RLC 串联谐振电路的稳态特性实验报告

陈依皓

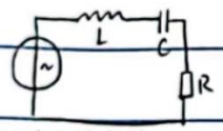
I 实验背景与原理

1. 电感与电容的电学特性

① 对理想的电感器，其伏安特性可表示为 $u_L(t)=L\frac{di(t)}{dt}$，电路中储存磁场能 $E_L=\frac{1}{2}Li^2$ ② 对理想电容器，其伏安特性：$i(t)=C\cdot\frac{du_C(t)}{dt}$，存储电场能为 $e\Rightarrow E_C=\frac{1}{2}Cu^2$

③ 实际情况下，电感存在一些因素会引起能量耗散与非线性效应；电容的非理想特性对电路的影响而没有电感显著。 当 $\frac{电流}{电压}$ 较小时，我们把实际电感器模型化为理想电感器与一个等效电阻的串联。

2. RLC 串联谐振电路的特性

① 

$u(t)=u_0\sin(\omega t)$.

由 $u(t)=u_L(t)+u_C(t)+u_R(t)$.

我们有 $LC\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+RC\frac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=u_0\sin(\omega t)$

令 $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ $Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

则有 $\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+\frac{1}{Q\omega_0}\frac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=u_0\sin(\omega t)$

$\frac{u_C(t)}{u_0}=-\frac{Q\omega_0 A}{\omega}\cos(\omega t+\phi)$ $A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega_0}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

$\frac{u_R(t)}{u_0}=A\sin(\omega t+\phi)$

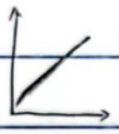
$\frac{u_L(t)}{u_0}=\frac{Q\omega A}{\omega_0}\cos(\omega t+\phi)$ $\phi(\omega)=\arctan\left[Q\left(\frac{\omega_0}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right]$

② 当 $w=w_0$ 时，我们称电路谐振，此时 $\phi(w_0)=0$ $A(w_0)=1$

$U_L(t)=QU_0\cos(w_0t)$ $U_C(t)=-QU_0\cos(w_0t)$ $U_R(t)=\sin(w_0t)$.

$U(t)=U_0\sin(w_0t)$.

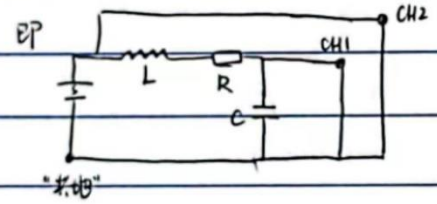
〈谐振频率测量〉 我们把 $U(t)$ 与 $U_R(t)$ 分别接入数示波器的 CH1 与 CH2，利用 X Y 方式显示正弦信号时

若出现  时，两者相位相同，由此便确定谐振频率.

〈测量 Q〉.

由我们 由 $U_C(t)$ 与 $U(t)$ 的振幅之比为 Q，我们用示波器分别测出二者峰值作比即可.

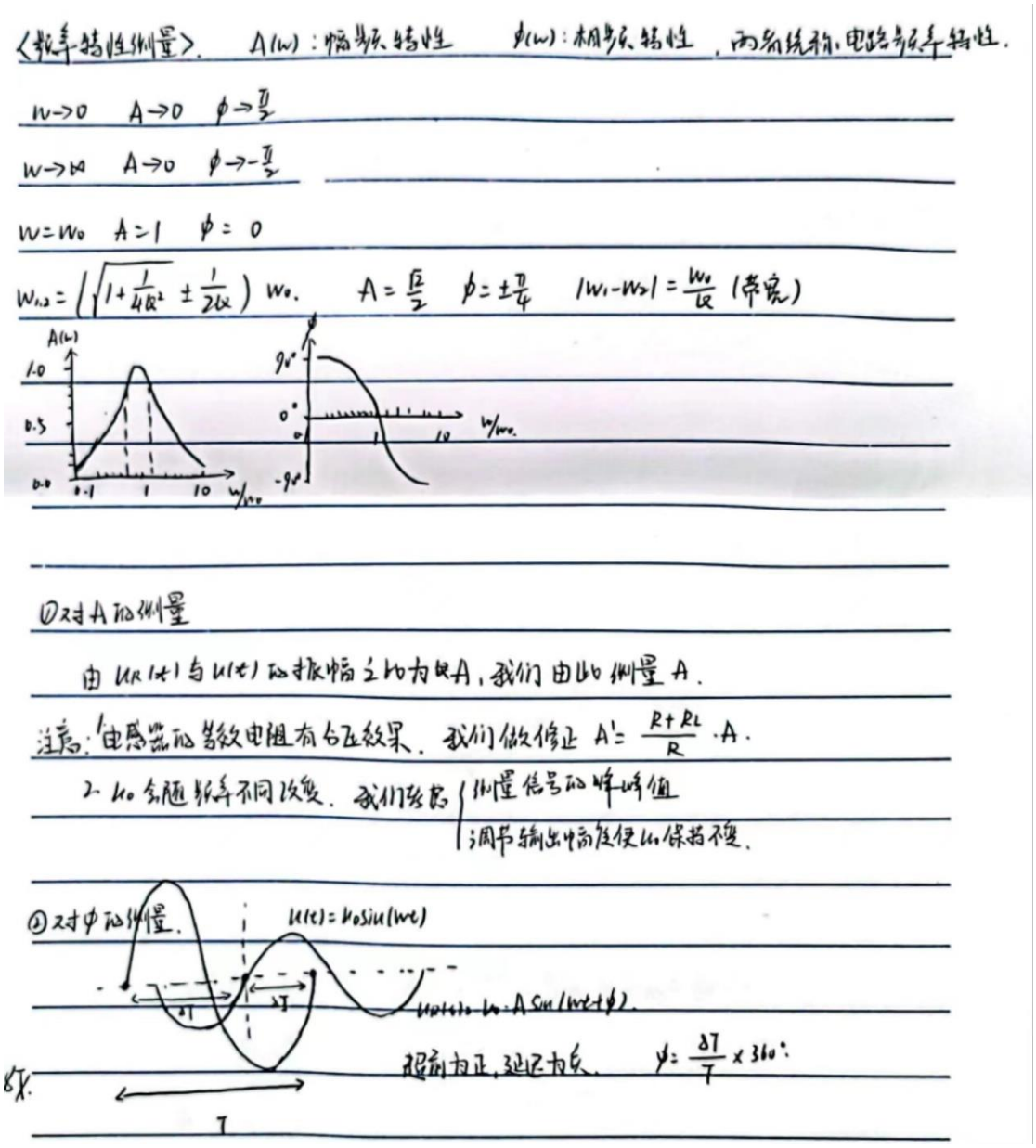
注意 1. 示波器两路输入信号要求相同的电压参考点，即



2. 扫频次功描. 电感器可看作理想电感器与等效电阻串联.

故电路等效电阻 $R_{eq}=R+R_L$

我们可以用 LCR 测试仪得到电感器的电阻参数.



一：对谐振频率与品质系数的测量结果

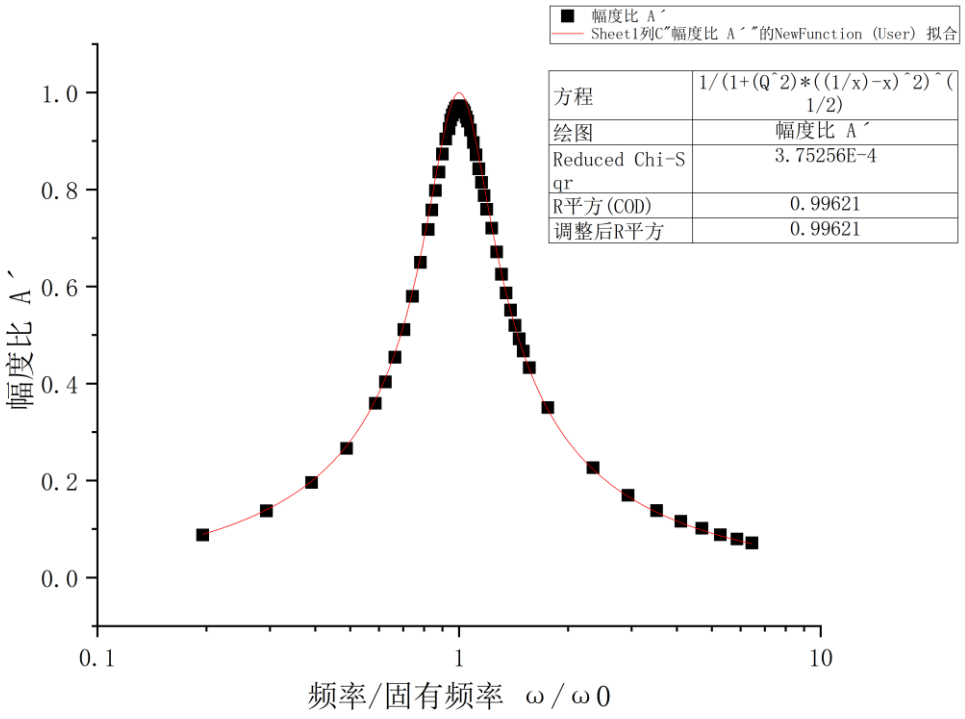
电路谐振时	
U	1.45
U_C	3.29
L	9.68
R_L	32.41
R	100.00
$Q_{测量}$	**2.27**
$Q_{理论}$	**2.35**
f_0 (HZ)	**5116.00**

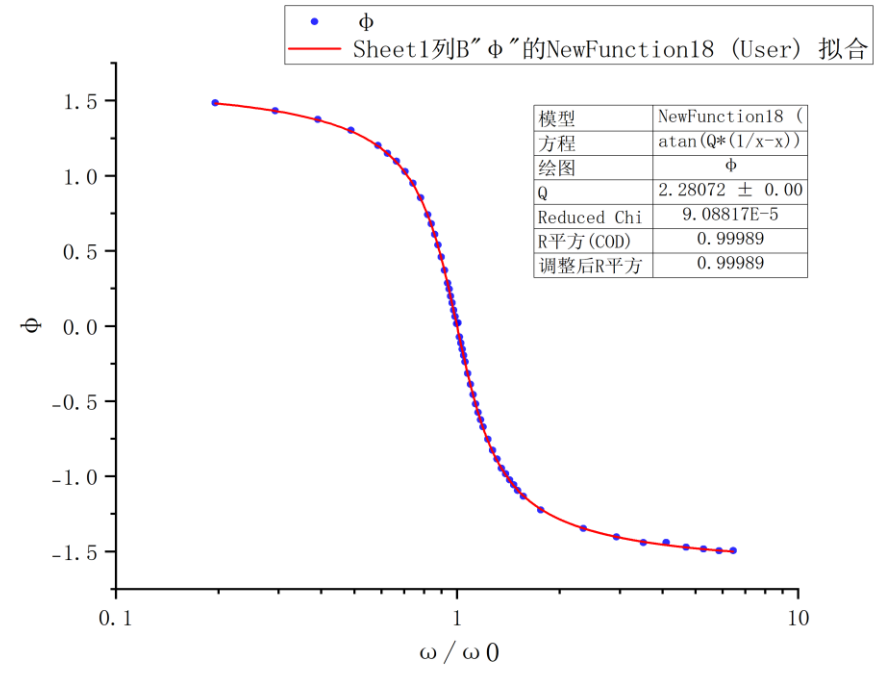
二：对频率特性的测量

实验数据如下

f (HZ)	U_0(Vpp)	U_R(Vpp)	T (μs)	δT (μs)	R_L (Ω)	f_0 (HZ)	A´	φ	ω/$ω_0$
1000	1.977	0.132	1000.0	-236.5	31.35	5116	0.08770	-85.140	0.195465
1500	1.970	0.206	666.7	-152.0	31.50	5116	0.13751	-82.076	0.293198
2000	1.950	0.290	500.1	-109.5	31.80	5116	0.19601	-78.824	0.390930
2500	1.936	0.390	400.1	-83.0	32.17	5116	0.26625	-74.678	0.488663
3000	1.890	0.513	333.5	-63.8	32.35	5116	0.35924	-68.870	0.586396
3200	1.865	0.570	312.6	-57.2	32.00	5116	0.40343	-65.873	0.625489
3400	1.834	0.631	293.9	-51.3	32.00	5116	0.45415	-62.838	0.664582
3600	1.800	0.697	277.8	-45.5	32.00	5116	0.51113	-58.963	0.703675
3800	1.753	0.766	263.1	-39.8	32.70	5116	0.57985	-54.458	0.742768
4000	1.700	0.837	250.0	-34.0	32.00	5116	0.64991	-48.960	0.781861
4200	1.672	0.908	238.0	-28.1	32.14	5116	0.71760	-42.504	0.820954
4300	1.642	0.941	232.6	-25.2	32.24	5116	0.75784	-39.003	0.840500
4400	1.614	0.973	227.3	-22.1	32.36	5116	0.79793	-35.002	0.860047
4500	1.584	1.001	222.2	-19.1	32.30	5116	0.83606	-30.945	0.879593
4600	1.556	1.027	217.3	-15.9	32.31	5116	0.87328	-26.341	0.899140
4700	1.534	1.048	212.8	-12.6	32.34	5116	0.90412	-21.316	0.918686
4800	1.514	1.059	208.3	-9.5	32.32	5116	0.92554	-16.419	0.938233
4850	1.504	1.072	206.2	-8.1	32.34	5116	0.94327	-14.142	0.948006
4900	1.496	1.078	204.1	-6.5	32.35	5116	0.95370	-11.465	0.957780
4950	1.490	1.082	202.0	-5.0	32.32	5116	0.96087	-8.911	0.967553
5000	1.485	1.086	200.0	-3.4	32.35	5116	0.96789	-6.120	0.977326
5050	1.482	1.088	198.0	-2.0	32.35	5116	0.97164	-3.636	0.987099
5100	1.484	1.089	196.0	-0.5	32.36	5116	0.97129	-0.918	0.996873
5150	1.482	1.089	194.2	-0.7	32.39	5116	0.97283	-1.298	1.006646
5200	1.486	1.087	192.3	2.2	32.39	5116	0.96842	4.119	1.016419
5250	1.490	1.085	190.5	3.4	32.40	5116	0.96412	6.425	1.026192
5300	1.494	1.082	188.8	4.6	32.40	5116	0.95888	8.771	1.035966
5350	1.502	1.077	186.9	5.8	32.40	5116	0.94937	11.172	1.045739
5400	1.508	1.072	185.2	7.0	32.40	5116	0.94120	13.607	1.055512
5500	1.520	1.059	181.7	9.1	32.42	5116	0.92258	18.030	1.075059
5600	1.540	1.043	178.5	11.0	32.44	5116	0.89698	22.185	1.094605
5700	1.558	1.025	175.3	12.7	32.46	5116	0.87145	26.081	1.114152
5800	1.580	1.005	172.4	14.2	32.47	5116	0.84261	29.652	1.133698
5900	1.600	0.984	169.5	15.5	32.47	5116	0.81469	32.920	1.153245
6000	1.620	0.963	166.5	16.5	32.47	5116	0.78746	35.676	1.172791
6100	1.642	0.941	164.0	17.5	32.48	5116	0.75922	38.415	1.192338
6300	1.650	0.897	158.6	19.0	32.50	5116	0.72032	43.127	1.231431
6500	1.685	0.853	153.8	20.2	32.60	5116	0.67126	47.282	1.270524
6700	1.721	0.811	149.3	21.0	32.70	5116	0.62533	50.636	1.309617
6900	1.749	0.772	144.8	21.8	32.90	5116	0.58661	54.199	1.348710
7100	1.773	0.735	140.8	22.0	33.00	5116	0.55135	56.250	1.387803
7300	1.793	0.701	137.0	22.3	33.00	5116	0.51998	58.599	1.426896
7500	1.813	0.671	133.3	22.4	33.00	5116	0.49224	60.504	1.465989
7700	1.826	0.641	129.9	22.6	33.00	5116	0.46688	62.623	1.505082
8000	1.850	0.602	124.9	22.5	33.00	5116	0.43279	64.862	1.563722
9000	1.894	0.499	111.0	21.6	33.00	5116	0.35041	70.054	1.759187
12000	1.950	0.332	83.4	17.9	33.00	5116	0.22644	77.084	2.345582
15000	1.968	0.251	66.7	14.9	33.00	5116	0.16963	80.348	2.931978
18000	1.972	0.203	55.5	12.7	34.00	5116	0.13794	82.508	3.518374
21000	1.976	0.171	47.6	10.9	34.00	5116	0.11596	82.437	4.104769
24000	1.979	0.150	41.6	9.7	34.00	5116	0.10157	84.288	4.691165
27000	1.989	0.131	37.0	8.7	34.00	5116	0.08826	84.941	5.277561
30000	1.990	0.118	33.3	7.9	34.00	5116	0.07946	85.622	5.863956
33000	1.990	0.106	30.3	7.2	34.00	5116	0.07138	85.578	6.450352

对实验数据的拟合


幅度比 A´
Sheet1列C"幅度比 A´"的NewFunction (User) 拟合
方程 1/(1+(Q^2)*((1/x)-x)^2)^(1/2)
绘图 幅度比 A´
Reduced Chi-Sqr 3.75256E-4
R平方(COD) 0.99621
调整后R平方 0.99621
幅度比 A´
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.1
1
10
频率/固有频率 ω/ω0


Φ
Sheet1列B"Φ"的NewFunction18 (User) 拟合
模型 NewFunction18 (
方程 atan(Q*(1/x-x))
绘图 Φ
Q 2.28072 ± 0.00
Reduced Chi 9.08817E-5
R平方(COD) 0.99989
调整后R平方 0.99989
Φ
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
0.1
1
10
ω/ω0

对实验的反思：

1.进行实验前对电阻，电感，电容的选择不够合理，导致品质系数 Q 的值小于 3，应该选择 10 欧姆的电阻进行实验。

2.测量频率特性时，对电源频率的设置间距不够合理，导致在 4000-6000HZ 范围内测了太多的数据，而在小于 4000，大于 6000 区域内的数据较少。这个失误其实可以通过在实验前简单的计算所避免。