

RLC 无源滤波电路研究

陈依皓

(北京师范大学 物理学系, 北京 100875)

摘要: 本次实验目的为: 了解滤波电路的基本概念; 掌握 RLC 无源滤波器的分析方法; 掌握滤波器频率特性的测量方法。

关键词: 滤波电路, RLC 无源滤波器, LabVIEW

中图分类号: Oxx

文献标识码: A

文章编号: 1000-0000 (0000) 00-0000-00

1 引言

滤波是物理实验中常见的任务。本实验考虑用电路对电信号滤波, 由于可以忽略非线性效应, 故称为线性无源滤波器。本实验专注于对 RLC 电路稳态和暂态过程的进一步研究以及了解 LabVIEW 在仪器控制、信号采集和分析等方面的应用。

2 实验原理

2.1 滤波器的一般概念

滤波器是能够消除信号中某些不需要的成分的器件或模块。设滤波器处理前后信号分别为 $x(t)$ 和 $y(t)$, 则

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(s)x(t-s)ds$$

其中 $h(s)$ 称为滤波器的冲激响应函数, 表征了滤波器的暂态性质, 在时域上刻画了滤波器的作用。

若输入 $x(t) = a \sin \omega t$, 输出 $y(t) = b \sin(\omega t + \varphi)$, 可定义频域上滤波器的作用函数, 即滤波频率响应函数或称传递函数:

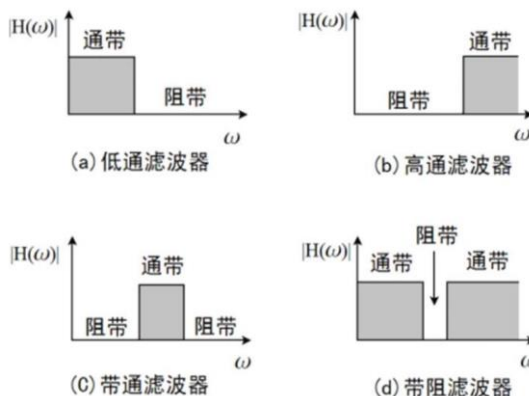
$$H(\omega) = \frac{b}{a} e^{j\varphi}$$

$H(\omega)$ 与 $h(t)$ 也存在傅里叶变换关系:

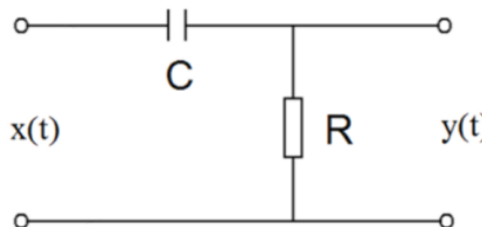
$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega, H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$$

2.2 常见滤波电路

根据 $|H(\omega)|$ 的特点, 常见的滤波器可分为: 低通、高通、带通、带阻四种类型, 其理想幅-频曲线如下:



1. 一阶RC低通滤波器:



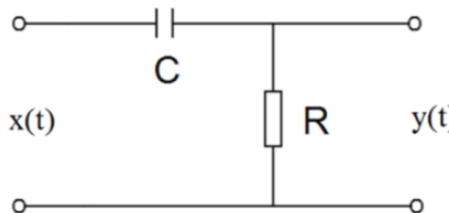
该电路频率响应函数

$$H(\omega) = \frac{Z_C}{R + Z_C} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

得

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \quad (\omega_c = 1/RC)$$

2. 一阶RC高通滤波器:



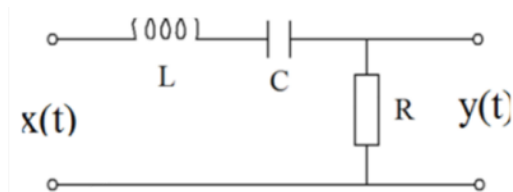
该电路频率响应函数

$$H(\omega) = \frac{R}{R + Z_C} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega L}$$

得

$$|H(\omega)| = \frac{\omega/\omega_c}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} \quad (\omega_c = 1/RC)$$

3. 二阶带通滤波器:



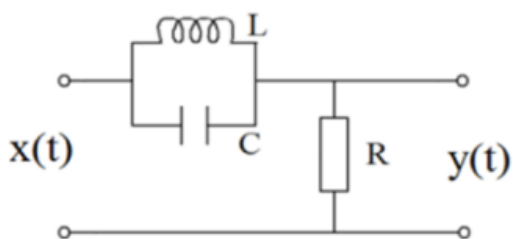
该电路频率响应函数

$$H(\omega) = \frac{R}{R + Z_C + Z_L} = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

得

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, Q = \sqrt{L/C})$$

4. 二阶带阻滤波器:



该电路频率响应函数

$$H(\omega) = \frac{R}{R + \frac{Z_C Z_L}{Z_L + Z_C}} = \frac{jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, Q = R\sqrt{C/L})$$

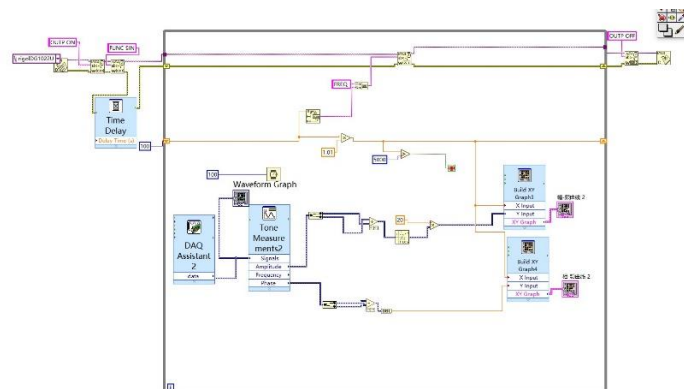
3 实验内容

用分立元件搭建常见无源滤波电路，并用 LabVIEW 测量它们的频率特性

4 实验结果及分析

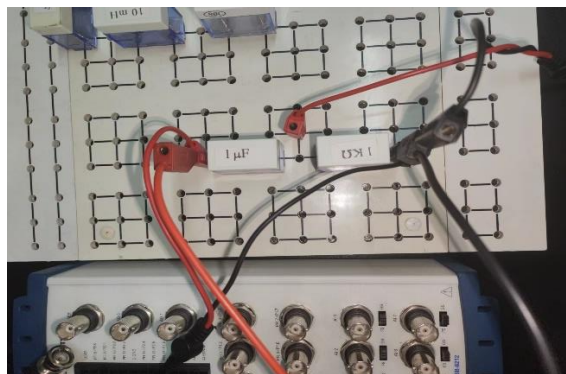
4.1 程序框图

编写控制信号发生器开关以及自动扫频的代码，测量频率特征曲线程序如图（大图附在最后）:

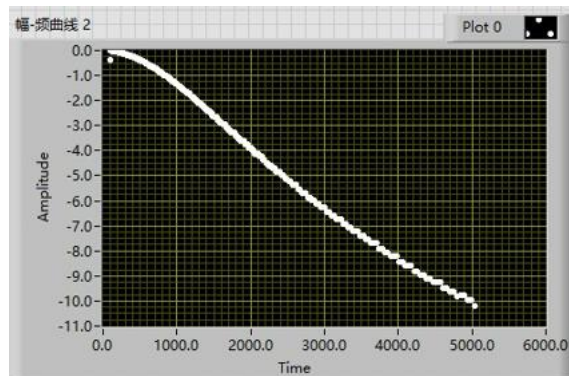


4.2 一阶RC低通滤波器

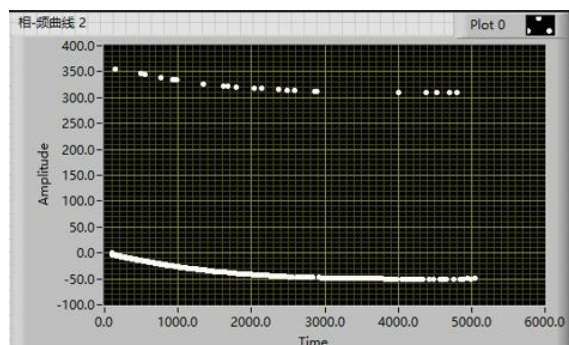
电路图如图:



幅-频特征曲线:

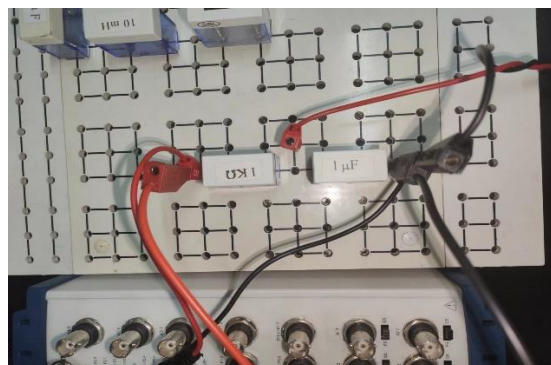


相-频特征曲线:

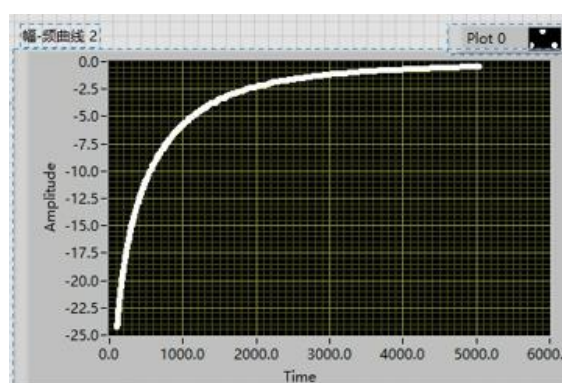


4.3 一阶RC高通滤波器

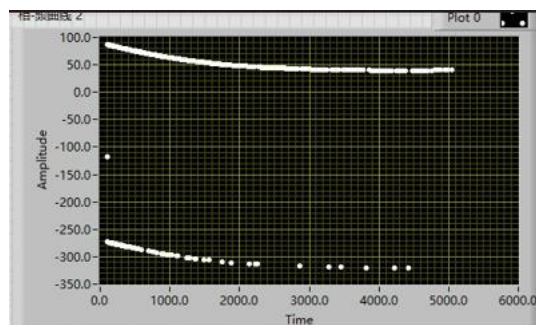
电路图如图：



幅-频特征曲线：

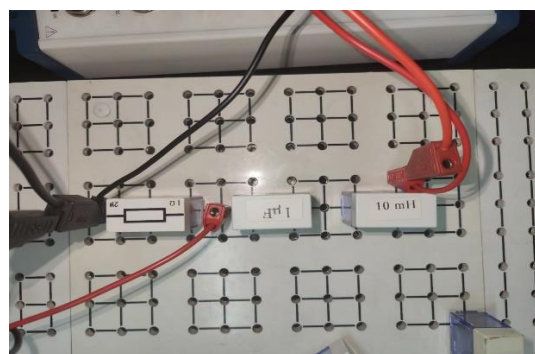


相-频特征曲线：

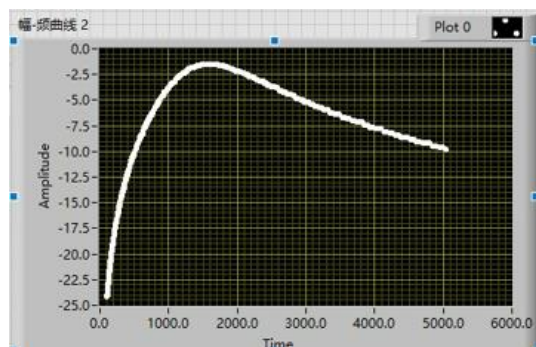


4.4 RLC 带通滤波器

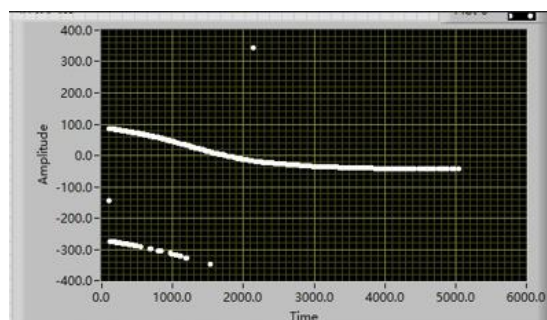
电路图如图：



幅-频特征曲线：

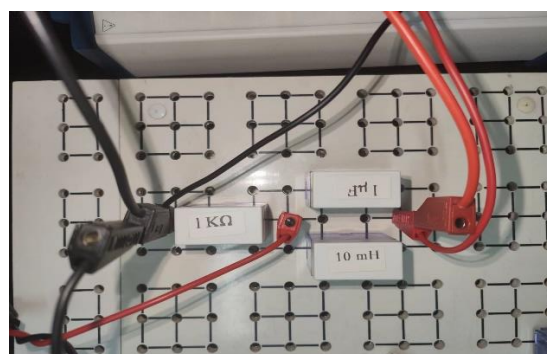


相-频特征曲线：

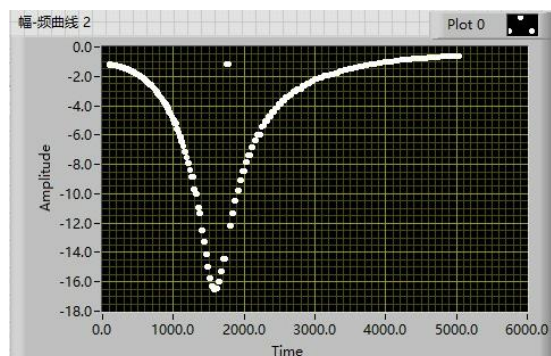


4.5 RLC 带阻滤波器

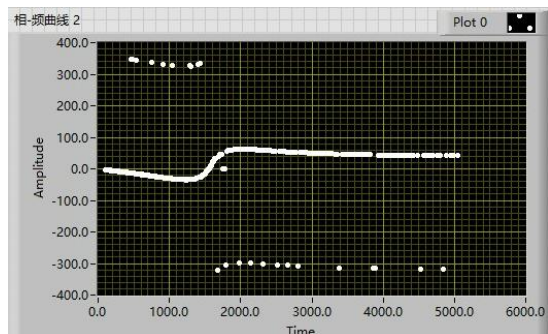
电路图如图：



幅-频特征曲线：



相-频特征曲线：



5 预习思考题

5.1 验证一阶 RC 低通滤波器的冲激响应函数与频率响应函数之间的傅立叶变换关系。

$$\text{在该电路中, } \begin{cases} H(\omega) = \frac{1}{1+j\omega RC} \\ h(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}, & t \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

则

$$\begin{aligned} h(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1}{RC} e^{-(\frac{1}{RC} + j\omega)t} dt \\ &= \frac{1}{RC} \left(-\frac{1}{\frac{1}{RC} + j\omega} \right) \int_0^{\infty} d e^{-(\frac{1}{RC} + j\omega)t} \\ &= \frac{1}{RC} \left(\frac{1}{\frac{1}{RC} + j\omega} \right) = \frac{1}{j\omega RC + 1} \\ &= H(\omega) \end{aligned}$$

5.2 写出下列滤波电路的频率响应函数, 并判断滤波器的类型。

$$(1) \begin{cases} H(\omega) = \frac{Z_L}{R + Z_L} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \\ |H(\omega)| = \frac{\omega\omega_C}{\sqrt{1+(\omega\omega_C)^2}} \end{cases}, \text{高通滤波器}$$

$$(2) \begin{cases} H(\omega) = \frac{R}{R + Z_L} = \frac{R}{R + j\omega L} \\ |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\omega_C)^2}} \end{cases}, \text{低通滤波器}$$

5.3 对一种 2 阶 Butterworth 低通滤波器, 已知 $2L = R^2 C$, 证明: $|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_C})^4}}$

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \frac{Z_C}{Z_C + Z_L + R} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R} \\ &= \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} |H(\omega)| &= \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right)^2 + 2\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^4}} \end{aligned}$$

参考文献

[1] 北京师范大学物理实验教学中心. 普通物理实验讲义 II, 2023

Research on RLC Passive Filter Circuit

CHEN Yi-hao

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract: The purpose of this experiment is: to understand the basic concept of filter circuit; Master the analysis method of RLC passive filter; Master the measurement method of filter frequency characteristics.

Key words: filter circuit, RLC passive filter, LabVIEW

