introdução aos sistemas dinâmicos

sistemas de edos não-lineares, com coeficientes constantes — parte três

1.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem não-lineares:

$$\begin{cases} x'(t) = -x - 2x^2 - 2y - y^2 \\ y'(t) = -x - 2x^2 - y - 2y^2 \end{cases}$$

1.1 Mostre que

$$\begin{cases} x_1(t) = 0 \\ y_1(t) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2(t) = -1/2 \\ y_2(t) = 0 \end{cases}$$

são soluções de equilíbrio/pontos fixos do sistema.

1.2 Esboce o retrato de fases das soluções do sistema numa vizinhança de cada uma das soluções de equilíbrio.

2.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem não-lineares:

$$\begin{cases} x'(t) = -x - 2x^2 - 2y - y^2 \\ y'(t) = -x - y^2 \end{cases}$$

2.1 Mostre que

$$\begin{cases} x_1(t) = 0 \\ y_1(t) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2(t) = -1 \\ y_2(t) = -1 \end{cases}$$

são soluções de equilíbrio/pontos fixos do sistema.

2.2 Esboce o retrato de fases das soluções do sistema numa vizinhança de cada uma das soluções de equilíbrio.

3.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem não-lineares:

$$\begin{cases} x'(t) = -x - 2y - y^2 \\ y'(t) = -x - y \end{cases}$$

3.1 Mostre que

$$\begin{cases} x_1(t) = 0 \\ y_1(t) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2(t) = 1 \\ y_2(t) = -1 \end{cases}$$

são soluções de equilíbrio/pontos fixos do sistema.

3.2 Esboce o retrato de fases das soluções do sistema numa vizinhança de cada uma das soluções de equilíbrio.

4.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem não-lineares:

$$\begin{cases} x'(t) = -x + x^2 - y - 2y^2 \\ y'(t) = x - x^2 - y + y^2 \end{cases}$$

4.1 Mostre que

$$\begin{cases} x_1(t) = 0 \\ y_1(t) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2(t) = 1 \\ y_2(t) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_3(t) = 3 \\ y_3(t) = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_4(t) = -2 \\ y_4(t) = -2 \end{cases}$$

são soluções de equilíbrio/pontos fixos do sistema.

4.2 Esboce o retrato de fases das soluções do sistema numa vizinhança de cada uma das soluções de equilíbrio.