



UNJANI
YOGYAKARTA



STATISTIKA

Alfirna Rizqi Lahitani, S.Kom., M.Eng.

Kuliah.alfirna@gmail.com

Tujuan Pembelajaran

Mampu membedakan Regresi Linier dan multivariable

Materi Hari ini:

Regresi Berganda

Setelah mengikuti pembelajaran ini,
mahasiswa diharapkan mampu:



Menyebutkan definisi Regresi Linier dan Jenisnya



Menyelesaikan kasus menggunakan Regresi

Regresi dalam kehidupan

Kegunaan analisis regresi adalah untuk mengetahui variabel-variabel kunci yang memiliki pengaruh terhadap suatu variabel bergantung, pemodelan, pendugaan (*estimation*), peramalan (*forecasting*).

Apa itu Regresi?

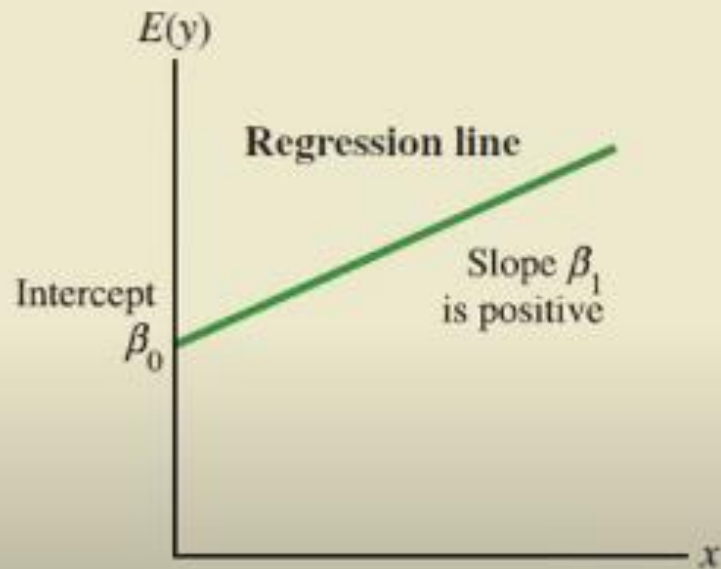
Analisis regresi dipergunakan untuk menelaah **hubungan** antara dua variabel atau lebih, terutama untuk **menelusuri pola** hubungan yang modelnya belum diketahui dengan sempurna atau untuk mengetahui bagaimana **variasi** dari beberapa variabel independen (X) **mempengaruhi** variabel dependen (Y) dalam suatu fenomena yang kompleks.

Regresi

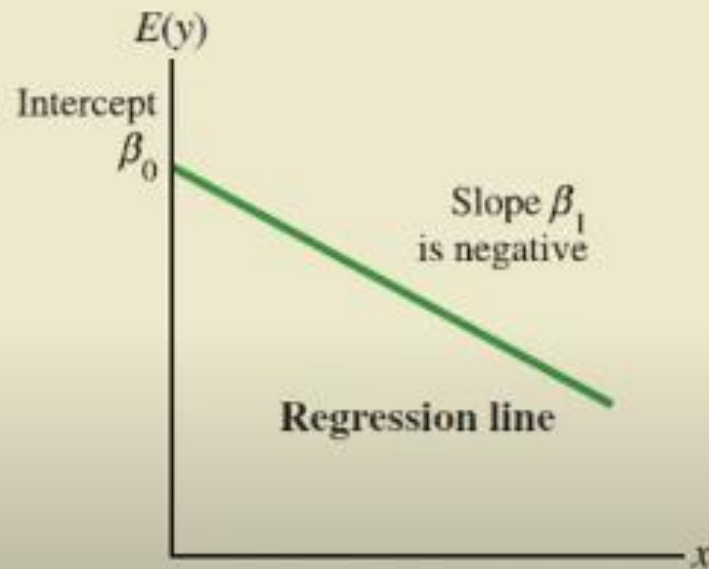
- Regresi adalah suatu metode analisis statistik yang digunakan untuk melihat pengaruh antara dua atau lebih banyak variabel.
- Hubungan variabel tersebut bersifat fungsional yang diwujudkan dalam suatu model matematis.
- Pada analisis regresi, variabel dibedakan menjadi dua bagian,
 - yaitu variabel respons (*response variable*) atau biasa juga disebut variabel bergantung (*dependent variable*) atau variabel terikat yang dinotasikan dengan (Y)
 - variabel *explanatory* atau biasa disebut penduga (*predictor variable*) atau disebut juga variabel bebas (*independent variable*) yang dinotasikan dengan (X)

Garis Linier

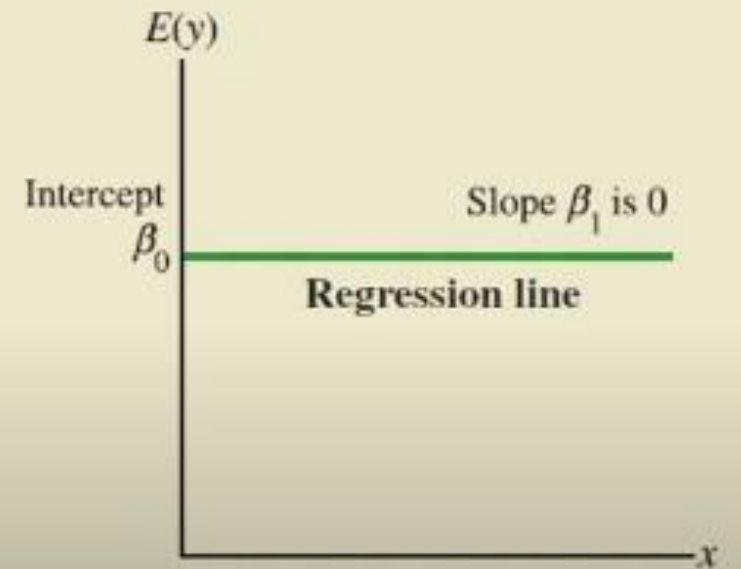
**Panel A:
Positive Linear Relationship**



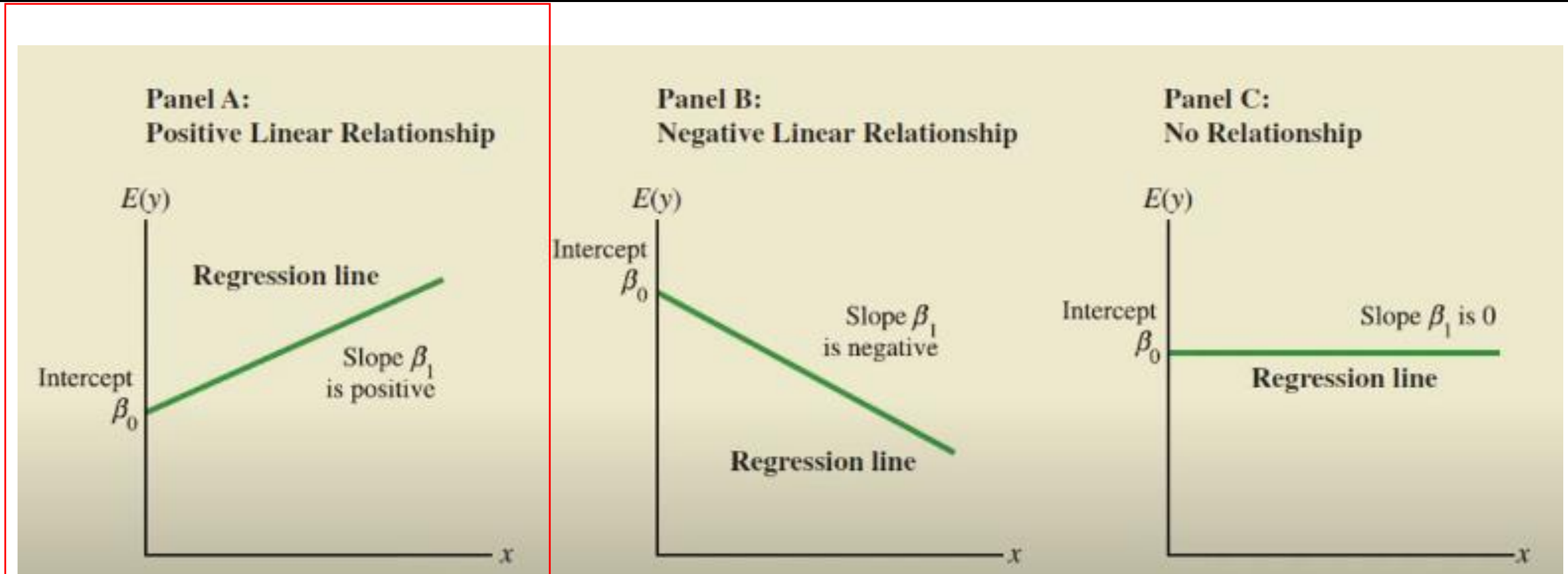
**Panel B:
Negative Linear Relationship**



**Panel C:
No Relationship**

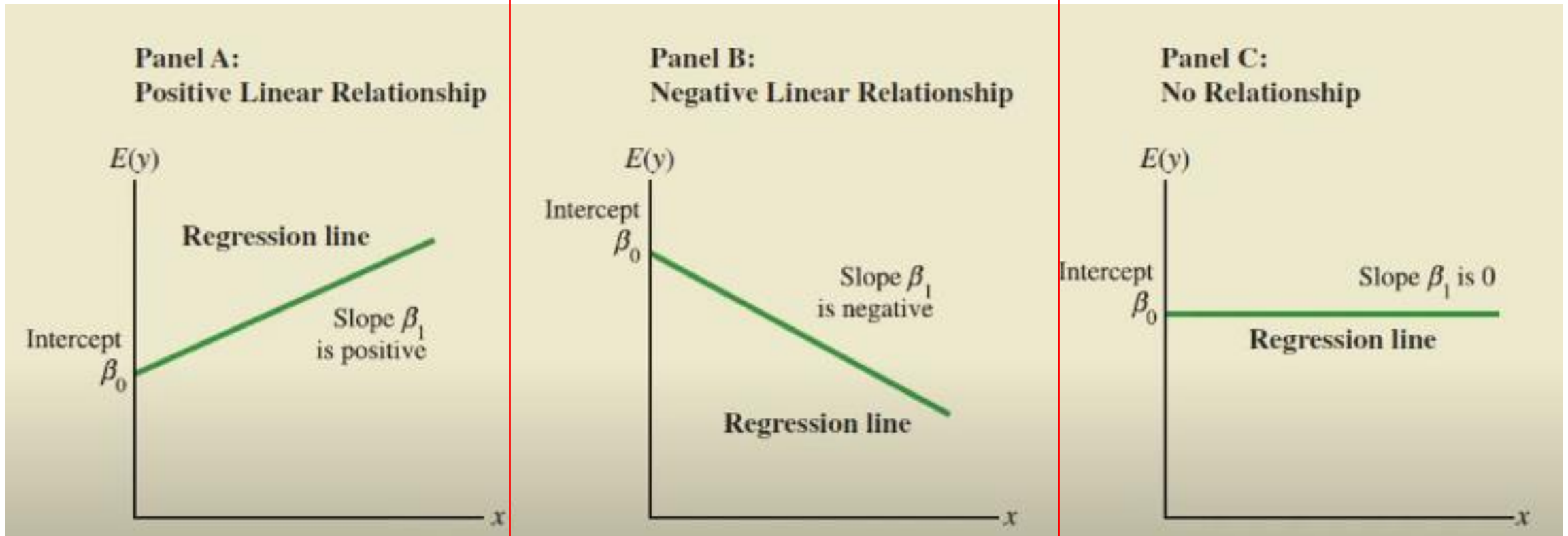


Garis Linier



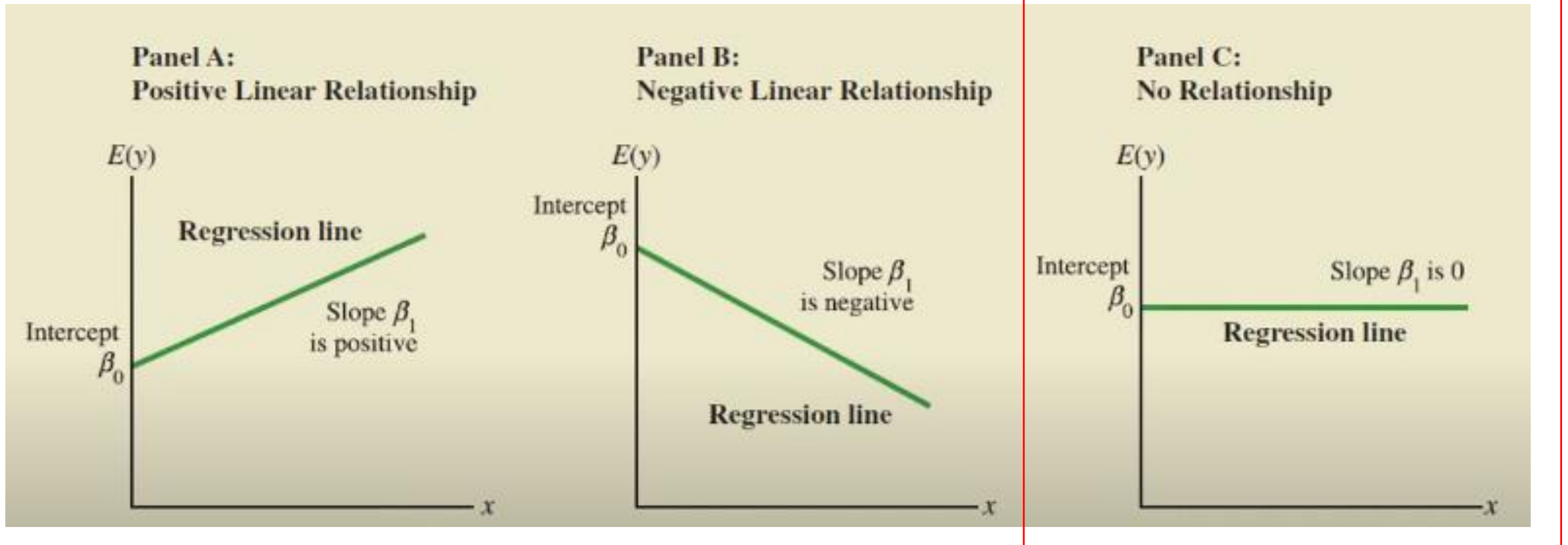
- Panel A: Linier Positif
Semakin Besar X maka semakin besar Y
Kebab Armand: Semakin banyak mahasiswa maka semakin besar Pendapatan

Garis Linier



- Panel B: Linier Negatif
Semakin Besar X maka semakin kecil Y
Kebab Armand: Semakin besar mahasiswa maka semakin sedikit Pendapatan

Garis Linier



- Panel C: Tidak ada Hubungan
Berapapun besarnya X tidak akan mempengaruhi variable Y
Kebab Armand: Sedikit atau banyak mahasiswa tidak berpengaruh terhadap Pendapatan

Penggambaran Garis Regresi

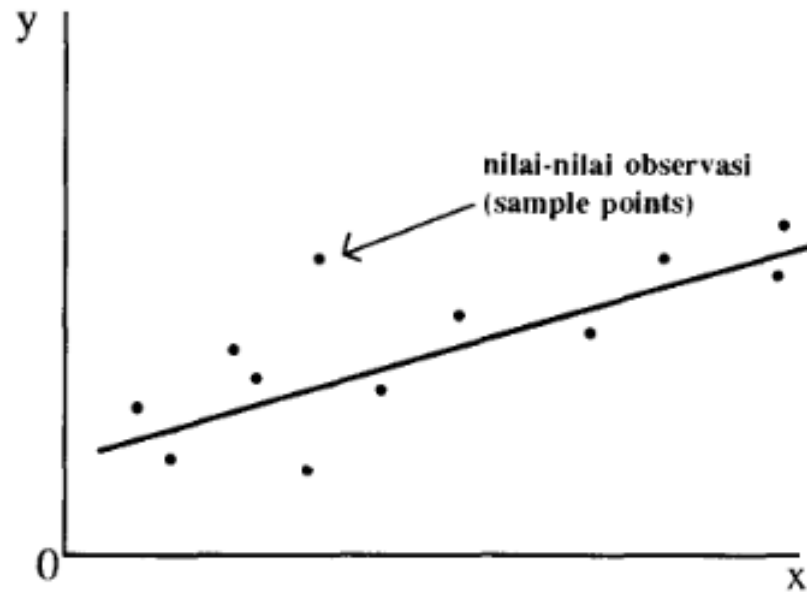
Ada 2 cara penggambaran garis regresi:

1. Metode diagram pencar (*scatter diagram*)
2. Metode kuadrat terkecil (*least squares method*) →
pada regresi linear sederhana

Metode Diagram Pencar

- Jika pasangan observasi pengukuran (x_1, y_1) digambarkan akan diperoleh titik-titik koordinat yang menghubungkan kedua hasil observasi: **diagram pencar** (*scatter diagram*)
- Diagram pencar memiliki 2 manfaat:
 1. Membantu menunjukkan apakah terdapat hubungan yang bermanfaat antara dua variabel
 2. Membantu menentukan tipe persamaan yang menunjukkan hubungan antara kedua variabel

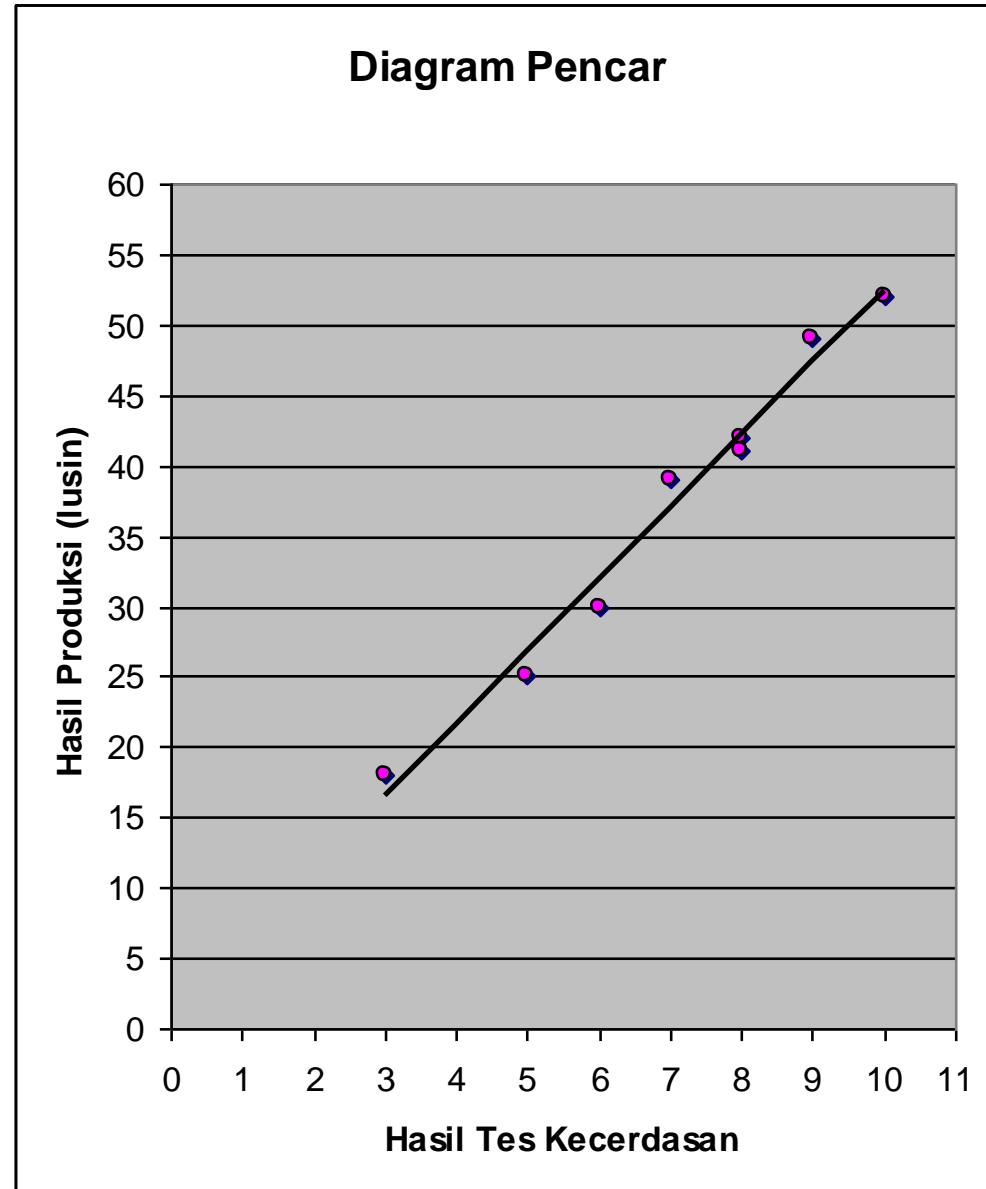
- Biasanya yang sering digunakan dan mudah untuk perhitungan, menggunakan persamaan garis linear dari scatter diagram dengan garis lurus



Gb.1.3. Scatter Diagram dengan garis linear

Contoh:

Karyawan	Hasil Produksi (lusin) (Y)	Skor Tes Kecerdasan (X)
A	30	6
B	49	9
C	18	3
D	42	8
E	39	7
F	25	5
G	41	8
H	52	10





Persamaan Regresi

Regresi Linear

Regresi linear dibagi menjadi 2 yaitu:

1. Regresi linear sederhana, digunakan untuk menguji pengaruh satu variabel X terhadap variabel Y
2. Regresi linear berganda, digunakan untuk menguji pengaruh X_1, X_2, dst terhadap variabel Y

Regresi Linear Sederhana

Metode Kuadrat Terkecil

- Regresi linear sederhana untuk mempelajari hubungan linear antara dua variabel
- Model regresi linear sederhana:

$$Y = a + bX$$

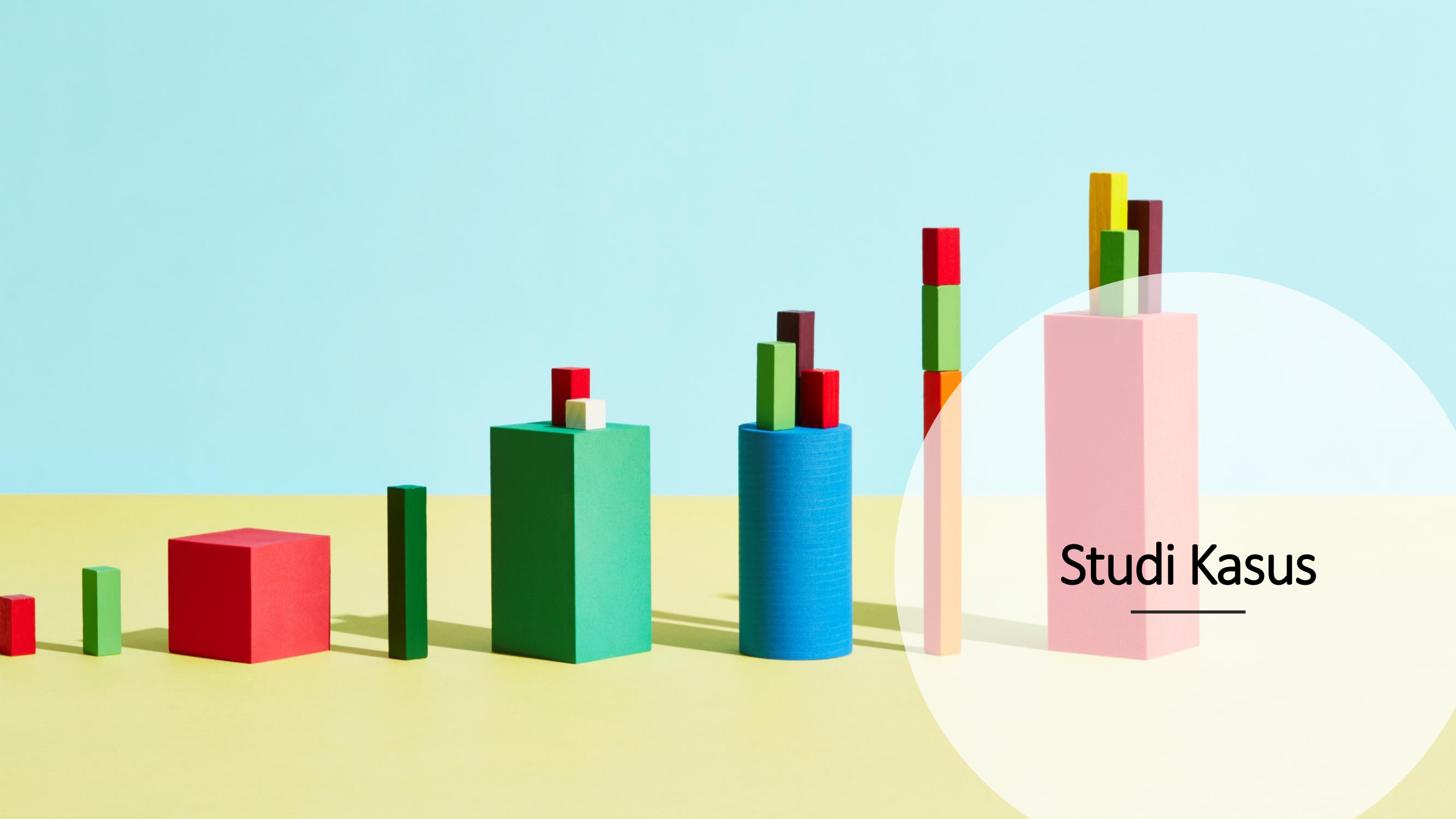
Dimana

Y : variabel dependen

X : variabel independen

a : konstanta (*intercept*)

b : angka arah atau koefisien regresi, yang menunjukkan (+) terjadi peningkatan dan (-) terjadi penurunan



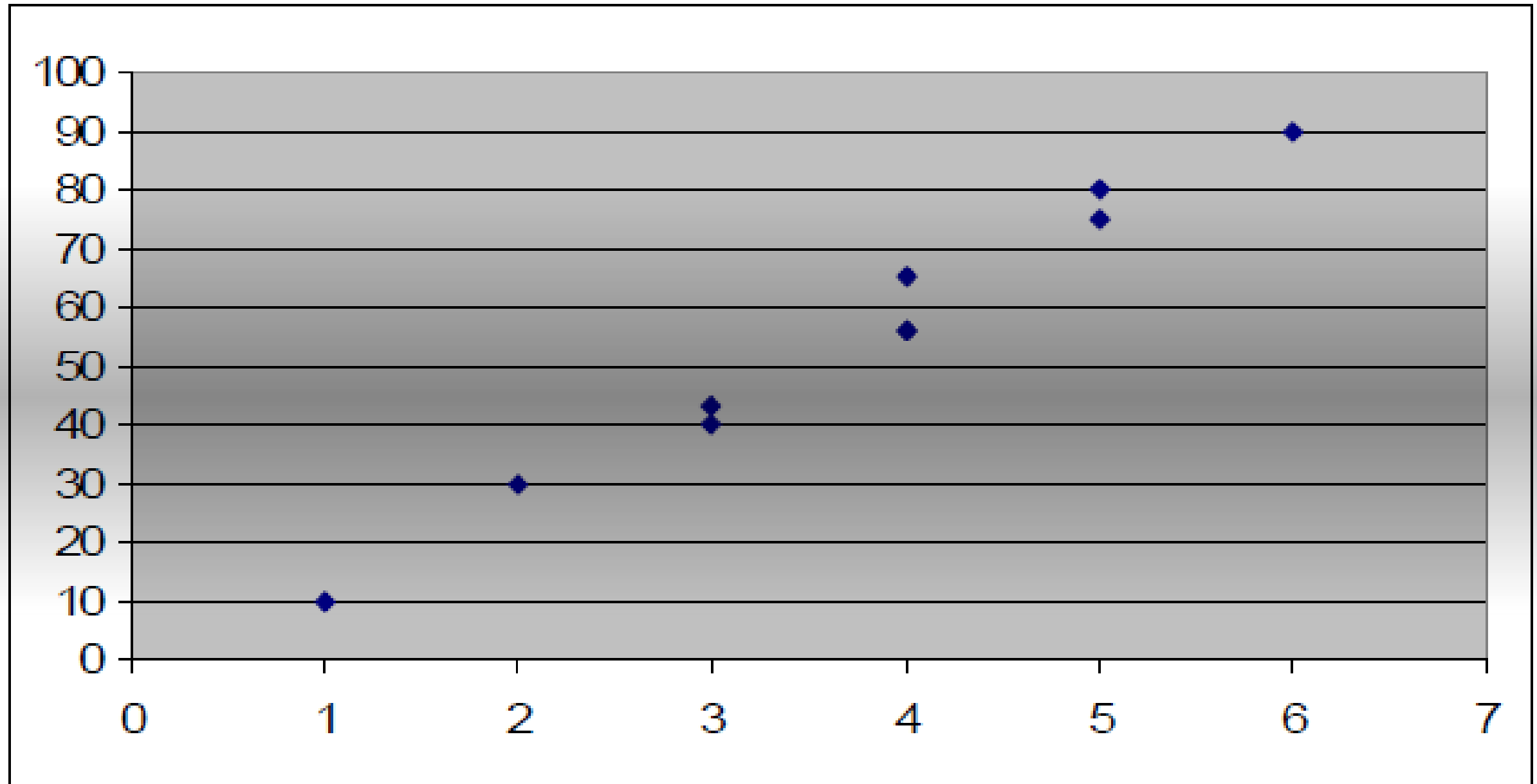
Studi Kasus

Contoh Kasus

Jika kita ingin melihat pengaruh jenjang pendidikan X terhadap keterampilan lapangan Y , dan diketahui data yang diperoleh adalah sebagai berikut :

No	X	Y
1	4	56
2	4	65
3	3	43
4	5	80
5	3	40
6	2	30
7	1	10
8	5	75
9	6	90
10	4	56

Diagram pencar yang dibentuk :



- Nilai dari a dan b pada persamaan regresi dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$a = \frac{(\sum Y_i)(\sum X_i^2) - (\sum X_i)(\sum X_i Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$b = \frac{n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

Contoh Kasus

No	X	Y	X^2	Y^2	XY
1	4	56	16	3136	224
2	4	65	16	4225	260
3	3	43	9	1849	129
4	5	80	25	6400	400
5	3	40	9	1600	120
6	2	30	4	900	60
7	1	10	1	100	10
8	5	75	25	5625	375
9	6	90	36	8100	540
10	4	56	16	3136	224
Σ	37	545	157	35071	2342

Contoh Kasus

$$\text{Hitung nilai } a = \frac{\sum Y - b \cdot \sum X}{n}$$

$$a = \frac{\sum Y - b \cdot \sum X}{n} = \frac{545 - (16,19 \cdot 37)}{10} = \frac{-3398,46}{10} = -5,42$$

$$\text{Hitung nilai } b = \frac{n \cdot \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{n \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2},$$

$$b = \frac{n \cdot \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{n \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{10 \cdot 2342 - (37 \cdot 545)}{10 \cdot 157 - (37)^2} = \frac{23420 - 20165}{1570 - 1369}$$

$$b = \frac{23420 - 20165}{1570 - 1369} = \frac{3255}{201} = 16,19$$

Persamaan regresi yang dibentuk mengikuti formulasi :

$$\hat{Y} = a + bX$$

$$\hat{Y} = -5,42 + 16,19X$$

Contoh Kasus

Semisal : $X = 2$

Maka: $Y = a + b X$

$$Y = -5.42 + 16.19 (2)$$

$$Y = -5.42 + 32.38$$

$$Y = 26.96$$

Semisal : $X = 7$

Maka: $Y = a + b X$

$$Y = -5.42 + 16.19 (7)$$

$$Y = -5.42 + 113.33$$

$$Y = 107.91$$

Contoh Kasus

Kesimpulan Berdasarkan hasil perhitungan:

Angka arah atau koefisien regresi (b) bernilai (+) menunjukkan adanya peningkatan.

Ketika nilai X meningkat maka Y meningkat, sehingga hubungannya adalah Positif.

Regresi Linear Berganda (Multivariate)

Persamaan regresi ganda diformulasikan ke dalam bentuk berikut :

Dua variabel bebas	$\hat{Y} = a + b_1X_1 + b_2X_2$
Tiga variabel bebas	$\hat{Y} = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$
Empat variabel bebas	$\hat{Y} = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4$
n variabel bebas	$\hat{Y} = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n$

Regresi Linear Berganda (Multivariate)

Langkah-langkah yang dilakukan untuk uji regresi ganda adalah :

1. Rumuskan H_a dan H_o dalam bentuk pernyataan kalimat.
2. Rumuskan H_a dan H_o dalam bentuk hubungan statistik.
3. Buat tabel pembantu.
4. Tentukan nilai a, b_1 dan b_2 .

$$b_1 = \frac{(\sum x_2^2)(\sum x_1 y) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_2 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$b_2 = \frac{(\sum x_1^2)(\sum x_2 y) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_1 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

Regresi Linear Berganda (Multivariate)

$$a = \frac{\sum Y}{n} - b_1 \cdot \left(\frac{\sum X_1}{n} \right) - b_2 \cdot \left(\frac{\sum X_2}{n} \right)$$

perhatikan : $\sum x_1^2 \neq \sum X_1^2$, dan seterusnya.

Dengan ketentuan :

a. Hitung jumlah kuadrat x_1 atau $\sum x_1^2 = \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n}$

Regresi Linear Berganda (Multivariate)

- b. Hitung jumlah kuadrat x_2 atau $\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n}$
- c. Hitung jumlah kuadrat y atau $\sum y^2 = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}$
- d. Hitung jumlah kuadrat x_1y atau $\sum x_1y = \sum X_1Y - \frac{(\sum X_1)(\sum Y)}{n}$
- e. Hitung jumlah kuadrat x_2y atau $\sum x_2y = \sum X_2Y - \frac{(\sum X_2)(\sum Y)}{n}$
- f. Hitung jumlah kuadrat x_1x_2 atau $\sum x_1x_2 = \sum X_1X_2 - \frac{(\sum X_1)(\sum X_2)}{n}$

Contoh Kasus Regresi Multivalue

No	X_1	X_2	Y
1	9	125	37
2	12	137	41
3	6	99	34
4	10	122	39
5	9	129	39
6	10	128	40
7	7	96	37
8	8	104	39
9	11	132	42
10	6	95	35
11	10	114	41
12	8	101	40
13	12	146	43
14	10	132	38

(Riduwan, 2003)

Refleksi