作业六

Noflowerzzk

2025.3.27

3 - 11

由于 $F\mathrm{d}t = \mathrm{d}p =\approx m\mathrm{d}v$, $F = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = (m_0 - qt)\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, 即 $\dfrac{\mathrm{d}t}{m_0 - qt} = \dfrac{\mathrm{d}v}{F}$, 积分即有 $v = \dfrac{F}{q}\ln\left(\dfrac{m_0}{m_0 - qt}\right)$.

3 - 12

(1) $F = v\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = Mg$, 故 $\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = 58.8\mathrm{kg/s}$

(2) 同理 $F = M(g + a)$, $\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = 176.4\mathrm{kg/s}$

3 - 13

时间 $\mathrm{d}t$ 内，物体与尘埃动量守恒，即 $\mathrm{d}p = 0$, 此时物体速度为 v，有 $\dfrac{m_0v_0}{v}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \rho Sv^2 = 0$. 得 $v = \dfrac{m_0v_0}{\sqrt{m_0^2 + 2m_0v_0\rho St}}$

3 - 17

木块下滑 30 cm 时能量守恒，有 $Mgx\sin\alpha - \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2}mv_2$ 有 $v_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{m/s}$.
子弹打入瞬间，沿斜面方向动量守恒，$Mv_0 - mv\cos\alpha = (M + m)v_1$ 得 $v_1 = -0.857\mathrm{m/s}$.

3 - 19

C 和板碰撞动量守恒，有 $mv_0 = (M + m)v$. 故 $v = \dfrac{m}{m + M}v_0$.
此后 $a_A = -\dfrac{\mu mg}{M + m}$, $a_B = \mu g$, 相对加速度为 $a' = a_B - a_A$, 相对速度为 v, 则 $v^2 = 2a'l$ 有 $v_0 = \sqrt{\dfrac{2\mu gl(M + 2m)(M + m)}{m^2}}$

3 - 20

显然 $W = \pi cvR$, 冲量为 $I = \displaystyle\int F\mathrm{d}t = c\int v\mathrm{d}t = 2cR\hat{\boldsymbol{x}}$

3 - 21

设高度为 h, 有 $v=\sqrt{2g(H-h)}$, 故 $s=2\sqrt{h(H-h)}$, 当 $h=\dfrac{1}{2}H$ 时最大.

3 - 23

(1) 设木块撞后速度为 u, 竖直方向动量守恒，有 $mv_0\cos\theta=-mv_y+Mu$, 又由恢复系数，$ev_y=u+v_y$, 得 $v_x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}v_0$, $v_y=\dfrac{1}{6}v_0$.

(2) 平衡时，$Mg=\rho g\dfrac{2}{3}a^3$ 恰沉入时，合外力做功为 $W=\displaystyle\int_0^{a/3}-\rho gya^2\mathrm{d}a=-\dfrac{1}{18}\rho ga^4$. 故此时 $0-\dfrac{1}{2}Mu^2=W$, 得 $v_0=\sqrt{6ga}$.

3 - 25

$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$. $\boldsymbol{L}=m\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{v}=mab\omega\boldsymbol{k}$. $\boldsymbol{M}=\dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}=0$.

3 - 26

首先 $gR^2=GM$. 飞船受有心力，角动量守恒，有 $mRv_2=m(4R)v_\theta$. $v_\theta=\sqrt{\dfrac{gR}{8}}$. 动能定理有 $\dfrac{GmM}{4R}-\dfrac{GMm}{R}=\dfrac{1}{2}m(v^2-v_2^2)$, $v=\sqrt{\dfrac{gR}{2}}$. 因此夹角 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$.

3 - 27

角动量守恒，$mhv_0=mlv_1$, 因此 $\dfrac{E_k}{E_{k_0}}=\dfrac{h^2}{l^2}$.

3 - 28

子弹射入过程动量守恒，有 $mv_0=(M+m)v_1$.

圆周过程由动能定理，$-\dfrac{1}{2}k(L-L_0)^2=\dfrac{1}{2}(M+m)(v^2-v_1^2)$. 得 $v=\sqrt{\left(\dfrac{m}{m+M}v_0\right)^2-k\dfrac{(L-L_0)^2}{M+m}}$.

角动量守恒有 $mL_0v_0=(M+m)Lv_\theta$, $v_\theta=\dfrac{mL_0}{(M+m)L}v_0$, 因此 $\theta=\arcsin\dfrac{v_\theta}{v}=\arcsin\dfrac{\frac{mL_0}{(M+m)L}v_0}{\sqrt{\left(\frac{m}{m+M}v_0\right)^2-k\frac{(L-L_0)^2}{M+m}}}$