

实验一 法拉第效应

一、引言

1845年英国物理学家法拉第（Faraday）发现原本没有旋光性的铅玻璃在磁场中出现了旋光性，这种磁致旋光现象后来被称为法拉第效应，这也是人类第一次认识到电磁现象和光现象之间的相互关联。后来，费尔德（Verdet）研究了许多介质的磁致旋光效应，发现法拉第效应普遍存在于固体、液体和气体中，只是大部分物质的法拉第效应很弱，而掺稀土离子的玻璃的费尔德常数稍大。近年来研制的磁性石榴石（YIG）等晶体的费尔德常数更大一些。

法拉第效应只是磁光效应中的一种。磁光效应是描述在磁场的作用下，在具有固有磁矩的介质中传播的光其物理性质发生变化的现象，比如光的频率、偏振面、相位或者散射特性等性质发生了变化。磁光效应有很多种类型，常见的有法拉第效应、塞曼（Zeeman）效应、克尔（Kerr）效应、科顿-穆顿（Cotton-Mouton）效应和磁激发光散射等。

法拉第效应的应用领域极其广泛的。它可以作为物质结构研究的手段，比如，根据结构对法拉第效应的影响来分析碳氢化合物的结构；在光谱学中，可以用以研究激发能级的有关信息；在电工测量中，可用来测量电路中的电流和磁场。如今利用法拉第效应原理制成的偏频盒、旋转器、环形器、相移器、锁式开关、Q开关、光纤隔离器等能快速控制激光参数的各种元器件，已广泛应用于激光雷达、激光测距、激光陀螺、光纤通信中。

本实验的目的是：通过实验理解法拉第效应的本质，掌握测量旋光角的基本方法，并测量几种不同类型材料的旋光角，同时学会计算费尔德常数。

二、实验原理

所谓的法拉第效应就是，当在光的传播方向上加上一个强磁场时，平面偏振光穿过处于该磁场中的样品后，其偏振面会偏转一个角度。实验结果表明，光的偏振面旋转的角度 θ_F 与其在介质中传播的距离 l 及介质中磁感应强度在光传播方向上的分量 B 成正比，即

$$\theta_F = V_d(\lambda)Bl, \quad (1)$$

上式中，比例系数 $V_d(\lambda)$ 称为费尔德常数，它由材料本身的性质和工作波长决定，表征物质的磁光特性。在顺磁、弱磁和抗磁性材料中（如重火石玻璃）， $V_d(\lambda)$ 通常为常数，即 θ_F 与 B 具有线性关系；而在铁磁性或亚铁磁性材料中（如YIG）， θ_F 与 B 不再具有简单的线性关系。图1表示在磁场作用下介质的旋光效应，图中 E 表示平面偏振光的电矢量。

在不同的物质中，光的偏振面旋转的方向也可能不同，且偏振面的旋转方向与外加磁场的方向有关。一般约定，旋转方向与产生磁场的螺线管中电流方向一致时，法拉第旋转是左旋的，而 $V(\lambda)>0$ ；反之则 $V(\lambda)<0$ ，法拉第旋转是右旋的。

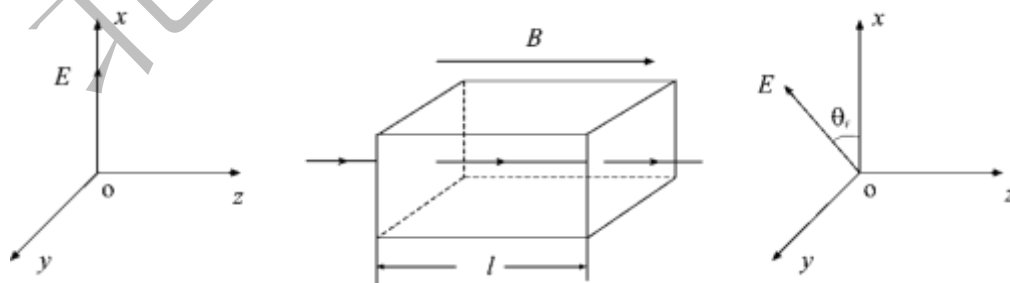


图1 平面偏振光沿磁场 B 通过介质时偏振面发生偏转

法拉第效应与自然旋光不同。在法拉第效应中对于给定的物质，偏振面的旋转方向只由磁场的方向决定而和与光的传播方向无关。也就是说，法拉第效应是不可逆的光学过程，光线往返一周，旋光角将倍增，这称为法拉第效应的“旋光非互易性”。而自然旋光过程是可

逆的，旋光方向与光的传播方向有关，即当光正反两次通过自然旋光物质时，其旋光角则因大小相等、方向相反而抵消，总旋光角为零。法拉第效应的非互易性使得它在激光技术、光纤通信技术中获得重要应用。

1. 法拉第效应的原理

一束平行于磁场方向传播的平面偏振光 \mathbf{E} （ \mathbf{E} 表示电场强度矢量），可以看作是两束等幅的左旋 \mathbf{E}_L 和右旋 \mathbf{E}_R 圆偏振光的叠加，如图2(a)所示。在没有外加磁场时，介质对这两种圆偏振光具有相同的折射率和传播速度，通过距离为 l 的介质后，两种偏振光产生的相位移相同，因此，透过介质后平面偏振光的振动面不发生偏转；当有外磁场存在时，由于磁场使得物质的光学性质发生改变，左旋和右旋圆偏振光在介质中具有不同的折射率和传播速度，这两圆偏振光在介质中通过同样的距离后就具有不同的相位移：

$$\varphi_L = \frac{2\pi}{\lambda} n_L l, \quad (2)$$

$$\varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda} n_R l, \quad (3)$$

其中， φ_L 、 φ_R 分别为左旋、右旋圆偏振光的相位； n_L 、 n_R 分别为左旋、右旋圆偏振光在介质中的折射率； λ 为真空中的波长。实际上，圆偏振光的相位就是其旋转电场矢量的角位移，而线偏振光的电场强度矢量 \mathbf{E} 应始终位于 \mathbf{E}_L 和 \mathbf{E}_R 的角平分线上，故由图2(b)可直接导出

$$\varphi_R - \theta_F = \varphi_L + \theta_F, \quad \text{即}$$

$$\theta_F = \frac{1}{2}(\varphi_L - \varphi_R) = \frac{\pi}{\lambda}(n_L - n_R)l \quad (4)$$

若 $n_L > n_R$ ，有 $\theta_F > 0$ ，表示左旋；若 $n_L < n_R$ ，有 $\theta_F < 0$ ，则表示右旋。假如 $n_R - n_L$ 正比于磁场强度 \mathbf{B} ，便可以得到描述法拉第效应的公式（1）。

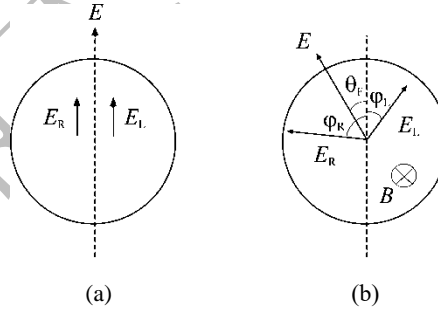


图2 左旋和右旋偏振光示意图

为什么在磁场作用下，左旋和右旋的圆偏振光在介质中具有不同的传播速度呢？利用经典电动力学中的介质极化和色散的振子模型可以很好的解释。在这个模型中，原子中被束缚的电子在光波电场的作用下作受迫振动。除了光场以外，若再在介质上加上一个静磁场 \mathbf{B} ，此时，电子的运动方程可表示为

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + k \mathbf{r} = -e \mathbf{E} - e \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \times \mathbf{B}, \quad (5)$$

上式中， \mathbf{r} 是电子离开平衡位置的位移， m 是电子质量， $-e$ 是电子电荷， k 是偶极子的弹性恢复系数。（5）式等号右边第一项是光波的电场对电子的作用，第二项是磁场对电子的洛伦兹力。这里假设入射光波的波长远大于介质的共振吸收峰，这样，光波场中磁场分量对电子的

作用及电子振动的阻尼作用便可以略去,因为这些作用对于法拉第效应的产生影响并不明显。假定入射光波的光场具有通常的简谐波的时间变化形式 $e^{i\omega t}$, 设磁场指向+z 方向, 光波也沿此方向传播且为右旋圆偏振光, 光波的电场分量为:

$$E = E_x e^{i\omega t} + iE_y e^{i\omega t}. \quad (6)$$

由于要求的特解是在光波场作用下受迫振动的稳定解,所以, r 随时间变化的形式也应是 $e^{i\omega t}$ 。因此, (5) 式可以写成

$$(\omega_0^2 - \omega^2)r + i\frac{e}{m}\omega r \times B = -\frac{e}{m}E, \quad (7)$$

式中, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, 为电子固有振动频率。

将 (7) 式写成分量形式有:

$$(\omega_0^2 - \omega^2)x + i\frac{e}{m}\omega By = -\frac{e}{m}E_x, \quad (8)$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2)y - i\frac{e}{m}\omega Bx = -\frac{e}{m}E_y. \quad (9)$$

将 (9) 式乘以 i 并与 (8) 式相加, 可得

$$(\omega_0^2 - \omega^2)(x + iy) + \frac{e}{m}\omega B(x + iy) = -\frac{e}{m}(E_x + iE_y). \quad (10)$$

因此, 电子振动的复振幅为

$$x + iy = \frac{\frac{e}{m}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \frac{e\omega}{m}B}(E_x + iE_y). \quad (11)$$

设单位体积内有 N 个电子, 则介质的电极化强度矢量 $P = -Ner$ 。由电动力学中的 $P = \epsilon_0 \chi E$ (χ 为有效极化率) 可得

$$\chi = \frac{P}{\epsilon_0 E} = -\frac{Ner}{\epsilon_0 E} = -\frac{Ne(x + iy)e^{i\omega t}}{\epsilon_0 (E_x + iE_y)e^{i\omega t}}. \quad (12)$$

将 (11) 式代入上式, 并令 $\omega_c = eB/m$ (ω_c 称为回旋加速角频率), 整理后得到

$$\chi = \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + \omega\omega_c}. \quad (13)$$

由于 $n^2 = \epsilon/\epsilon_0 = 1 + \chi$, 因此, 右旋圆偏振光通过介质时的折射率为:

$$n_R^2 = 1 + \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + \omega\omega_c} \quad (14)$$

对于可见光, $\omega = (2.7 \sim 4.7) \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, 当 $B = 1 \text{ T}$ 时, $\omega_c \approx 1.7 \times 10^{11} \text{ s}^{-1} \ll \omega$, 在这种情况下, (14) 式可表示为

$$n_R^2 = 1 + \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - (\omega - \omega_L)^2} \quad (15)$$

式中, $\omega_L = \omega_c / 2 = eB / 2m$, 为电子轨道磁矩在外磁场中的经典拉莫尔 (Larmor) 进动频率。

同理, 当入射光为左旋圆偏振光时也可以推导出折射率的表达式

$$n_L^2 = 1 + \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - (\omega + \omega_L)^2} \quad (16)$$

而无磁场时的介质的色散公式为:

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (17)$$

由以上推导可以得到以下两个结论:

(1) 在外加磁场的作用下, 电子受迫振动的频率由 ω 变成 $\omega \pm \omega_L$, 这正是对应于吸收光谱的塞曼效应 (倒塞曼效应);

(2) 由于 ω 的变化导致了折射率的变化, 并且左、右旋圆偏振光的变化是不同的, 尤其在 ω 接近 ω_0 时, 差别更为突出, 法拉第效应最为显著。

由此可见, 法拉第效应和塞曼效应起源于同一物理过程。

实际上, n_R 、 n_L 和 n 相差甚微, 可以近似认为

$$n_R - n_L \approx \frac{n_R^2 - n_L^2}{2n} \quad (18)$$

将 (15) ~ (18) 式代入 (4) 式, 再用到条件 $\omega_L^2 \ll \omega^2$ (略去 ω_L^2 项), 整理后得到

$$\theta_F = -\frac{Ne^3\omega^2}{2cm^2\epsilon_0n(\omega_0^2 - \omega^2)^2} Bl. \quad (19)$$

式中, c 是光速。对 (17) 式微分, 得到

$$\frac{dn}{d\omega} = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0n} \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (20)$$

将 (20) 式代入 (19) 式, 再利用关系式 $\omega = 2\pi c/\lambda$, 得到

$$\theta_F = \frac{e\lambda}{2cm} \frac{dn}{d\lambda} Bl. \quad (21)$$

令

$$V_d(\lambda) = \frac{e\lambda}{2cm} \frac{dn}{d\lambda}, \quad (22)$$

$V_d(\lambda)$ 就是前面定义的费尔德常数, λ 为入射光波长, $dn/d\lambda$ 为介质在无磁场时的色散。因此,

(22) 式就是法拉第旋光角的计算公式 (1)。因为费尔德常数是波长的函数, 所以, 对于不同波长的入射光, 物质相对应的法拉第旋光角是不同的, 这一物理现象被称为旋光色散。

在上述推导过程中, 左、右旋都只是相对于磁场方向而言的, 与光波的传播方向同磁场相同或相反无关, 因此, 法拉第效应便具有与自然旋光现象完全不同的不可逆性。

2. 测量法拉第旋光角的磁光调制法

要测量样品的旋光角, 需要比较光通过样品前后偏振方向的变化。通常用线偏振光入射, 利用检偏器检测透射光的消光位置来确定其偏振方向, 也可采用所谓磁光调制法来进行测量。

(1) 磁光调制器工作原理

若在起偏器 P 和检偏器 A 之间插入一个由交变线圈磁化了的磁光石榴石单晶膜，便构成了一个磁光调制器，如图 3 所示。

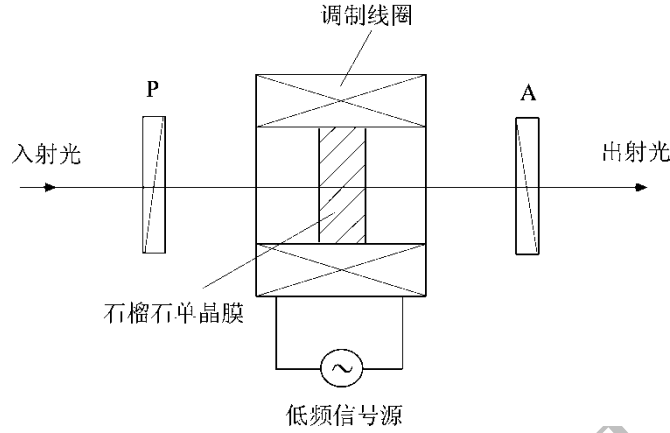


图 3 磁光调制器

当线圈未通电时，透过检偏器 A 的光强为

$$I(a) = I_0 \cos^2 a, \quad (23)$$

式中， a 为起偏器和检偏器透光轴之间的夹角，也就是入射到检偏器上的线偏振光偏振方向与检偏器透光轴之间的夹角， I_0 为 $a=0$ 时的输出光强。当线圈通以交变电流 $i = i_0 \sin \omega t$ 时，调制线圈中产生交变磁场 $B' = B_0 \sin \omega t$ ，磁场引起石榴石单晶膜产生交变的法拉第旋光角 $\theta' = \theta_0 \sin \omega t$ ， θ_0 称为调制角幅度。此时，透过检偏器 A 的光强为

$$I(a + \theta') = I_0 \cos^2(a + \theta') = \frac{I_0}{2} [1 + \cos 2(a + \theta')]. \quad (24)$$

由上式可知，当 a 一定时，输出光强 I 仅随 θ' 变化，而 θ' 是受磁场 B' 控制的，因此 I 随 B' 而变化，这就是磁光调制的工作原理。

描述磁光调制器性能的两个主要参量是调制角幅度 θ_0 和光强调制深度 η 。光强调制深度 η 定义为

$$\eta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (25)$$

式中， I_{\max} 、 I_{\min} 分别为磁光调制器输出光强的最大值和最小值。令

$$A = I_{\max} - I_{\min}, \quad (26)$$

A 称为光强调制幅度。在 $0 \leq a + \theta' \leq \frac{\pi}{2}$ 条件下，当 $\theta' = \mp \theta_0$ 时，由 (24) 式得到

$$\begin{cases} I_{\max} = \frac{I_0}{2} [1 + \cos 2(a - \theta_0)] \\ I_{\min} = \frac{I_0}{2} [1 + \cos 2(a + \theta_0)] \end{cases}. \quad (27)$$

将上式代入 (26) 式并化简后得到

$$A = I_0 \sin 2a \sin 2\theta_0. \quad (28)$$

上式表明, 当 θ_0 为定值时, 磁光调制幅度由 a 决定。当 $a=45^\circ$ 时, 磁光调制幅度最大, 并等于

$$A_{\max} = I_0 \sin 2\theta_0. \quad (29)$$

此时,

$$\begin{cases} I_{\max} = \frac{I_0}{2} (1 + \sin 2\theta_0) \\ I_{\min} = \frac{I_0}{2} (1 - \sin 2\theta_0) \end{cases}. \quad (30)$$

调制深度和调制角幅度分别为

$$\eta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \sin 2\theta_0, \quad (31)$$

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right). \quad (32)$$

如果测得磁光调制器输出的最大光强 I_{\max} 和最小光强 I_{\min} 值, 便可以由上述两式求出两偏振器夹角 $a=45^\circ$ 时的最大调制深度 η 和调制角幅度 θ_0 。

(2) 磁光调制倍频法

本实验用磁光调制器检测偏振方向的变化。把待测的旋光样品插入图 3 的检偏器 A 前, 经过调制的线偏振光通过该样品后, 偏振面由原来的 P 方向旋转 θ_0 角后变为 P' 方向, 并在 $\theta_0 \pm \theta$ 范围内摆动, 如图 4 所示。用 β 表示 P' 与 A 的夹角, 可知光透过检偏器后的强度为

$$I = I_0 \cos^2(\beta \pm \theta'). \quad (33)$$

此式与 (24) 式形式上完全相同, 只是由于待测样品的旋光效应, (24) 式中的 a 变成了 (33) 式中的 β 。展开上式中的余弦项

$$\cos^2(\beta \pm \theta') = \cos^2 \beta \cos^2 \theta' \mp 2 \cos \beta \cos \theta' \sin \beta \sin \theta' + \sin^2 \beta \sin^2 \theta'. \quad (34)$$

由于 θ' 很小, 所以有近似关系 $\sin \theta' \approx \theta' = \theta_0 \sin \omega t$ 以及 $\cos \theta' \approx 1$, 因此, 上式可以写成

$$\cos^2(\beta \pm \theta') = \cos^2 \beta \mp 2 \theta_0 \cos \beta \sin \beta \sin \omega t + \frac{1}{2} \theta_0^2 \sin^2 \beta (1 - \cos 2\omega t), \quad (35)$$

上式第一项为一直流信号, 第二项为基频信号, 第三项为倍频信号。

当 $\beta \neq 90^\circ$ 时, 倍频信号与基频信号相比可以忽略, 所以只有基频信号, 如图 4(a) 所示;

当 $\beta \neq 90^\circ$, 但接近 90° 时, (35) 式中第二项系数很小, 即基频信号减小, 第三项倍频信号的影响增大, 如图 4(b) 所示;

当 $\beta = 90^\circ$ 时, (35) 式只有第三项, 此时透过检偏器的强度

$$I = \frac{1}{2} I_0 \theta_0^2 (1 - \cos 2\omega t), \quad (36)$$

上式表明，当 P' 与 A 垂直，即处于磁光调制为零时的消光位置时，基频信号消失，只剩下倍频信号，如图 4(c)所示。

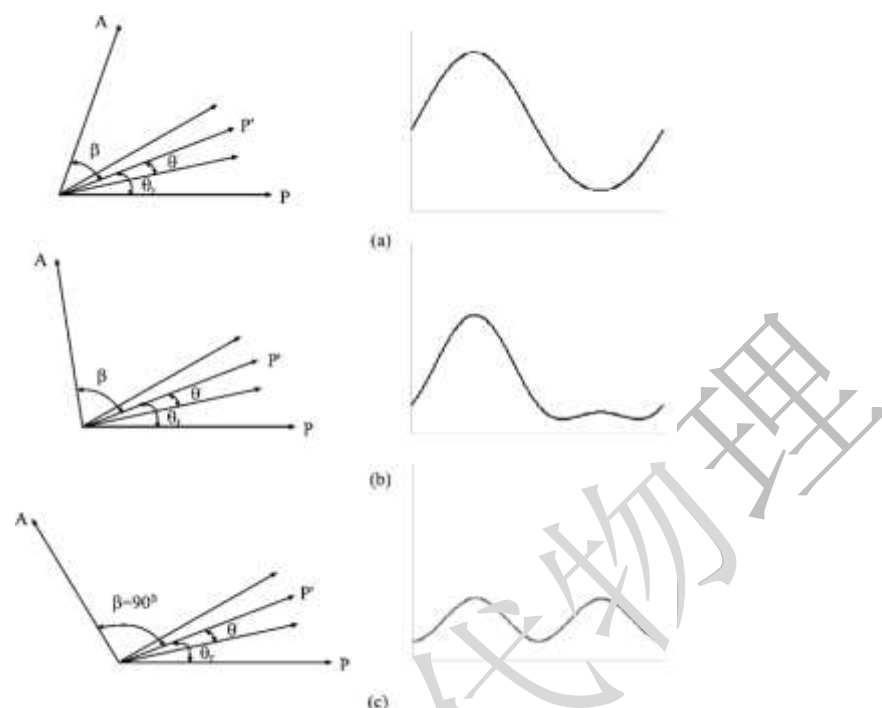


图 4 倍频法原理示意图

实验中若待测样品无旋光效应，或无旋光样品时，图 4 中 $\theta_F=0$ ，可知 A 、 P 垂直时探测光强为倍频信号。因此测量时可旋转检偏测角仪，根据被测样品放入前后出现倍频信号时检偏角的差值来确定被测样品的法拉第旋光角，这个测量方法称之为磁光调制倍频法。采用倍频法，可以测量被测样品的法拉第旋光角；反之，当样品的旋光角已知，也可精确测量该样品的厚度。

三、实验装置

本实验使用的法拉第旋光角测量装置如图 5 所示，激光通过起偏器后成为线偏振光，经磁光调制器调制后进入被测样品，出射后偏振面旋转了 θ_F 角。被调制和旋转后的线偏振光入射到检偏器，转换成交变的光电流，经放大器放大后输入示波器信号通道，在示波器上就显示出被调制的信号。通过倍频信号的判断测量法拉第旋光角。

本实验所使用的主要仪器有：

1. 氦氖激光器：输出波长 632.8nm，功率 $\leq 2\text{mW}$ 。
2. 电磁铁：采用电工纯铁做成磁路，磁极柱直径为 40mm，磁路中通光孔直径为 6mm，以保证入射光的光轴方向与磁场 B 的方向一致。磁极间距为 10mm。
3. 起偏器：产生小角度摆幅的线偏振光，输入电压为 0~6V，频率为 50Hz。
4. 测角仪：具有刻度值的检偏器， 360° 的刻度值，附有 $2''$ 的游标。
5. 光电二极管：接收透过检偏器的光强，响应时间小于 $10^{-7}/\text{s}$ ，光谱范围 $0.4 \sim 1.1\mu\text{m}$ 。
6. 电源：具有以下三个功能：

(1) 为电磁铁提供励磁电流，其输出电流分 10 档粗调，并有小范围的细调功能，具有过流保护功能，正常情况下过载指示灯不亮，一旦过流后，过载指示灯就会亮，同时励磁电流将会被切断。只有当排除过流（输出端短路）故障后，按压“复位”按钮后，才能恢复正常。数显电流表显示励磁电流值，单位为安培 A。过流保护点为 2.5A；

(2) 为光电接收提供直流电源，并把接收到的光强信号转换为相应的电压值，供示波器显示；

(3) 为磁光调制器提供 0~6V、50Hz 的交变电压，使其产生小角度摆幅。

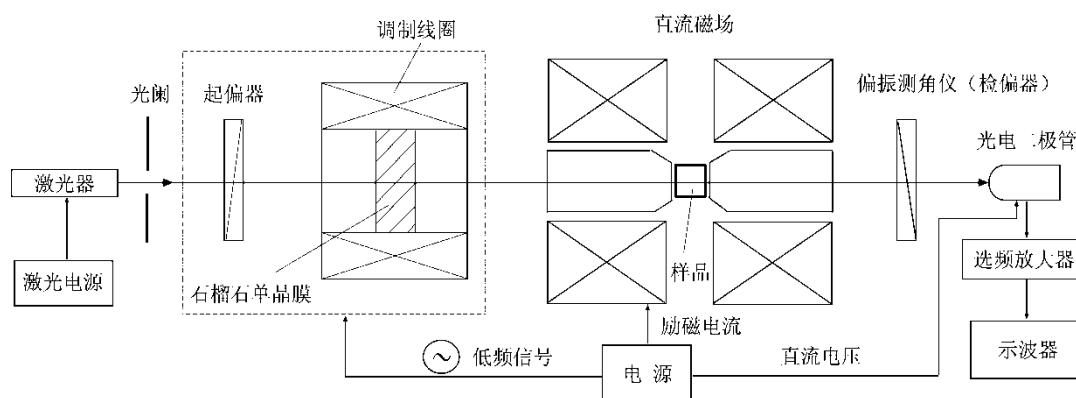


图 5 法拉第旋光角测量装置图

四、实验内容

1. 测量励磁电流 I 与磁感应强度 B 的关系，观察磁场的均匀性

不放样品，将特斯拉计的探头放入电磁铁的磁场中，观察磁场的均匀性；再把探头放在恰当的位置上，改变励磁电流 I ，测量其对应的磁感应强度 B 值。

2. 观测 ZF7、MR3 和石英玻璃的旋光角 θ 及磁场 B 对 θ 的影响

设计实验步骤，测量样品的 θ - B 关系曲线

- 1) 要求在每一个磁场下至少测量 3 次，在 0—0.5T 范围内至少选定十个磁场值；
- 2) 利用上面的测量结果，做出 θ - B 关系曲线，对实验结果进行分析；
- 3) 判断样品的法拉第旋转方向；
- 4) 计算波长为 632.8nm 时的费尔德常数；
- 5) 对测量结果进行误差分析。

3. 自行设计实验步骤，验证法拉第旋光效应的非互易性。

五、注意事项

1. 切勿用手触摸样品的端面，更不要用酒精清洗，若表面有浮尘，只需用吹耳球吹掉。小心取放样品。
2. 氦氖激光管与氦氖激光电源之间要保证正确连接，即红对红、黑对黑，否则激光管会损坏。另外，千万不要用眼睛直视激光束，避免伤害眼角膜；
3. 因光电二极管的接收灵敏度很高，需在接近消光时使用。因此，严禁用氦氖激光束直接照射，致使光电二极管寿命减少，甚至损坏；
4. 因电磁铁的电感量很大，严禁在通有励磁电流的状态下断开励磁电流的连线，否则会因电磁铁产生的反电动势而遭电击。

六、思考题

1. 本实验引起测量误差的因素有哪些？在实验中如何处理好这些因素以减小实验误差，提高测量精度？
2. 有些样品同时具有自然旋光、双折射等效应，它们的存在会影响到法拉第旋光角测量的

-
- 准确度，试考虑用什么实验方法消除这些因素的影响。
3. 设计一个测量旋光色散的实验。
 4. 阅读文献，说明法拉第效应在光纤隔离器中的应用原理。

参考文献

- [1] 吴思诚，王祖铨主编. 近代物理实验. 北京：高等教育出版社，2005
- [2] 高立模主编. 近代物理实验. 天津：南开大学出版社，2006
- [3] 李相银主编. 大学物理实验. 北京：高等教育出版社，2004
- [4] 赵凯华，钟锡华. 光学. 北京：北京大学出版社，2002