Relatório Trabalho Prático 2

Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

Mestrado Integrado em Engenharia Informática

Braga, 27 de novembro de 2017

Grupo 33

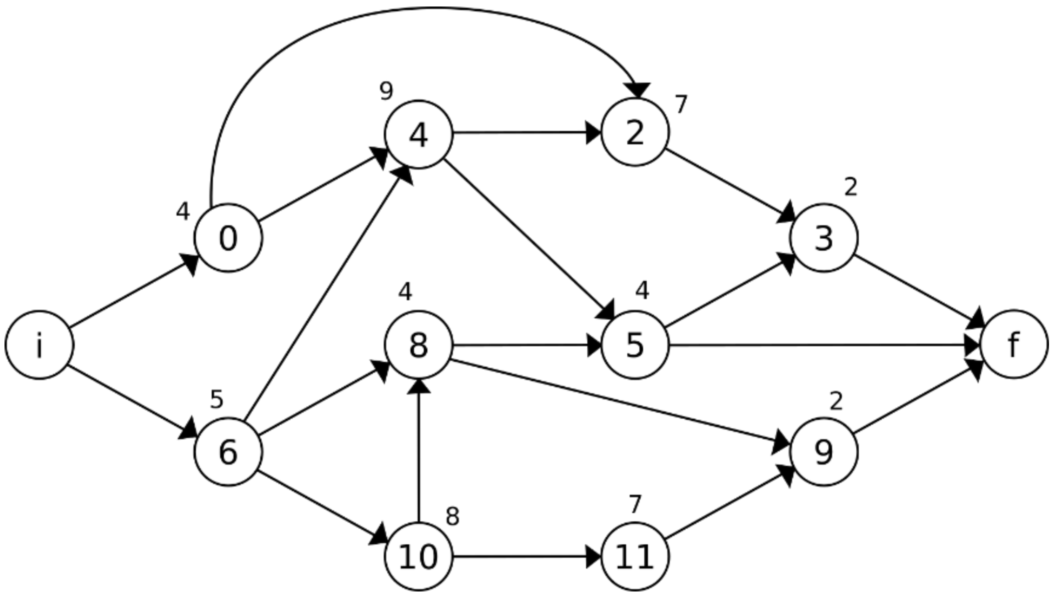
Francisco Oliveira – 78416

Raul Vilas Boas – 79617

Vitor Peixoto – 79175

PARTE I

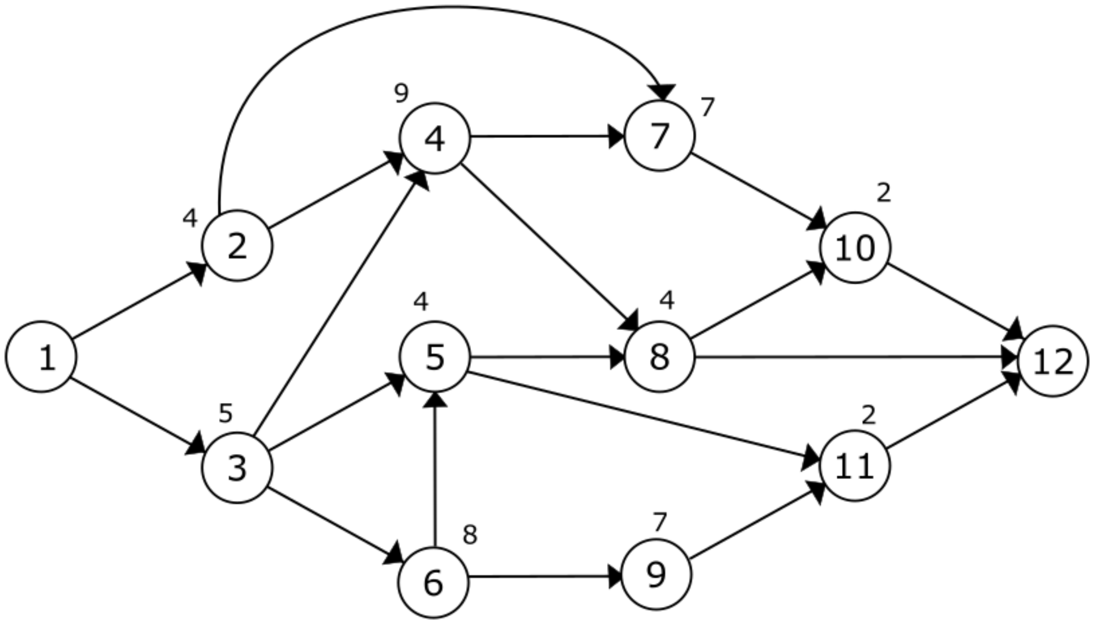
1. Após eliminar as atividades indicadas na secção "Determinação da lista de atividades" com base no número de aluno ABCDE = 79617, obteve-se o seguinte grafo:



2. Assim, com base no grafo orientado com 12 vértices e 19 arcos contruiu-se uma matriz, em que em cada coluna estão representados os seus arcos e em cada linha os seus vértices. Para além disso, também se adicionou uma linha (linha c) com os custos de cada vértice e uma coluna com as ofertas e procuras de cada vértice:

	Ai0	Ai6	A02	A04	A64	A68	A610	A42	A45	A85	A89	A1011	A23	A53	A5f	A119	A9f	A108	A3f	Res
i	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	-1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	-1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
6	0	-1	0	0	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	-1	1	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	-1	-1
c	0	0	4	4	5	5	5	9	9	4	4	8	7	4	4	7	2	8	2	

3. Visto que o *relax4* apenas aceita números inteiros positivos, foi necessário alterar os números do grafo de forma a ser possível utilizar o programa. Por esse motivo, o grafo utilizado no *relax4* foi o que se encontra representado em baixo:



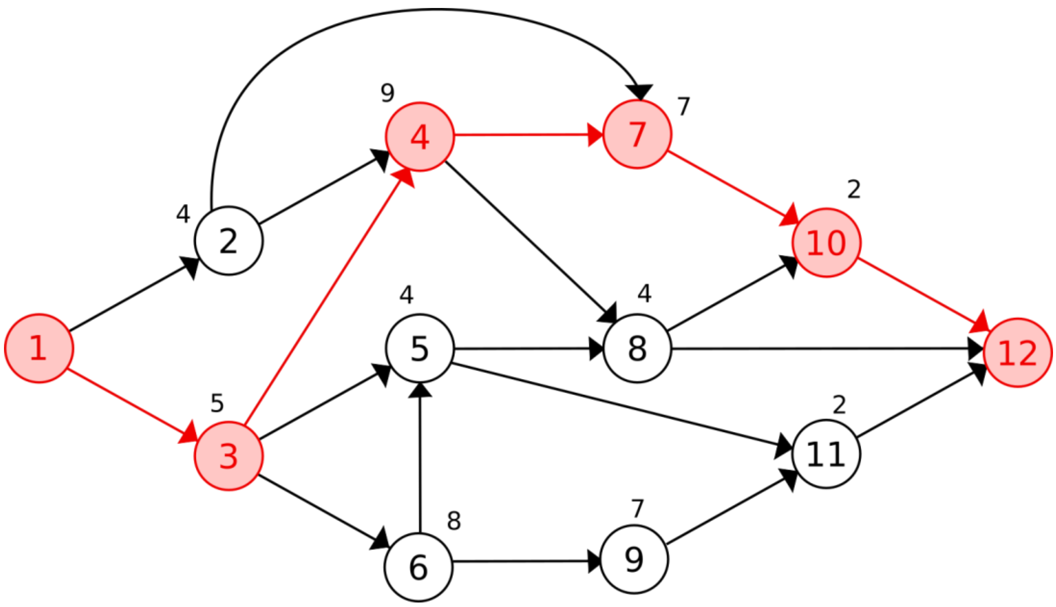
No input do ficheiro *relax4* tivemos que ter alguns cuidados, isto porque ele está preparado para descobrir o caminho mais curto de um grafo. Como neste problema o objetivo é calcular o caminho crítico do grafo em questão, decidimos colocar os custos a negativo, para assim calcular o pretendido.

```
12
19
1 2 0 1000
1 3 0 1000
2 4 -4 1000
2 7 -4 1000
3 4 -5 1000
3 5 -5 1000
3 6 -5 1000
4 7 -9 1000
4 8 -9 1000
5 8 -4 1000
5 11 -4 1000
6 5 -8 1000
6 9 -8 1000
7 10 -7 1000
8 10 -4 1000
8 12 -4 1000
9 11 -7 1000
10 12 -2 1000
11 12 -2 1000
1
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
-1
```

4. No output do *relax4* obteve-se um custo ótimo de -23 devido aos custos utilizados serem negativos. Contudo descobre-se que o custo do caminho critico é 23 e qual o seu percurso.

```
END OF READING
NUMBER OF NODES = 12, NUMBER OF ARCS = 19
CONSTRUCT LINKED LISTS FOR THE PROBLEM
CALLING RELAX4 TO SOLVE THE PROBLEM
***********************************
TOTAL SOLUTION TIME =  0. SECS.
TIME IN INITIALIZATION =  0. SECS.
  1 3  1.
  3 4  1.
  4 7  1.
  7 10  1.
  10 12  1.
OPTIMAL COST =  -23.
NUMBER OF AUCTION/SHORTEST PATH ITERATIONS = 40
NUMBER OF ITERATIONS =  16
NUMBER OF MULTINODE ITERATIONS =  1
NUMBER OF MULTINODE ASCENT STEPS =  1
NUMBER OF REGULAR AUGMENTATIONS =  1
***********************************
```

5. O caminho crítico calculado pelo relax foi 1-3-4-7-10-12. Esse caminho é representado na seguinte imagem do grafo:



PARTE II

1. Para esta parte já se voltou a usar o grafo com os valores originais dos vértices.
Após a mudança de variável $ri = ti - si$ obtivemos o seguinte modelo alternativo.

$$Min\ z: 100\ t0 - 100\ s0 + 500\ t2 - 500\ s2 + 100\ t3 - 100\ s3 + 400\ t4 - 400\ s4 + 800\ t5 - 800\ s5 + 90\ t6 - 90\ s6 + 100\ t8 - 100\ s8 + 500\ t10 - 500\ s10 + 300\ t11 - 300\ s11;$$

Como o objetivo do problema nesta parte é diminuir o tempo de execução, encontrado na Parte I, em 3 U.T. e visto que o tempo máximo obtido foi de 23 pretende-se então que o tempo final seja de 20. Para isso, acrescentou-se a seguinte restrição:

$$tf = 20$$

Para além disso, é necessário introduzir as restrições necessárias:

$t2 \geq s0 + 4$	$t4 \geq s6 + 5$
$t3 \geq s2 + 7$	$t5 \geq s8 + 4$
$t0 \geq ti + 0$	$tf \geq s9 + 2$
$t4 \geq s0 + 4$	$t8 \geq s6 + 5$
$t2 \geq s4 + 9$	$t9 \geq s8 + 4$
$t3 \geq s5 + 4$	$t10 \geq s6 + 5$
$tf \geq s3 + 2$	$t8 \geq s10 + 8$
$t5 \geq s4 + 9$	$t9 \geq s11 + 7$
$tf \geq s5 + 4$	$t11 \geq s10 + 8$
$t6 \geq ti + 0$	$t4 \geq s6 + 5$

Como existe um limite máximo de reduções também é necessário escrever essa restrição, assim como a de que os valores das reduções (*ti* - *si*) são maiores ou iguais a zero.

t0 - s0 ≤ 1

t2 - s2 ≤ 4

t3 - s3 ≤ 1

t4 - s4 ≤ 3

t5 - s5 ≤ 1

t6 - s6 ≤ 2

t8 - s8 ≤ 1

t9 - s9 ≤ 0

t10 - s10 ≤ 1

t11 - s11 ≤ 2

t0 - s0, t2 - s2, t3 - s3, t4 - s4, t5 - s5, t6 - s6, t8 - s8, t9 - s9, t10 - s10, t11 - s11 ≥ 0

Por último, também é necessário permitir que os valores dos *si* possam ter valores negativos, para isso, utiliza-se o '*free*'.

free s0, s2, s3, s4, s5, s6, s8, s9, s10, s11;

2. & **4.** Para obter o modelo dual do modelo alternativo é necessário transpor a matriz desse mesmo modelo. Para isso, foi necessário alterar algumas das restrições do modelo, visto que, como era uma minimização todas as restrições têm de ser maiores ou iguais (≥).

As restrições alteradas foram:

$tf \le 20$		$tf - ti \ge 20;$ $-tf + ti \ge -20;$
$t0 - s0 \le 1$		$-t0 + s0 \ge -1$
$t2 - s2 \le 4$		$-t2 + s2 \ge -4$
$t3 - s3 \le 1$		$-t3 + s3 \ge -1$
$t4 - s4 \le 3$		$-t4 + s4 \ge -3$
$t5 - s5 \le 1$	*Para*	$-t5 + s5 \ge -1$
$t6 - s6 \le 2$		$-t6 + s6 \ge -2$
$t8 - s8 \le 1$		$-t8 + s8 \ge -1$
$t9 - s9 \le 0$		$-t9 + s9 \ge 0$
$t10 - s10 \le 1$		$-t10 + s10 \ge -1$
$t11 - s11 \le 2$		$-t11 + s11 \ge -2$

Após estas alterações, utilizamos a matriz fornecida pelo *LPSolve* e transpôs--se com a ajuda do *Microsoft Excel*:

	t0	s0	t2	s2	t3	s3	t4	s4	t5	s5	t6	s6	t8	s8	t10	s10	t11	s11	tf	ti	s9	t9	RHS
min	100	-100	500	-500	100	-100	400	-400	800	-800	90	-90	100	-100	500	-500	300	-300	0	0	0	0	0
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	20
R2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	-20
R3	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
R4	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
R5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
R6	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
R7	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
R8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
R9	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
R10	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
R13	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	4
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	2
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	4
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5
R19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	8
R20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	7
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	8
R22	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
R23	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4
R24	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
R25	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3
R26	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
R27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
R28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
R29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
R30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	-1
R31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	-2
R32	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R33	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R34	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R35	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R36	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0
R40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
R41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0

Obtendo assim a seguinte matriz:

	min	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20
t0	100	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s0	-100	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t2	500	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s2	-500	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t3	100	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s3	-100	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t4	400	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
s4	-400	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t5	800	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
s5	-800	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t6	90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
s6	-90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0
t8	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
s8	-100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0
t10	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
s10	-500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
t11	300	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s11	-300	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
tf	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
ti	0	-1	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
s9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
t9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
RHS	0	20	-20	4	7	0	4	9	4	2	9	4	0	5	4	2	5	4	5	8	7

	R21	R22	R23	R24	R25	R26	R27	R28	R29	R30	R31	R32	R33	R34	R35	R36	R37	R38	R39	R40	R41
t0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t2	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
s2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
t3	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
s3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
t4	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
s4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
t5	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
s5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
t6	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
s6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
t8	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
s8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
t10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
s10	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
t11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
s11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
tf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ti	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
s9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
t9	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
RHS	8	-1	-4	-1	-3	-1	-2	-1	0	-1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A partir da matriz obteve-se as restrições e a função objetivo. Alterou-se as variáveis para *xi*.

```
/* Objective function */
max: 20 x1 - 20 x2 + 4 x3 + 7 x4 + 4 x6 + 9 x7 + 4 x8 + 2 x9 + 9 x10 +
     4 x11 + 5 x13 + 4 x14 + 2 x15 + 5 x16 + 4 x17 + 5 x18 + 8 x19 + 7 x20 +
     8 x21 - 1 x22 - 4 x23 - 1 x24 - 3 x25 - 1 x26 - 2 x27 - 1 x28 - 1 x30 - 2 x31;

/* Variable bounds */

 x5 - x22 + x32 < 100;
-x3 - x6 + x22 - x32 < -100;
 x3 + x7- x23 + x33 < 500;
-x4 + x23 - x33 < -500;
 x4 + x8 - x24 + x34 < 100;
-x9 + x24 - x34 < -100;
 x6  + x13 - x25 + x35 < 400;
-x7  - x10 + x25 - x35 < -400;
 x10 + x14 - x26 + x36 < 800;
-x8  - x11 + x26 - x36 < -800;
 x12 - x27 + x37 < 90;
-x13 - x16 - x18 + x27 - x37 < -90;
 x16 + x19 - x28 + x38 < 100;
-x14 - x17 + x28 - x38 < -100;
 x18 - x30 + x40 < 500;
-x19 - x21 + x30 - x40 < -500;
 x21 - x31 + x41 < 300;
-x20 + x31 - x41 < -300;

 x1 - x2 + x9 + x11 + x15 < 0;
-x1 + x2 - x5 - x12 < 0;
-x15 + x29 - x39 < 0;
 x17 + x20 - x29 + x39 < 0;
```

3. A matriz obtida na opção *matrix* do *LPSolve*:

	x1	x2	x3	x4	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x13	x14	x15	x16	x17	x18	x19	x20	x21	x22	x23	x24	x25	x26	x27	x28	x30	x31	x5	x32	x33	x34	x35	x36	x12	x37	x38	x40	x41	x29	x39	RHS
max	20	-20	4	7	4	9	4	2	9	4	5	4	2	5	4	5	8	7	8	-1	-4	-1	-3	-1	-2	-1	-1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
R2	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-100
R3	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	500
R4	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-500
R5	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
R6	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-100
R7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	400
R8	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-400
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	800
R10	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	-800
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	90
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-90
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	100
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	-100
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	500
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-500
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	300
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-300
R19	1	-1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0

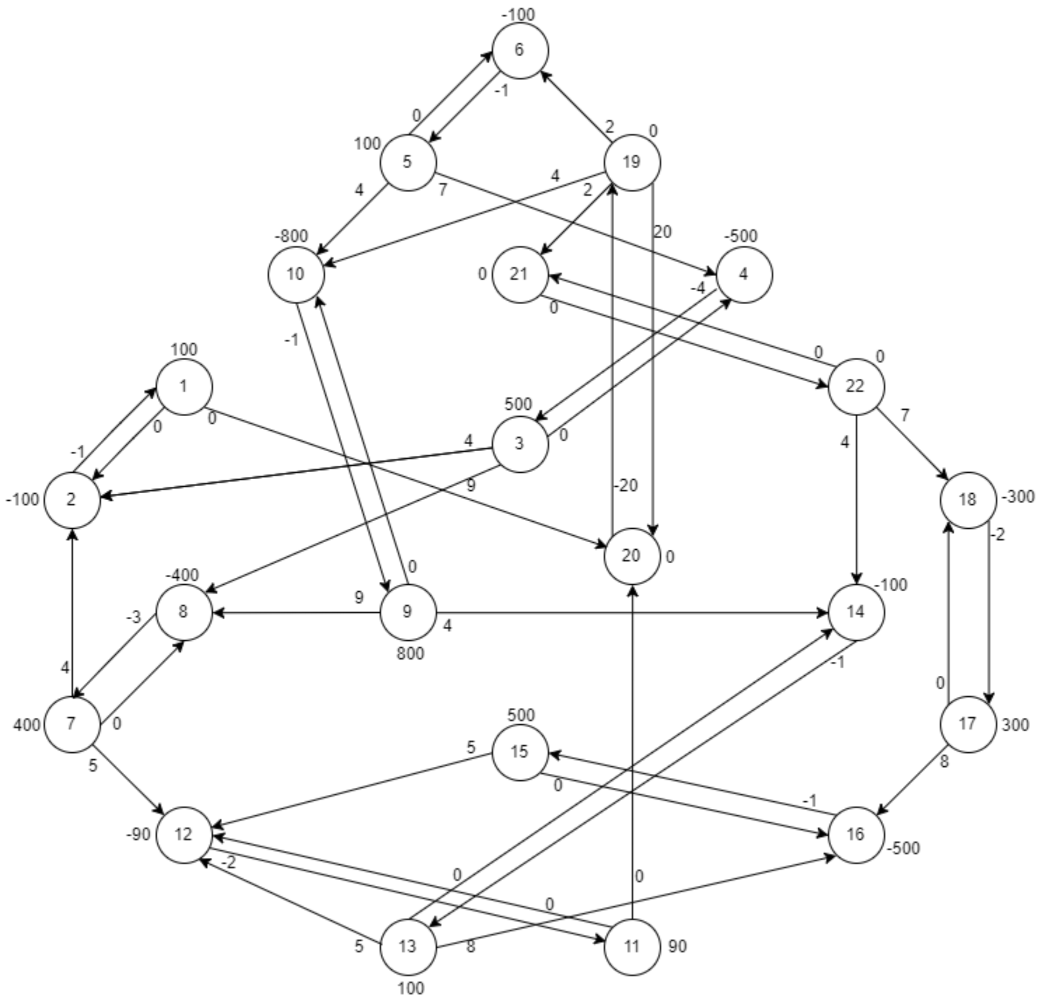
Esta matriz é uma matriz incidência vértice-arco para a rede em análise em que cada coluna corresponde a um vértice e cada linha a um arco do grafo. Para além disso, em cada coluna apenas há dois elementos diferentes de zero, que são os valores dos vértices de origem e destino, 1 origem e -1 destino.

5. Output obtido pelo *LPSolve*:

Variables	result
	380
x1	0
x2	190
x3	0
x4	100
x6	100
x7	100
x8	90
x9	190
x10	0
x11	0
x13	0
x14	90
x15	0
x16	0
x17	0
x18	90
x19	90
x20	0
x21	0
x22	0
x23	0
x24	90
x25	0
x26	0
x27	0
x28	0
x30	0
x31	0
x5	100
x32	0
x33	400
x34	0
x35	300
x36	710
x12	90
x37	0
x38	10
x40	410
x41	300
x29	0
x39	0

PARTE III

1. Para a construção do grafo, analisou-se a matriz produzida pelo modelo dual do modelo alternativo. Com base nas colunas que continha a informação dos arcos conseguiu-se obter a origem e o destino de cada um deles, o que levou a ser possível a construção do grafo. Para além disto, uma das linhas continha o custo de cada arco e os valores de oferta e procura de cada vértice.



2.

	x1	x2	x3	x4	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x13	x14	x15	x16	x17	x18	x19	x20	x21	x22	x23	x24	x25	x26	x27	x28	x30	x31	x5	x32	x33	x34	x35	x36	x12	x37	x38	x40	x41	x29	x39	RHS
max	20	-20	4	7	4	9	4	2	9	4	5	4	2	5	4	5	8	7	8	-1	-4	-1	-3	-1	-2	-1	-1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
R2	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-100
R3	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	500
R4	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-500
R5	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
R6	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-100
R7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	400
R8	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-400
R9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	800
R10	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	-800
R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	90
R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-90
R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	100
R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	-100
R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	500
R16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-500
R17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	300
R18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-300
R19	1	-1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R20	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
R21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
R22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0

3. Input do *Relax4*:

```
22
41
19 20 -20 1000
20 19 20 1000
3 2 -4 1000
5 4 -7 1000
7 2 -4 1000
3 8 -9 1000
5 10 -4 1000
19 6 -2 1000
9 8 -9 1000
19 10 -4 1000
7 12 -5 1000
9 14 -4 1000
19 21 -2 1000
13 12 -5 1000
22 14 -4 1000
15 12 -5 1000
13 16 -8 1000
22 18 -7 1000
17 16 -8 1000
2 1 1 1000
4 3 4 1000
6 5 1 1000
8 7 3 1000
10 9 1 1000
12 11 2 1000
14 13 1 1000
16 15 1 1000
18 17 2 1000
1 20 0 1000
1 2 0 1000
3 4 0 1000
5 6 0 1000
7 8 0 1000
9 10 0 1000
11 20 0 1000
11 12 0 1000
13 14 0 1000
15 16 0 1000
17 18 0 1000
21 22 0 1000
22 21 0 1000
100
-100
500
-500
100
-100
400
-400
800
-800
90
-90
100
-100
500
-500
300
-300
0
0
0
0
```

4. Output produzido pelo *Relax4*:

```
END OF READING
NUMBER OF NODES = 22, NUMBER OF ARCS = 41
CONSTRUCT LINKED LISTS FOR THE PROBLEM
CALLING RELAX4 TO SOLVE THE PROBLEM
***********************************
TOTAL SOLUTION TIME =  0. SECS.
TIME IN INITIALIZATION =  0. SECS.
  20 19  600.
  5 4  400.
  7 2  100.
  3 8  400.
  19 6  400.
  7 12  300.
  19 21  200.
  15 12  200.
  22 18  200.
  17 16  200.
  6 5  300.
  12 11  410.
  1 20  100.
  3 4  100.
  9 10  800.
  11 20  500.
  13 14  100.
  15 16  300.
  17 18  100.
  21 22  200.
OPTIMAL COST =  -380.
NUMBER OF AUCTION/SHORTEST PATH ITERATIONS = 68
NUMBER OF ITERATIONS =  26
NUMBER OF MULTINODE ITERATIONS =  3
NUMBER OF MULTINODE ASCENT STEPS =  8
NUMBER OF REGULAR AUGMENTATIONS =  5
***********************************
```

5. Como a solução ótima obtida nesta parte é igual à obtida na parte II e como na Parte II se comprovou a correção dessa solução, visto que esta é igual à obtida no primal, através do Teorema Forte da Dualidade, concluímos que a solução ótima da Parte II está correta e, por conseguinte, esta é também a solução ótima para o problema na Parte III.