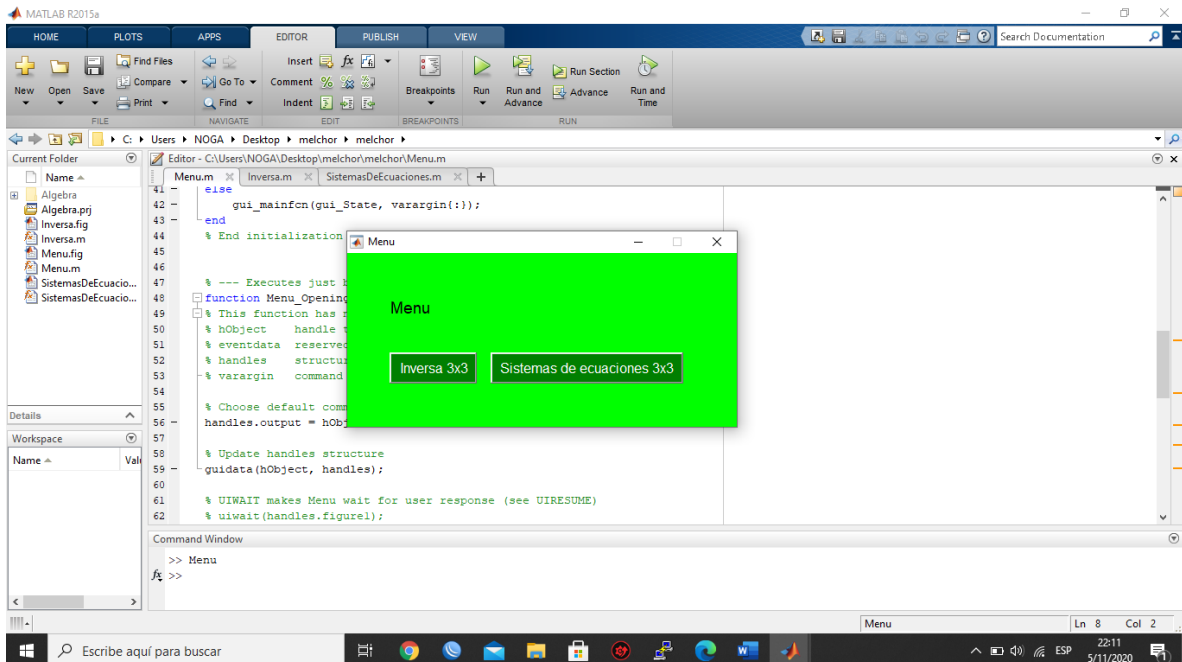




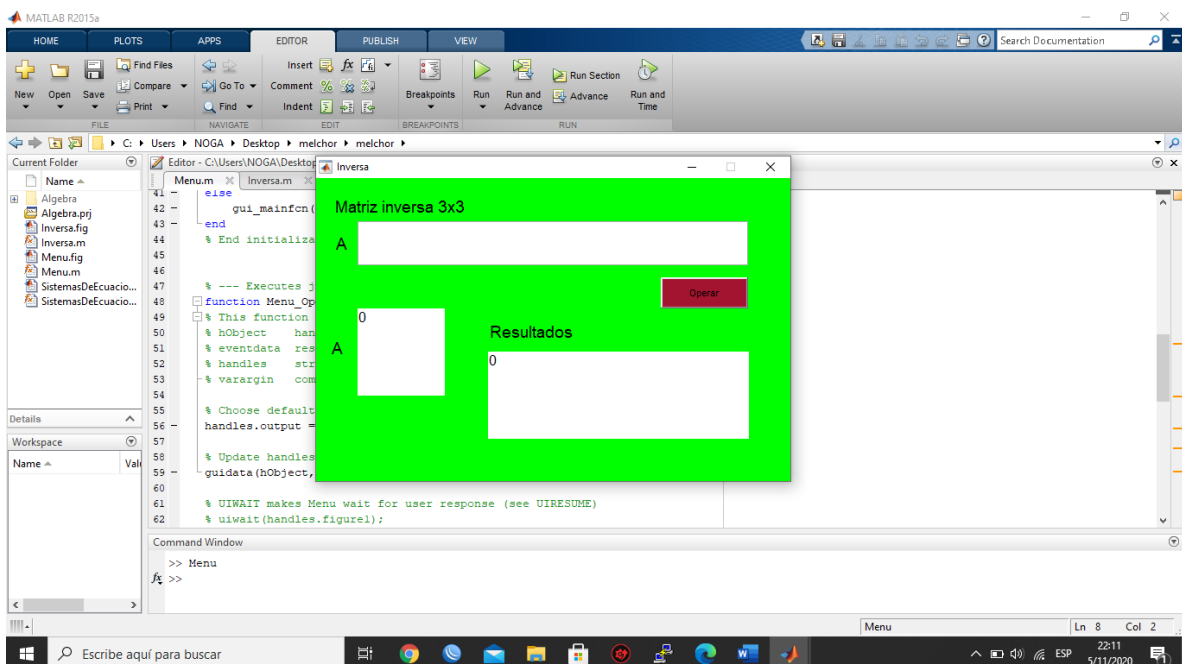


MANUAL TECNICO DEL USO DEL SOFTWARE

MENU



MATRIZ INVERSA



SISTEMA DE ECUACIONES

