introdução aos sistemas dinâmicos

sistemas de edos lineares, homogéneas e autónomas — parte um

1.

Escreva a solução geral do seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x \\[2mm] \dfrac{dy}{dt} = 2x - 2y \end{cases}$$

2.

Escreva a solução geral do seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y \\[2mm] \dfrac{dy}{dt} = -2x + 4y \end{cases}$$

3.

Escreva a solução geral do seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + y \\[2mm] \dfrac{dy}{dt} = x - y \end{cases}$$

4.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x \\[2mm] \dfrac{dy}{dt} = 2x - 2y \end{cases}$$

Encontre a sua solução geral, escrevendo as constantes arbitrárias em função dos valores que a solução toma no instante inicial, $(x_\circ, y_\circ) = (x(0), y(0))$. Determine o valor da solução para $t = 1.2$, sabendo que $(x_\circ, y_\circ) = (1, 1)$.

5.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + 4y \\[2mm] \dfrac{dy}{dt} = -3x - 5y \end{cases}$$

Encontre a sua solução geral, escrevendo as constantes arbitrárias em função dos valores que a solução toma no instante inicial, $(x_\circ, y_\circ) = (x(0), y(0))$. Determine o valor da solução para $t = 1$, sabendo que $(x_\circ, y_\circ) = (2, -1)$.

6.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x - y \\ \dfrac{dy}{dt} = -x - 2y \end{cases}$$

6.1 Encontre a sua solução geral, escrevendo as constantes arbitrárias em função dos valores que a solução toma no instante inicial, isto é, $(x_\circ, y_\circ) = (x(0), y(0))$.

6.2 Mostre que, qualquer que seja $(x_\circ, y_\circ)$, a evolução do sistema é sempre no sentido de se aproximar da solução de equilíbrio/ponto fixo.

7.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, sujeitas a certas condições iniciais:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + 4y \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + y \end{cases}$$

Encontre a sua solução geral, escrevendo as constantes arbitrárias em função dos valores que a solução toma no instante inicial, isto é, $(x_\circ, y_\circ) = (x(0), y(0))$.

8.

Escreva a solução geral do seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y \\ \dfrac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

9.

Escreva a solução geral do seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + y \\ \dfrac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases}$$

10.

Considere o seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x - 5y \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + 5y \end{cases}$$

Encontre a sua solução geral, procurando escrever as constantes arbitrárias em função dos valores que a solução toma no instante inicial, isto é, $(x_\circ, y_\circ) = (x(0), y(0))$. Determine o valor da solução para $t = -\pi/2$, sabendo que $(x_\circ, y_\circ) = (1, 0)$.