- Brouwer est le père de la logique intuitionniste.
- A ET B a pour alter-ego \exist x. A(x)
- \exist x. A(x) == on parle de sigma-type.
- L'isomorphisme de Curry-"Debrun"-Howard
- Gamma est un environnement de typage
- x est de type Tho
- \lambda x : iota A -> iota B.\lambda y : ioata A. x y : (incapable de dire ce qu'il a apres les deux points, il faut remonter la preuve)
- slide 7 : théorème fondamental

slide 8 :

1. passer un coup de grand Phi sur la preuve.
2. donner des noms de variables au transformations (uniques). exemple : x, y,..
3. traduction des règles a partir des axiomes.
4. chercher dans le gamma quelque chose de type iota ... et on voit l'isomorphisme avec Var.
5. on peut continuer la ré-écriture...

Exercice :

Faire d'abord la preuve en déduction naturelle puis appliquer la transformation pour obtenir un lambda-terme.

Symboles : λ, ⊢, ι, →, ∈

1)

_____________ ax
$A,B \vdash A$
_____________ $\Rightarrow$ I
$A \vdash B \Rightarrow A$
_____________ $\Rightarrow$ I
$\vdash A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$

Traduction :

$(x, \iota A) \in (x, \iota A), (y, \iota B)$
________________________ Var
$(x, \iota A), (y, \iota B) \vdash x : \iota A$
________________________ Fun
$(x, \iota A) \vdash \lambda y : \iota B.x : \iota B \to \iota A$
________________________ Fun
$\vdash \lambda x : \iota A.\lambda y : \iota B.x : \iota A \to (\iota B \to \iota A)$

2)

______________ ax   ______ ax   _________ax   ______ ax
$\Gamma \vdash A \Rightarrow B \Rightarrow C$ $\Gamma \vdash A$ $\Gamma \vdash A \Rightarrow B$ $\Gamma \vdash A$
______________________________ $\Rightarrow$ E   ________________________________ $\Rightarrow$ E
$\Gamma \vdash B \Rightarrow C$ $\Gamma \vdash B$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\Gamma = (A \Rightarrow (B \Rightarrow C)), (A \Rightarrow B), A \vdash C} \Rightarrow E}{(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)), (A \Rightarrow B) \vdash (A \Rightarrow C)} \Rightarrow I}{(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \vdash ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))} \Rightarrow I}{\vdash (A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))} \Rightarrow I$$

Traduction :

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{(x, \iota A \to ...) \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \iota A \to \iota B \to \iota C}\text{ Var} \quad \dfrac{(z, \iota A) \in \Gamma}{\Gamma \vdash z : \iota A}\text{ Var}}{\Gamma \vdash x\ z : \iota B \to \iota C}\text{ App} \qquad \dfrac{\dfrac{(y, \iota A \to \iota B) \in \Gamma}{\Gamma \vdash y : \iota A \to \iota B}\text{Var} \quad \dfrac{(z, \iota A) \in \Gamma}{\Gamma \vdash z : \iota A}\text{Var}}{\Gamma \vdash y\ z : \iota B}\text{ App}}{\Gamma = (x, \iota A \to (\iota B \to \iota C)), (y, \iota A \to \iota B), (z, \iota A) \vdash (x\ z)\ (y\ z) : \iota C}\text{ App}}{(x, \iota A \to (\iota B \to \iota C)), (y, \iota A \to \iota B) \vdash \lambda z : \iota A.(x\ z)\ (y\ z) : (\iota A \to \iota C)}\text{ Fun}}{(x, \iota A \to (\iota B \to \iota C)) \vdash \lambda y : \iota A \to \iota B.\lambda z : \iota A.(x\ z)\ (y\ z) : ((\iota A \to \iota B) \to (\iota A \to \iota C))}\text{ Fun}}{\vdash \lambda x : \iota A \to (\iota B \to \iota C).\lambda y : \iota A \to \iota B.\lambda z : \iota A.(x\ z)\ (y\ z) : (\iota A \to (\iota B \to \iota C)) \to ((\iota A \to \iota B) \to (\iota A \to \iota C))}\text{ Fun}$$

Exemple :

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

$\lambda x : \iota A \to \iota B.\lambda y : \iota A.\ x\ y$
$\lambda x : \iota A \to \iota B.x$