

RLC 电路的暂态过程实验报告

陈依皓 202211140007

实验时间：3月2日

● 【实验原理】

1. RC 充放电的一阶暂态过程

对如图所示的 RC 串联电路，有电路方程

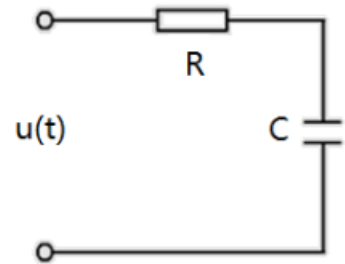
$$\tau \frac{d}{dt} u_c(t) + u_c(t) = u(t)$$

其中， $\tau \equiv RC$ ， τ 是时间常数，被称为电路的时间常数。

假设 $t < 0$ 时， $u(t) = u_0$ ；当 $t \geq 0$ 时， $u(t) = u_\infty$ ，则有

$$u_c(t) = \begin{cases} u_0 & t < 0 \\ u_\infty + (u_0 - u_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases}$$

当 $t \gg \tau$ 时， $u_c(t)$ 达到新的稳定值 u_∞



2. RLC 串联电路的二阶暂态过程

对如图所示的 RLC 串联电路，有电路方程

$$LC \frac{d^2}{dt^2} u_c(t) + RC \frac{d}{dt} u_c(t) + u_c(t) = u(t)$$

我们可以将其改写为

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2}{dt^2} u_c(t) + \frac{1}{Q\omega_0} \frac{d}{dt} u_c(t) + u_c(t) = u(t)$$

其中， $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 为固有频率， $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ 称为品质因数

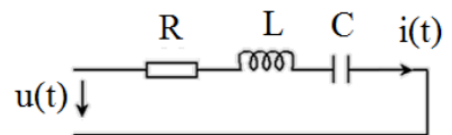
要得到外加电压 $u(t) = 0$ 时， $u_c(t)$ 的解析表达式，我们令 $u_c(t) = e^{j\omega t}$ ，带入方程得到

$$\omega = \omega_{1,2} = \left(\frac{j}{2Q} \pm \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \right) \omega_0$$

由该表达式可知 $Q > \frac{1}{2}$ ， $Q = \frac{1}{2}$ ， $Q < \frac{1}{2}$ 时，电路对应不同的暂态表现

$Q > \frac{1}{2}$ ，电路表现为欠阻尼

$$u_c(t) = c \exp[-\text{Im}(\omega)t] \cos[\text{Re}(\omega)t + \varphi]$$



$Q < \frac{1}{2}$, 电路表现为过阻尼

$$u_c(t) = c_1 e^{-t/\tau_1} + c_2 e^{-t/\tau_2}$$

其中

$$\tau_{1,2} = \frac{1}{\text{Im}(\omega_{1,2})} = \frac{2Q}{\omega_0(1 \pm \sqrt{1-4Q^2})} = \frac{1}{2}(1 \mp \sqrt{1-4Q^2})RC$$

$Q = \frac{1}{2}$, 电路表现为临界阻尼

$$u_c(t) = (c_1 + c_2 t)e^{-t/\tau}$$

其中

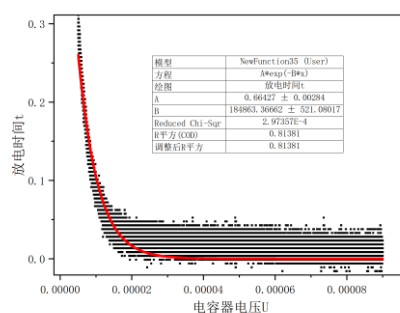
$$\tau = 1/\omega_0$$

● 【实验内容及数据处理】

1. 测量 RC 放电曲线, 并计算时间常数

电路参数: $C = 0.1\mu F$, $R = 100\Omega$, 方波电压峰峰值 $4.00V_{pp}$

实验记录:



$$\text{时间常数 } \tau_{\text{理论}} = (R + R_0)C = 5.100\mu s$$

$$\tau_{\text{测量}} = \frac{1}{B} = 5.409\mu s$$

$$\text{相对误差: } \eta = 6.05\%$$

2. 测量 RLC 串联电路欠阻尼振荡曲线, 并计算固有频率和品质因数

电路参数: $C = 0.1\mu F$, $L = 10.807mH$, $R = 10\Omega$, $R_0 = 50\Omega$, $R_L = 14.538\Omega$

(1) 计算固有频率



由波形图可测量

$T_{\frac{1}{2}} (\mu s)$	100.198	99.372	101.47	100.912
---------------------------	---------	--------	--------	---------

得

$$T_{\text{测量}} = \bar{T} = 200.976 \mu s$$

$$T_{\text{理论}} = 2\pi\sqrt{LC} = 206.553 \mu s$$

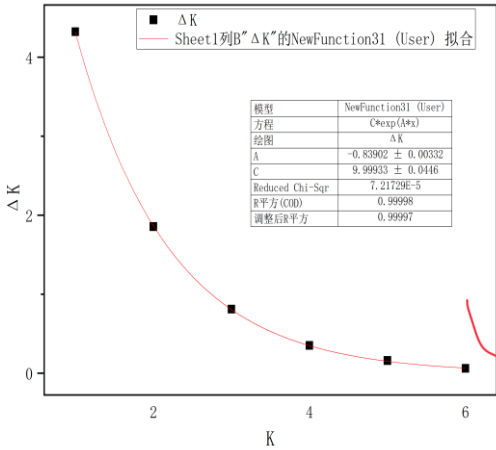
$$\text{相对误差 } \eta = 2.70 \%$$

(2) 计算品质系数:

由波形图可测量

k	1	2	3	4	5	6
ΔV (V)	4.323	1.857	0.812	0.353	0.162	0.062

曲线拟合如图



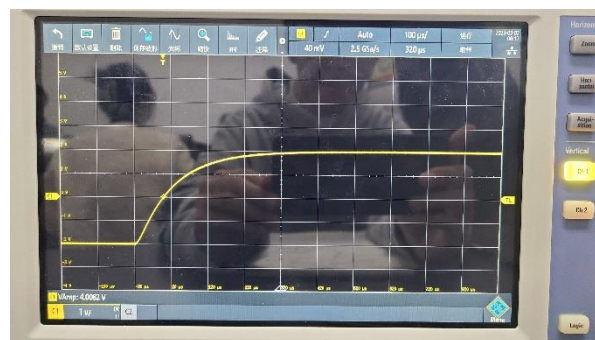
得

$$Q_{\text{测量}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{\alpha^2} + \frac{1}{4}} = 3.791$$

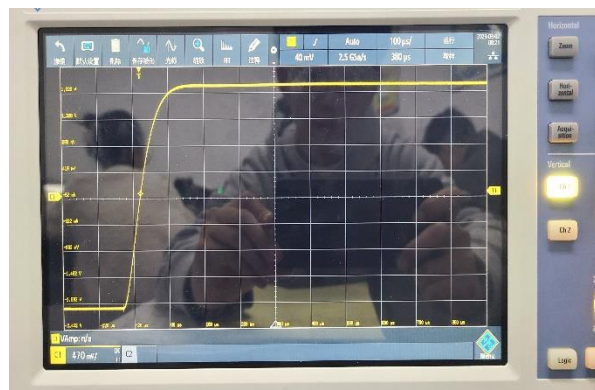
$$Q_{\text{理论}} = \frac{1}{R_{\text{eff}}} \sqrt{\frac{L}{C}} = 4.410$$

$$\text{相对误差} \eta = 14.036\%$$

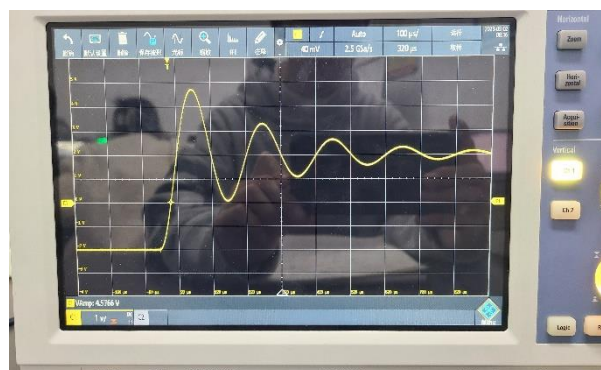
3. 观察 RLC 串联电路暂态过程的不同衰减模式，测量临界电阻



过阻尼



临界阻尼



欠阻尼

临界电阻的测量值为

$$R = 484.1\Omega$$

● 【实验反思】

1. 本次实验测量 RC 放电曲线时，选择了直接利用示波器导出波形数据而不是测量数据点，虽然简化了操作，但是由于数据点太多，做出的散点图反而不直观。而且拟合出的曲线 R^2 值较小，这说明对于示波器的使用仍然不够熟练，需要加强。
2. 实验测量的品质系数 Q 值与理论值有较大误差。误差分析为： $K - \Delta V$ 所测量的数据点只有 6 个，应当增加测量点的数量；测量过程中，应当让单个波峰-波谷尽量占满示波器的屏幕以增加 ΔV 的测量精度。两者共同影响造成拟合出的 α 值有较大误差。

At
B
2021.7.10