6.

Exercício 6.1

a)

```
PontoCritico[x^2 + y^4, {x, y}]
```

```
O ponto crítico {0, 0} é ponto de mínimo.
```

b)

```
PontoCritico[2 - x - y^2, {x, y}]
```

```
Não tem pontos críticos.
```

c)

```
PontoCritico[x y, {x, y}]
```

```
O ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.
```

d)

```
PontoCritico[x^2 y^2, {x, y}]
```

```
O ponto crítico {0, y} é ponto de mínimo.

O ponto crítico {x, 0} é ponto de mínimo.
```

Exercício 6.3

a)

```
PontoCritico[x^2 - y^2 + x y, {x, y}]
```

```
O ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.
```

b)

```
PontoCritico[x y - x^2 - y^2, {x, y}]
```

```
O ponto crítico {0, 0} é ponto de máximo.
```

c)

```
PontoCritico[x^2 + y^2 + 2 x y, {x, y}]
```

O ponto crítico {x, -x} é ponto de mínimo.

d)

```
PontoCritico[x^2 + y^2 + 3 x y, {x, y}]
```

O ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.

e)

```
PontoCritico[Exp[1 + x^2 - y^2], {x, y}]
```

O ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.

f)

```
PontoCritico[2 x^3 + x y^2 + 5 x^2 + y^2, {x, y}]
```

O ponto crítico $\left\{-\frac{5}{3}, 0\right\}$ é ponto de máximo.

O ponto crítico {-1, -2} é ponto de sela.

O ponto crítico {-1, 2} é ponto de sela.

O ponto crítico {0, 0} é ponto de mínimo.

g)

```
PontoCritico[x^2 - 2 x y^2 + y^4 - y^5, {x, y}]
```

O ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.

h)

```
PontoCritico[3 x^2 + 2 x y + 2 x + y^2 + y + 4, {x, y}]
```

O ponto crítico $\left\{-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right\}$ é ponto de mínimo.

i)

```
f[x_, y_] = y + x Sin[y];
```

O ponto crítico $\{-1, 2 k \pi\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\{1, \pi + 2 k \pi\}$ é ponto de sela.

j)

```
f[x_, y_] = Cos[x^2 + y^2];
```

O ponto crítico {0, 0} é ponto da máximo.

O ponto crítico $\left\{\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right\}$ é ponto de mínimo.

O ponto crítico $\left\{0, \sqrt{\pi}\right\}$ é ponto de mínimo.

k)

```
PontoCritico[Exp[x] Cos[y], {x, y}]
```

Não tem pontos críticos.

l)

```
PontoCritico[x y (1 - x - y), {x, y}]
```

O ponto crítico {0, 0} é ponto de sela.

O ponto crítico {0, 1} é ponto de sela.

O ponto crítico $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}$ é ponto de máximo.

O ponto crítico {1, 0} é ponto de sela.

m)

```
PontoCritico[(x - y) (x y - 1), {x, y}]
```

O ponto crítico {-1, -1} é ponto de sela.

O ponto crítico {1, 1} é ponto de sela.

n)

```
PontoCritico[x y + 1 / x + 1 / y, {x, y}]
```

O ponto crítico {1, 1} é ponto de mínimo.

o)

```
PontoCritico[(x + y) (x y + 1), {x, y}]
```

O ponto crítico {-1, 1} é ponto de sela.

O ponto crítico {1, -1} é ponto de sela.

p)

```
PontoCritico[(x^2 + 3 y^2) Exp[1 - x^2 - y^2], {x, y}]
```

O ponto crítico {-1, 0} é ponto de sela.

O ponto crítico {0, -1} é ponto de máximo.

O ponto crítico {0, 0} é ponto de mínimo.

O ponto crítico {0, 1} é ponto de máximo.

O ponto crítico {1, 0} é ponto de sela.

q)

```
PontoCritico[x^2 + y^2 + z^2 + x y, {x, y, z}]
```

O ponto crítico {0, 0, 0} é ponto de mínimo.

r)

```
PontoCritico[x^3 + y^3 + z^3 - x^2 - y^2 - z^2 + 4, {x, y, z}]
```

O ponto crítico {0, 0, 0} é ponto de máximo.

O ponto crítico $\left\{0, 0, \frac{2}{3}\right\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\left\{0, \frac{2}{3}, 0\right\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\left\{0, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\left\{\frac{2}{3}, 0, 0\right\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\left\{\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{3}\right\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\left\{\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 0\right\}$ é ponto de sela.

O ponto crítico $\left\{\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right\}$ é ponto de mínimo.

s)

```
PontoCritico[Exp[x^2 + y^2 + z^2], {x, y, z}]
```

O ponto crítico {0, 0, 0} é ponto de mínimo.

Exercício 6.5

a)

```
MaxMin[Log[x y], 2 x + 3 y, 5, {x, y}]
```

O máximo é $\text{Log}\left[\frac{25}{24}\right]$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{5}{4}, \frac{5}{6}\right\}$. Não tem mínimo.

b)

```
MaxMin[x^2 + y^2, x / 2 + y / 3, 1, {x, y}]
```

O mínimo é $\frac{36}{13}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{18}{13}, \frac{12}{13}\right\}$. Não tem máximo.

c)

```
MaxMin[x y, x^2 + y^2, 4, {x, y}]
```

O máximo é 2 e é atingido nos pontos do conjunto $\{\{-\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}, \{\sqrt{2}, \sqrt{2}\}\}$.

O mínimo é -2 e é atingido nos pontos do conjunto $\{\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}, \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}\}$.

d)

```
MaxMin[x y, x + y, 1, {x, y}]
```

O máximo é $\frac{1}{4}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$. Não tem mínimo.

e)

```
MaxMin[x^3 + y^3, x^2 + y^2, 1, {x, y}]
```

O máximo é 1 e é atingido nos pontos do conjunto {{0, 1}, {1, 0}}.

O mínimo é -1 e é atingido nos pontos do conjunto {{-1, 0}, {0, -1}}.

f)

```
MaxMin[x^2 - y^2, x^2 + y^2, 1, {x, y}]
```

O máximo é 1 e é atingido nos pontos do conjunto {{-1, 0}, {1, 0}}.

O mínimo é -1 e é atingido nos pontos do conjunto {{0, -1}, {0, 1}}.

g)

```
MaxMin[2 x + y, x^2 + 4 y^2, 1, {x, y}]
```

O máximo é $\frac{\sqrt{17}}{2}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{4}{\sqrt{17}}, \frac{1}{2\sqrt{17}}\right\}$.

O mínimo é $-\frac{\sqrt{17}}{2}$ e é atingido no ponto $\left\{-\frac{4}{\sqrt{17}}, -\frac{1}{2\sqrt{17}}\right\}$.

h)

```
MaxMin[x y, 9 x^2 + y^2, 4, {x, y}]
```

O máximo é $\frac{2}{3}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\left\{\left\{-\frac{\sqrt{2}}{3}, -\sqrt{2}\right\}, \left\{\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{2}\right\}\right\}$.

O mínimo é $-\frac{2}{3}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\left\{\left\{-\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{2}\right\}, \left\{\frac{\sqrt{2}}{3}, -\sqrt{2}\right\}\right\}$.

i)

```
MaxMin[4 x^2 + y^2 + 5 z^2, 2 x + 3 y + 4 z, 12, {x, y, z}]
```

O mínimo é $\frac{120}{11}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{5}{11}, \frac{30}{11}, \frac{8}{11}\right\}$; não tem máximo.

j)

```
MaxMin[z, x^2 + y^2 + z, 5, x + y + z, 1, {x, y, z}]
```

O máximo é 3 e é atingido no ponto $\{-1, -1, 3\}$.

O mínimo é -3 e é atingido no ponto $\{2, 2, -3\}$.

k)

```
MaxMin[x + 3 y + 5 z, x^2 + y^2 + z^2, 1, {x, y, z}]
```

O máximo é $\sqrt{35}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{1}{\sqrt{35}}, \frac{3}{\sqrt{35}}, \sqrt{\frac{5}{7}}\right\}$.

O mínimo é $-\sqrt{35}$ e é atingido no ponto $\left\{-\frac{1}{\sqrt{35}}, -\frac{3}{\sqrt{35}}, -\sqrt{\frac{5}{7}}\right\}$.

l)

```
MaxMin[x + 2 y, x + y + z, 1, y^2 + z^2, 4, {x, y, z}]
```

O máximo é $1 + 2\sqrt{2}$ e é atingido no ponto $\{1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$.

O mínimo é $1 - 2\sqrt{2}$ e é atingido no ponto $\{1, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$.

m)

```
MaxMin[3 x - y - 3 z, x + y - z, 0, x^2 + 2 z^2, 1, {x, y, z}]
```

O máximo é $2\sqrt{6}$ e é atingido $\left\{\left\{\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right\}\right\}$

O mínimo é $-2\sqrt{6}$ e é atingido $\left\{\left\{-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right\}\right\}$

Exercício 6.6

O mínimo é 0 e é atingido em todos os pontos do conjunto $\{(x,y)\in[0,2\pi]^2:\ y=x+\frac{\pi}{2} \vee y=\frac{3\pi}{2}-x \vee y=x-\frac{3\pi}{2} \vee y=\frac{7\pi}{2}-x\}$.

O máximo é 2 e é atingido nos pontos $(\frac{\pi}{2},0), (\frac{\pi}{2},2\pi), (\frac{3\pi}{2},\pi)$.

Exercício 6.7

a)

O mínimo é 0 e é atingido em (0,0).
O máximo é 1 e é atingido em todos os pontos da fronteira.

b)

O mínimo é 0 e é atingido em (0,0).
O máximo é $\frac{3}{2}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\{\{-\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\},\{\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\}\}$

Exercício 6.8

```
MaxMin[x y z, x + y + z, 100, {x, y, z}]
```

O máximo é $\frac{1\,000\,000}{27}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{100}{3}, \frac{100}{3}, \frac{100}{3}\right\}$.

Exercício 6.9

```
MaxMin[x + y + z, x y z, 8, {x, y, z}]
```

O mínimo é 6 e é atingido no ponto {2, 2, 2}.

Exercício 6.10

```
MaxMin[x^2 + y^2 + z^2, x + y + z, 13, {x, y, z}]
```

O mínimo é $\frac{169}{3}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{13}{3}, \frac{13}{3}, \frac{13}{3}\right\}$.

Exercício 6.11

```
MaxMin[(x + 4)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2, 2 x - y + z, 1, {x, y, z}]
```

O mínimo é $\frac{49}{6}$ e é atingido no ponto $\left\{-\frac{5}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{25}{6}\right\}$.

Exercício 6.12

```
MaxMin[y, 5 x^2 + 5 y^2 + 6 x y - 4 x + 4 y, 0, {x, y}]
```

O máximo é $\frac{1}{2}\left(-2+\sqrt{5}\right)$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{1}{10}\left(10-3\sqrt{5}\right), \frac{1}{2}\left(-2+\sqrt{5}\right)\right\}$.

O mínimo é $\frac{1}{2}\left(-2-\sqrt{5}\right)$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{1}{10}\left(10+3\sqrt{5}\right), \frac{1}{2}\left(-2-\sqrt{5}\right)\right\}$.

Exercício 6.13

```
MaxMin[(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2, x^2 + y^2 - z^2, 0, {x, y, z}]
```

O máximo é $\frac{5}{2}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\left\{\left\{\frac{1}{2}, 1, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right\}\right\}$.

O mínimo é $\frac{5}{2}$ e é atingido nos pontos do conjunto $\left\{\left\{\frac{1}{2}, 1, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right\}\right\}$.

Exercício 6.14

```
MaxMin[x^2 + y^2 + z^2, 2 x - y + 2 z, 20, {x, y, z}]
```

O mínimo é $\frac{400}{9}$ e é atingido no ponto $\left\{\frac{40}{9}, -\frac{20}{9}, \frac{40}{9}\right\}$.

Exercício 6.15

```
MaxMin[2 x y + 2 y z + 2 x z, x y z, 27, {x, y, z}]
```

O mínimo é 54 e é atingido no ponto {3, 3, 3}.

Exercício 6.16

```
MaxMin[x y z, 2 x y + 2 y z + 2 x z, 24, {x, y, z}]
```

O máximo é 8 e é atingido no ponto {2, 2, 2}.

O mínimo é -8 e é atingido no ponto {-2, -2, -2}.

Created with the Wolfram Language