作业五

Noflowerzzk

2025.3.21

3 - 2

(1) $p = m\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = m\omega(-a\sin\omega t\boldsymbol{i} + b\cos\omega t\boldsymbol{j})$

(2) $I = \Delta p = 0$.

3 - 5

(1) $p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = 1.36 \times 10^{-22}\ \mathrm{kg \cdot m/s}$, 与 p_1 夹角为 152°

(2) $E_k = \dfrac{p^2}{2m} = 1.59 \times 10^{-19}\mathrm{J}$

3 - 7

设空气密度为 ρ, 帆面积为 S, 时间 $\mathrm{d}t$ 内，$\mathrm{d}m = \rho S(v_0 - v)\mathrm{d}t$, 故 $F = \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \rho S(v_0 - v)^2$, 因此 $P = \rho S v(v_0 - v)^2$, 即当 $v = \dfrac{1}{3}v_0$ 是功率最大.

3 - 8

易知 v_A 沿 AB 方向，沿绳方向速度相等，$v_A = v_B\cos\theta$. 设 B 的方向和 AB 夹角为 θ 对 A 分析有 $m_A v_A = I_{AB}$, 对 B 分析有 $m_B v_B\cos\theta = I\cos\alpha - I_{AB}, m_B v_B\sin\theta = I\sin\alpha$. 由上面的式子解得 $I = \dfrac{m_B(m_A + m_B)v_B}{\sqrt{m_B^2\cos^2\alpha + (m_A + m_B)^2\sin^2\alpha}}$, $\theta = \arctan\left(\dfrac{m_A + m_B}{m_B}\tan\alpha\right)$

3 - 9

由动量定理及二炮弹在空中飞行时间相同，有 $x_1 m + x_2 m = x_0(2m)$, 得 $x_2 = \dfrac{3}{2}x_0$.

3 - 14

$k = \dfrac{mg}{x_0} = 20\mathrm{N/m}$. 油灰冲撞时动量守恒，有 $(m_1 + m_2)v = m_2\sqrt{2gh}$, 又能量守恒有 $\dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + \dfrac{1}{2}kx_0^2 + (m_1 + m_2)gx = \dfrac{1}{2}k(x_0 + x)^2$, 解得 $x = 0.3\mathrm{m}$.

3 - 15

(1) A 开始运动瞬间速度为 v_0, 则 $\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mv_0^2$, $v_0=\sqrt{\frac{kx_0^2}{3m}}$. 又分离后 A,B 动量守恒，二块速度相等时速度为 $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{kx_0^2}{3m}}$

(2) 即 A,B 速度相等时，能量守恒有 $\frac{1}{2}m_2v_0^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2+\frac{1}{2}kx^2$, 得伸长量为 $x=\frac{1}{2}x_0$

补充题 1

(1) 能量守恒有 $mgl=\frac{1}{2}Mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2$, 水平方向动量守恒有 $Mv_1=mv_2$ 解得 $v_1=\sqrt{2\frac{M(M+m)}{m}v_1^2}$.

(2) 能量守恒有 $\frac{1}{2}mgl=\frac{1}{2}Mv_M^2+\frac{1}{2}m\left(v_M-\frac{1}{2}v_m\right)^2+\frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{3}}{2}v_m\right)^2$ 以及同上的水平方向动量守恒，解得 $v_M=m\sqrt{\frac{gl}{4M^2+7mM+3m^2}}$

(3) 对木板，$A_M=\frac{1}{2}Mv_1^2$, $A+A_M=0$, 解得 $A=-\frac{m^2gl}{M+m}$

补充题 2

碰撞瞬间动量守恒，有 $m\sqrt{2gh}=(M_1+m)v_1$. 此时 $h_1=-\frac{M_1g}{k}$. 恰脱离时，$h_2=\frac{M_2g}{k}$. 整个反弹过程能量守恒，有 $\frac{1}{2}(M_1+m)v_1^2+(M_1+m)gh_1+\frac{1}{2}kh_1^2=(M_1+m)gh_2+\frac{1}{2}kx_2^2$. 联立得 $h=\frac{g}{2k}\frac{(M_1+m)(M_1+M_2)(M_1+M_2+m)}{m^2}$.

补充题 3

(1) $F=-\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t}=\frac{V}{r^2}\mathrm{e}^{-\frac{r}{r_0}}$.

(2) $r=r_0$ 时 $F=\frac{V}{r_0^2}$. $F=0.01\frac{V}{r_0^2}$ 时 $r=2.3\times10^{-14}\mathrm{m}$

(3) $F=\frac{Vr_0}{r^2}$. 当 $F=\frac{1}{100}F(r_0)$ 时有 $r=1.5\times10^{-15}\mathrm{m}$