变温霍尔效应

1st Chen Yihao  
*School of Physics and Astronomy*   
*Beijing Normal University*Beijing, China  
202211140007@mail.bnu.edu.cn

摘要——本实验学习了变温霍尔的原理，用范德堡法测量了不同温度下半导体样品的霍尔系数，并利用改变磁场的方法消除实验误差，测得的曲线与理论值相符合。利用不同温度下的霍尔系数，计算出最终图像极大值点对应温度为210K，最小值点对应反转温度为175K。

关键字——变温霍尔效应 霍尔系数 迁移率 禁带宽度

# 引言

1879年，霍耳（E. H. Hall）在研究导体中电流与磁场相互作用时首次发现了霍耳效应：当电流垂直于外加磁场流过导体时，导体中垂直于电流和磁场方向会出现电压，这一现象表明了载流子在洛伦兹力作用下的偏转行为。霍耳效应的发现不仅为电子在材料中输运行为的研究提供了新的视角，也成为后续固体电输运理论发展的重要基础。

霍耳系数与电导率的测量，是揭示材料载流子性质（包括类型、浓度及其运动状态）的一种经典手段，尤其在半导体物理中占有极其重要的地位。通过分析霍耳系数随温度的变化，可以获得材料的禁带宽度、杂质电离能、载流子浓度、迁移率等关键参数，从而判断其导电类型、导电机制以及主要散射机制。

本实验采用范德堡尔（van der Pauw）方法测量半导体样品在不同温度下的霍耳电压与电阻率，从而获得霍耳系数与电导率的温度依赖关系。借助这些实验数据，可以进一步推导出样品的禁带宽度、杂质电离能及迁移率等参数，并对其电输运特性进行系统分析。

# 实验原理

## 半导体中的载流子

在一定的温度下，由于原子的热运动，价键中的电子获得能量摆脱共价键的束缚，成为可以自由运动的电子。共价键上留下了一个电子空位，邻键上的电子可以填充这个空位，从而使空位转移到邻键上去，因此空位是可以移动的。这种可以自由移动的空位被称为空穴。半导体也靠这种空穴导电。因此半导体有两种载流子：电子和空穴。

构成共价键的电子(也就是填充价带的电子)形成一对电子和空穴的过程，就是一个电子从价带到导带的量子跃迁过程，如图1所示。导带中的电子和价带中出现的空穴，都能导电。

本征激发纯净的半导体中费米能级位置和载流子浓度只是由材料本身的本征性质决定的，这种半导体称本征半导体。本征半导体中，电子和空穴的浓度相同，，称为本征浓度。本征载流子浓度不受外来掺杂的影响，这种载流子的产生过程通常叫做本征激发。杂质电离硅中掺有III族元素杂质(如硼、铝等)，这些III族杂质原子外层有三个价电子，在与周围硅原子形成共价键时，缺少一个电子，附近硅原子上的价电子会来填补这个空位。导致硅原子的价键中产生一个空穴，硼原子变成带负电的硼离子。从能带角度看，价带中的电子激发到禁带中的杂质能级上，使硼原子变成硼离子，而在价带中留下空穴，参与导电。相应的杂质能级称为受主能级。这种由受主杂质电离提供空穴导电的半导体叫做P型半导体。

硅中如果掺有V族元素杂质(如磷、砷等)，由于V族元素外层有五个价电子，其中四个与周围硅原子形成共价键，多余的一个价电子能级处于禁带之中，很接近于导带底，可以被激发到导带中。具有这种特点的能级称为施主能级。这种由施主杂质电离提供电子导电的半导体叫做N型半导体。

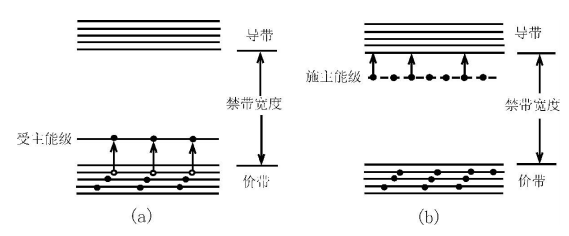


图1：（a）p型半导体（b）n型半导体

设P型半导体含有一种受主杂质，受主能级为，空穴密度为，在足够低的温度下，载流子是价带中电子激发到受主能级后所留下的空穴。在很低时，比小很多，有：

做lnp−(1/T)曲线，通过斜率可以求得受主杂质的电离能。在T较高时，受主杂质几乎完全电离，价带中的空穴数接近受主杂质数，此时有p≈。N型半导体的电子浓度满足：

其中为受主能级和受主密度。通过直线拟合可以求得施主杂质的电离能。

## 霍尔效应

当样品通以电流I，并加一磁场垂直于电流，则在样品的两侧产生一个霍耳电势差：

其中B为磁感应强度，d为样品厚度。比例系数为霍尔系数。如果为N型半导体，横向电场与前者相反。两种半导体的霍尔系数具有不同的符号。

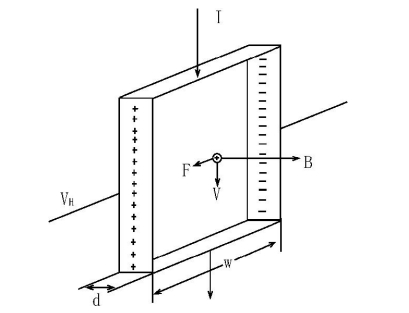


图 2:霍尔效应

半导体内杂质电离和本征激发都可产生载流子。因两者所需要的激发能量不同，哪一种起主导作用取决于所处的温度，因此霍耳系数将随温度变化而变化。以P型为例，

1)杂质电离饱和区，所有的杂质都已经电离，载流子浓度保持不变，主要是空穴导电。P型半导体中这段区域内>0。

2)温度逐渐升高时，价带上的电子开始激发到导带，由于电子迁移率大于空穴迁移率，b>1，当温度升高到使时，=0。

3)当温度再升高时，更多的电子从价带激发到导带，而使<0，随后将会达到一个极值：

是杂质电离饱和区的霍尔系数。

4)当温度继续升高，到达本征激发范围内，霍耳系数与导带中电子浓度成反比。随温度的上升，曲线基本上按指数下降。由于此时载流子浓度几乎与受主浓度无关，所以代表杂质含量不同的各种样品的曲线都聚合在一起。

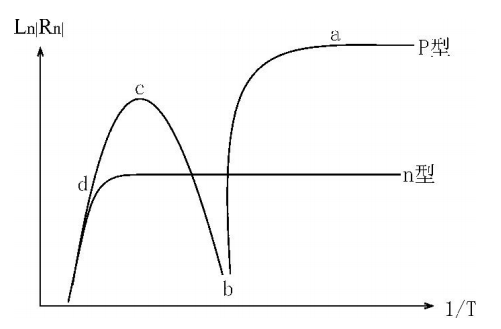


图 3：霍尔系数和温度的关系

## 范德堡尔法

范德堡尔法可应用于厚度均匀的任意形状的片状样品。在样品侧面制四个电极：

测量霍尔效应时一对不相邻的电极，例如M、O用来通入电流，另外一对电极P、N用来测量电位差。霍尔系数由下式给出：

式中B为垂直于样品的磁感应强度值。代表加磁场后P、N之间电位差的变化。

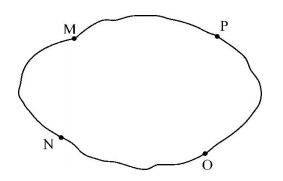


图 4：范德堡尔样品

## 实验中副效应和消除方法

在霍耳系数的测量过程中，伴随着下列热磁副效应所产生的电位，叠加在测量值上，引起测量误差。

（1）爱廷豪森（Ettingshausen）效应：载流子在电场和磁场作用下发生偏转时，其动能以热能形式释放出来，则在霍尔电压方向上产生温差，从而产生温差电动势，与I和B的方向都有关系。

（2）能斯特（Nernst）效应：即使没有电流通过样品，只要在电流方向有热流Q，在霍尔电压方向上就会叠加上电动势，其方向由B决定。

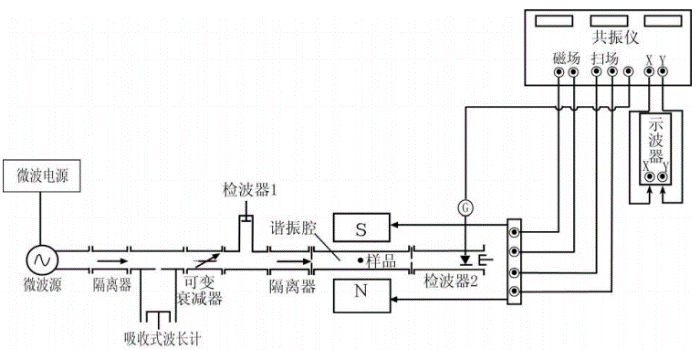
（3）里纪-勒杜克（Righi-Leduc）效应：当沿电流方向有热流Q通过样品时，则在霍尔电压方向上存在温度梯度场引起温差电位，其方向由B决定。

由此可见，除了爱廷豪森效应以外，采用范得堡尔法测量霍耳电压时，可以通过磁场换向及电流换向的方法消除能斯特效应和里纪-勒杜克效应。

# 实验内容与方法

## 实验仪器

实验装置如Fig. 5 所示，其主要部分包括：谐振式频率计，晶体检波器，测量线等。



1. 实验装置结构示意图

下面结合实验方法对实验仪器进行说明。

#### 频率测量——谐振式频率计

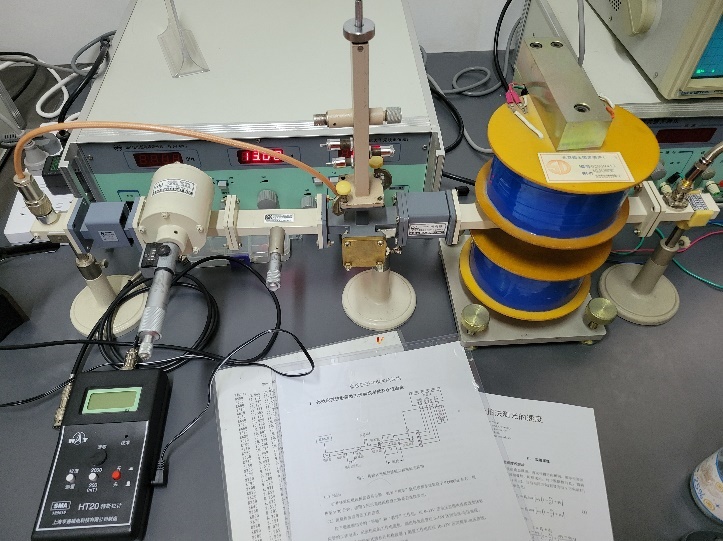
移动活塞，使长度L变化，其固有频率发生改变，当发生谐振时，记录谐振腔长度，查找频率计校正表，再由算出微波在自由空间真空中的波长。

#### 功率测量——晶体检波器

晶体检波器采用相对测量的方式，将微波信号转换为直流电信号。检波后可用灵敏电流计或微安表显示直流电流大小。其中，若，则称为平方律检波，此时,就成了的相对指示值。

#### 驻波比测量——测量线

测量线是一段在宽壁中线上沿着微波传输方向开狭槽的波导管。有一个探针在槽中来回移动，并将一部分功率耦合出来。送到晶体检波器上进行显示，测量出槽线方向电场的相对强度分布。



1. 实验装置结构

## 微波实验

### 预热微波振荡器

打开体效应微波振荡器，调节“频率”旋钮使频率读数在z左右电源预热至少30分钟。

### 测量体效应管的曲线与曲线

按下微波源信号的“等幅”和“教学"工作钮，在0-13V的电压范围内连续改变体效应管的工作电压，记录相应的工作电流值，画出体效应管在0-13V区间电流电压曲线。

利用光路中的吸收式波长计和检波器1测量工作电压在10-13V区间曲线，分析体效应管的负阻区和微波工作区的电压范围。

### 测量不同频率下的微波输出功率

弹起“教学”工作钮，此时体效应管工作在标准电压左右。调节体效应管功率钮和微波衰减器，使与检波器1连接的微安表的示数合适，调节频率旋钮，改变微波的频率范围， 测量不同频率下的微波输出功率。

## 铁磁共振实验

### 估算谐振腔的谐振频率

根据公式带入数据可得

### 观察传输式谐振腔谐振曲线

打开共振仪电源，工作方式设为检波。在理论谐振频率附近连续调节微波频率，观察共振仪上的检波示随微波频率的变化关系。初步观察到传输式谐振腔的谐振曲线。

### 测量传输式谐振腔谐振曲线与品质因数

仔细调节微波频率观察谐振腔的输出功率，找到其谐振频率，将检波器2连接到微安电流表上，调节衰减器，使微安表示数合适，在此频率左右单调、逐点测量传输式谐振腔的谐振曲线，并计算其品质因数。

### 观察铁磁样品的共振曲线

将微波频率设置为，工作方式设为扫场，放入铁磁样品，调节磁场电流扫场为最大，调节磁场电流，直到在示波器观察到共振曲线，调节相移钮，使左右信号重合，调节各参数，使共振曲线接近理想图形。

### 观察不同铁氧体样品的共振线宽

在谐振腔中放入不同的铁氧体样品,观察共振信号的变化，记录共振曲线的图像，分析不同样品共振信号的差异与成因。

### 用逐点法测量样品的共振曲线

将待测样品放入谐振腔，铁磁共振仪设为扫场方式，调节磁场电流，在示波器上观察样品的共振特征。

铁磁共振仪设为检波，将检波器2连接到微安表上，从小到大调节磁场电流，用逐点法测量样品的共振曲线，注意合理设置测量点的步长，测量前一定要使谐振腔调谐，使曲线左右远离共振时的信号功率尽量相等，绘制图，测量多晶样品的共振线宽。

### 用高斯计测量电磁铁电流与磁场强度的关系

### 计算样品的旋磁比γ、g因子和弛豫时间τ

### 比较分析不同样品的弛豫时间不同的原因

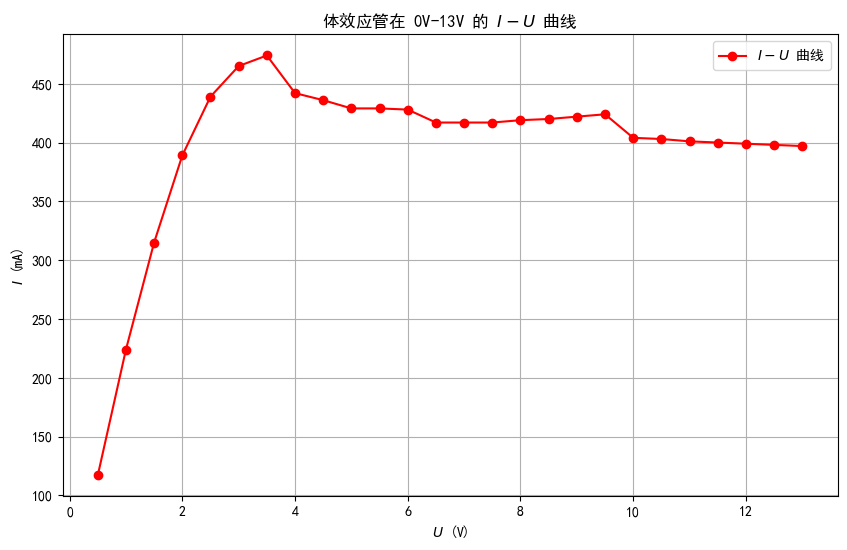
# 实验数据处理

## 微波实验

### 预热微波振荡器

### 测量体效应管的曲线与曲线

利用测得数据，绘制体效应管在的曲线如图，原始数据见附录TABLE Ⅰ



1. 体效应管曲线

当电压从0逐渐升高时，电流首先近似线性上升（欧姆区），到达某一阈值电压时电流达到峰值；随后随着电压进一步升高，电流不增反降，出现负微分电阻区域​。在更高电压下，电流又重新随电压升高而增加，进入新的正阻区​。

这种负阻行为源于器件内部载流子动力学的改变，即发生了转移电子效应：当电场超过阈值后，材料中部分电子从高迁移率的主能谷转移至低迁移率的副能谷，导致电子平均漂移速度随场强增加反而降低，宏观上导电能力下降、电流减小​。电子迁移机制的这一效应正是曲线中电流出现下降的物理原因​。

在进入负阻区时，器件内部会形成高场畴：阴极附近出现局部高场区域，使该区域呈高阻态。

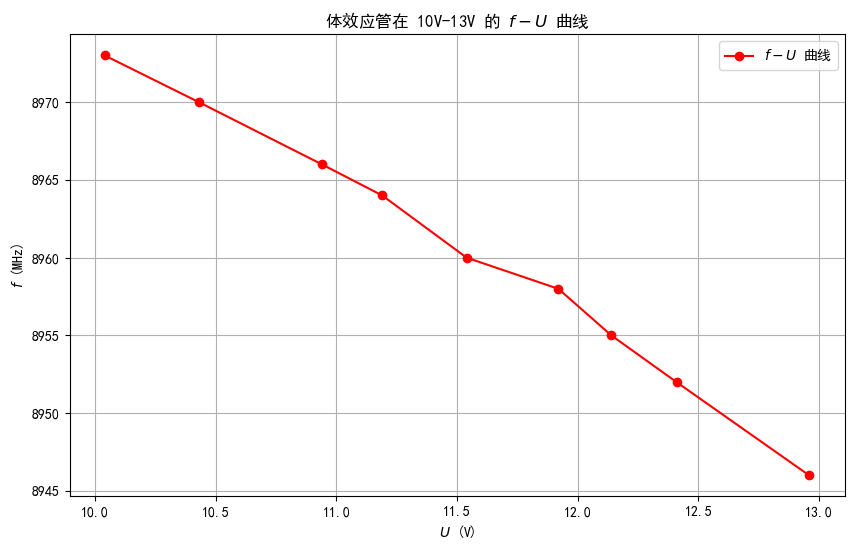
高场畴以近乎恒定的漂移速度向阳极移动，在此过程中器件总电流被高场畴限制在较低水平。高场畴的形成与消失机制导致了电流的周期振荡：当高场畴移动到阳极后迅速崩解消失，器件瞬时恢复低场、高电流状态，随后新的高场畴又在阴极处形成，开始下一周期的传播。如此循环往复便产生了周期性的电流扰动，对应于微波频率的振荡信号。由于器件的负微分电阻提供了能量补偿，在外部谐振回路的选频反馈下，这种电流振荡能够维持并输出稳定的高频振荡功率​。

因此，只要将直流偏置工作点设定在该负阻区域内，体效应管即可作为微波振荡源实现稳定工作。

对于图中所示曲线，稳定工作区正是上述负阻区对应的电压范围。在此区域内，器件维持单畴周期性形成-灭失的动态平衡，输出稳定的微波功率。偏压低于阈值时，由于未产生高场畴，器件仍处于正常正阻态，无法起振；偏压高于负阻区上限时，则可能触发多个高场畴同时存在或器件进入其它工作模式，导致振荡不再稳定甚至熄灭​。

因此，适宜的微波振荡工作电压范围应当选在负阻区域内，即电流峰值对应的阈值电压稍以上至电流谷值附近的区间。在该区间内，体效应管表现出负微分电阻特性，可为振荡提供必要的增益，从而保证微波振荡器的稳定工作​。

绘制体效应管在的曲线如图，原始数据见附录TABLE Ⅱ



1. 体效应管曲线

总体来看，在此电压范围内频率随偏压呈近似线性的小幅上升趋势。 产生这一频率-电压变化趋势的物理原因在于电压影响了器件内部的电场分布及谐振条件。

首先，较高的电压意味着器件内部平均电场更强，高场畴形成更迅速且漂移速度趋于饱和。结果是电子渡越时间缩短——单个高场畴穿越阴极至阳极所需的时间减少，从而缩短了振荡周期、提高了振荡频率。简单来说，在较高偏压下，高场畴能够更快地完成“形成—迁移—消失”的循环，因此产生更高的微波振荡频率。

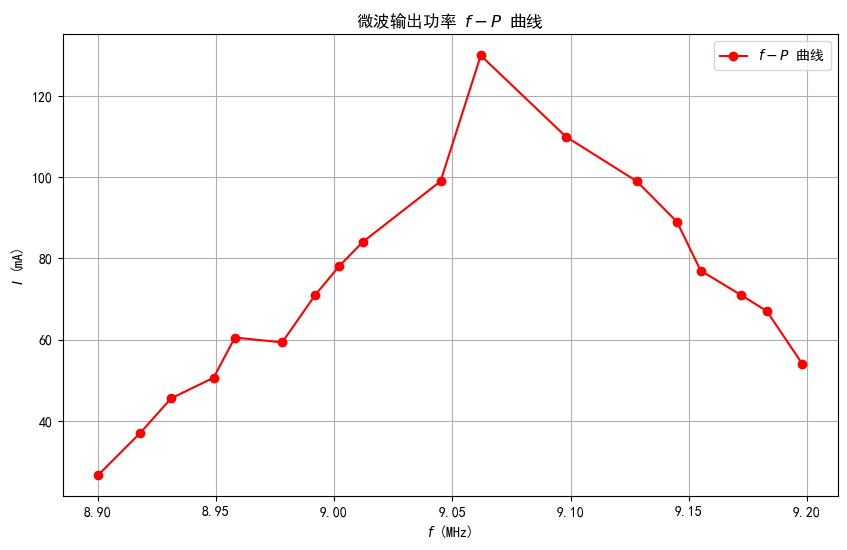
其次，体效应管微波振荡器的频率还取决于谐振腔长及驻波共振条件。通常，耿氏管需要安装在一个谐振腔内工作，以提供选频反馈。振荡频率必须满足腔体的驻波条件​。当直流偏压变化时，器件的等效介电常数和内部场分布也随之改变，相当于调整了谐振腔的有效电长度。为继续满足驻波共振条件，腔内场分布将发生相应调整，共振频率也随之偏移​。

例如，增大偏压后，高场畴占据器件更长的区域，电场分布重心向阳极偏移。这等效于略微缩短了腔体的有效谐振长度，因此共振频率会上移。反之，降低偏压则相当于有效腔长变长，振荡频率下降。

由此可见，驻波条件与器件偏压共同决定了振荡频率：器件的负阻提供能量支撑，而具体频率由“器件 + 腔体”系统满足相位闭合的共振条件所决定​。因此，频率会随偏压变化而产生相应的频率响应，在本实验范围内表现为随电压升高而频率升高的趋势。

### 测量不同频率下的微波输出功率

保持体效应管工作在标准电压12V左右，测量不同频率下的微波输出功率，并不断调谐，绘制不同频率下的微波输出功率如图，原始数据见附录TABLE Ⅲ



1. 微波输出功率曲线

在共振点附近电流较为波动和不稳定，导致曲线不够完美平滑，原因可能是因为微波频率并不是一个恒稳值，而是在稳定值之间浮动的一个值，在经典的振幅-频率图像中，我们可以看到其斜率在谐振频率附近很大，所以在频率不稳定的情况下，电流的浮动也很大，故呈现此图像。

其中，调谐的作用是因为样品会发生频散效应，必须在测量时消除频散，故利用检波器进行调谐。

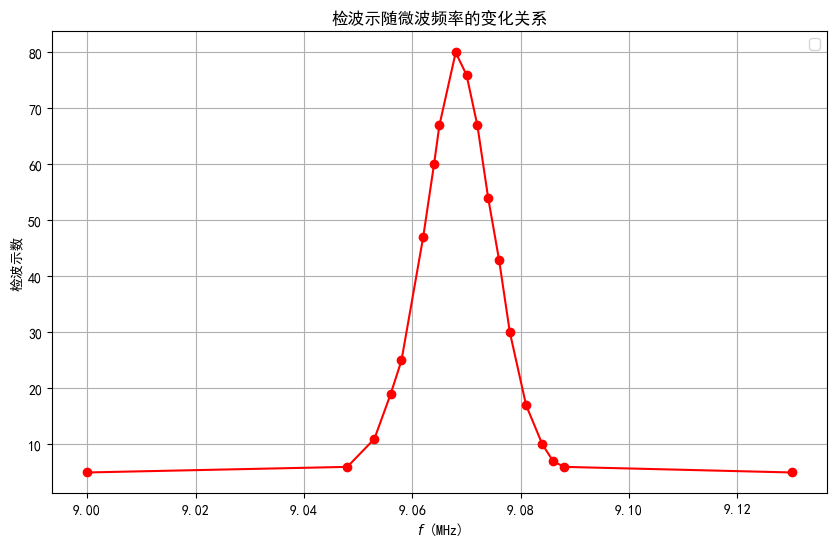
## 铁磁共振实验

### 估算谐振腔的谐振频率

前边已经说明，谐振频率为

### 观察传输式谐振腔谐振曲线

绘制检波示随微波频率的变化关系如图，原始数据见附录TABLE Ⅳ



1. 检波示随微波频率的变化关系

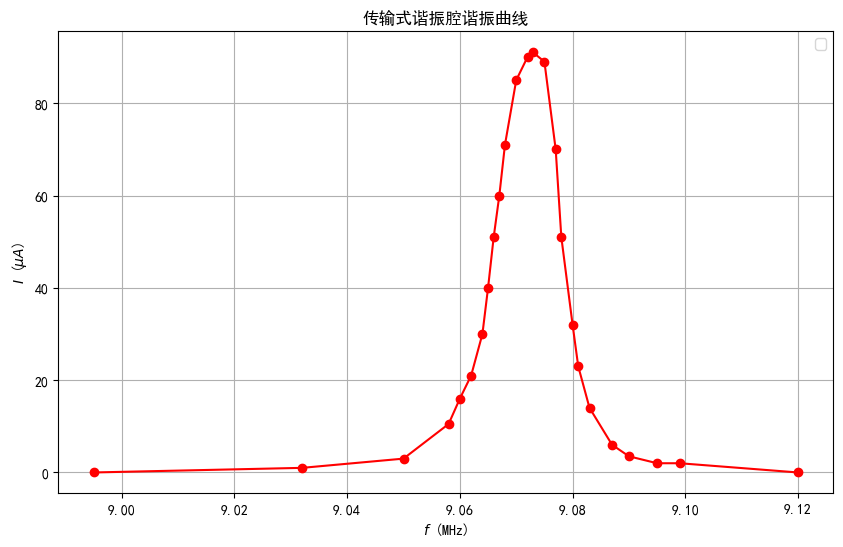
可以看到检波器输出检波示数在约 9.067 MHz 附近出现明显的峰值，表现出典型的谐振响应特性。在该频率处，传输式谐振腔的输入与谐振腔的本征频率一致，微波与腔体之间发生强烈耦合，能量高效地耦合进入腔体，导致输出功率最大，检测信号显著增强。

该响应曲线呈现出单峰尖锐型结构，曲线两侧对称下降，说明该谐振腔具有较高的频率选择性，仅在非常狭窄的频率范围内表现出强烈响应，这一特征体现了谐振腔的良好频率选择性与品质因数较高。

这是因为谐振腔仅在其固有共振频率附近形成稳定的驻波模式，微波信号频率一旦偏离共振点，能量耦合效率迅速下降，从而导致输出功率骤减。

### 测量传输式谐振腔谐振曲线与品质因数

绘制传输式谐振腔谐振曲线如图，原始数据见附录TABLE Ⅴ



1. 传输式谐振腔谐振曲线

分析类似Fig. 12该图形实际反映了腔体在不同频率下对微波能量的耦合效率。谐振频率处能量最易被腔体存储与传输，因此电流最大，而偏离谐振频率后腔体反射增强、耦合变差，输出功率迅速降低，电流也随之减小。

注意到电流示数在约 9.075 MHz 附近出现明显的峰值，与检波示数给出的结果有所不同，做以下分析。

检波器系统主要通过二极管检波输出一个与微波功率成比例的直流电压，它的响应频率可能受到器件本身频率特性、匹配网络等因素影响，其最大响应点可能滞后于真实的驻波峰值频率。

微安电流表系统是直接测量微波功率输出信号的强度电流，通常更加直接反映微波能量的驻波增强点，因而更贴近腔体的真实共振频率。

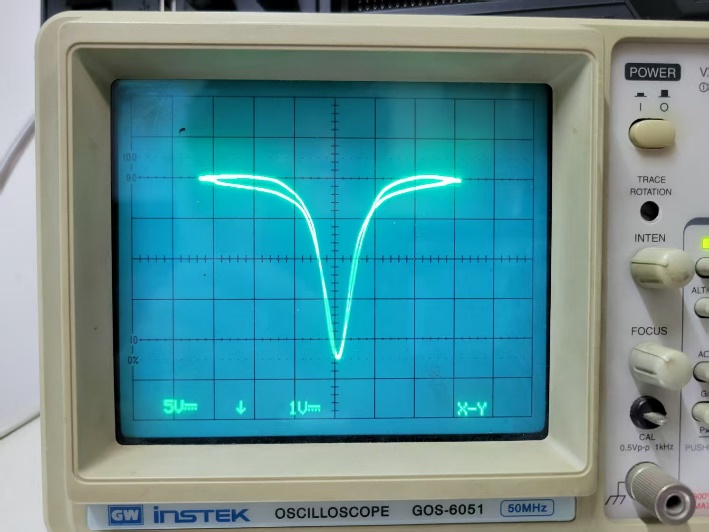
也就是说，电流响应往往更准确地体现了谐振频率的位置，而检波器的响应可能因整流效率变化等原因略有偏移。

计算品质因数

品质因数较高，说明该腔体能量损耗较小、储能能力较强，具备良好的频率选择性与共振放大效果。

### 观察铁磁样品的共振曲线

按照实验要求进行设置，初始在示波器上观察到共振曲线较为混乱。调相，谐振频率，磁场电流等参数，得到铁磁样品的共振曲线如下图。



1. 铁磁样品共振曲线

在示波器上观测到的典型共振曲线。该曲线呈现出对称的倒V型结构，其中心处出现明显凹陷，表明铁磁样品在该磁场条件下对微波功率发生了显著吸收。整个过程体现了样品磁矩系统的共振吸收行为。

实验过程中探究了不同参数对共振曲线的影响，如下图所示。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. 不同参数对共振曲线的影响

在图中，观察到共振曲线不对称，中心吸收较弱，曲线边缘未闭合。这说明当前设置的微波频率并未与铁磁样品的共振条件匹配，即满足共振条件的磁场与当前微波频率之间存在偏差。

图显示出一条明显偏移且不对称的共振曲线，且左右基线高度不一致，表明此时磁场未处于最佳共振点。共振峰向右偏移，且伴随强烈的不对称性，是由于磁场强度尚未达到对应于设定微波频率的共振磁场值。

图所示曲线呈现出两条几乎对称但未完全重合的吸收峰，扫场正反向的磁响应未能同时以相同相位被解调，从而在示波器上表现为“分离”的双峰结构。

### 观察不同铁氧体样品的共振线宽

扭开样品固定旋钮，更改成不同的铁磁样品，观察共振曲线。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

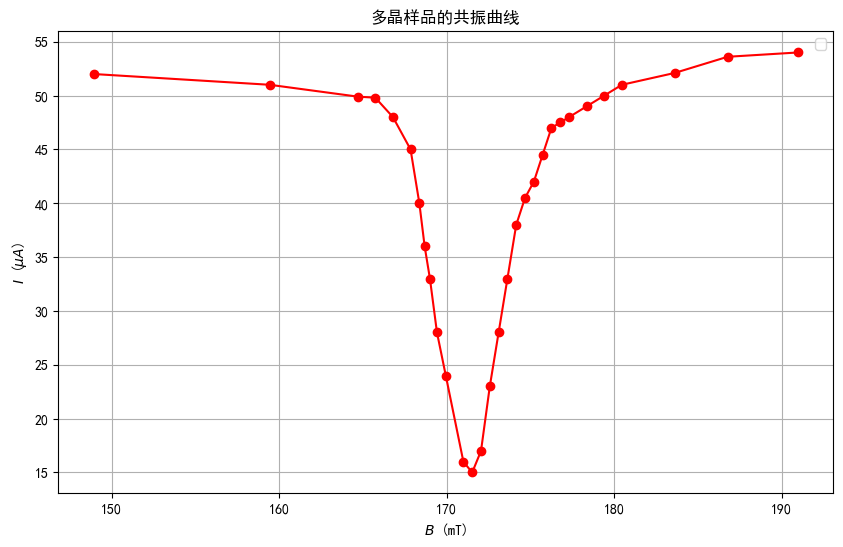
1. 不同铁氧体样品的共振线宽

多晶样品因内部晶粒取向杂乱，导致在同一磁场下各微晶满足共振条件的场强不同，产生明显的展宽效应，共振曲线较宽且吸收峰圆钝。这种展宽主要源于非均匀驰豫机制，使得多晶样品的共振信号在磁场上分布较为离散。

相比之下，单晶样品结构规整、磁各向异性轴一致，磁矩系统在外加场作用下呈现出更加统一的响应行为，表现为尖锐、对称且线宽较窄的共振曲线。

### 用逐点法测量样品的共振曲线

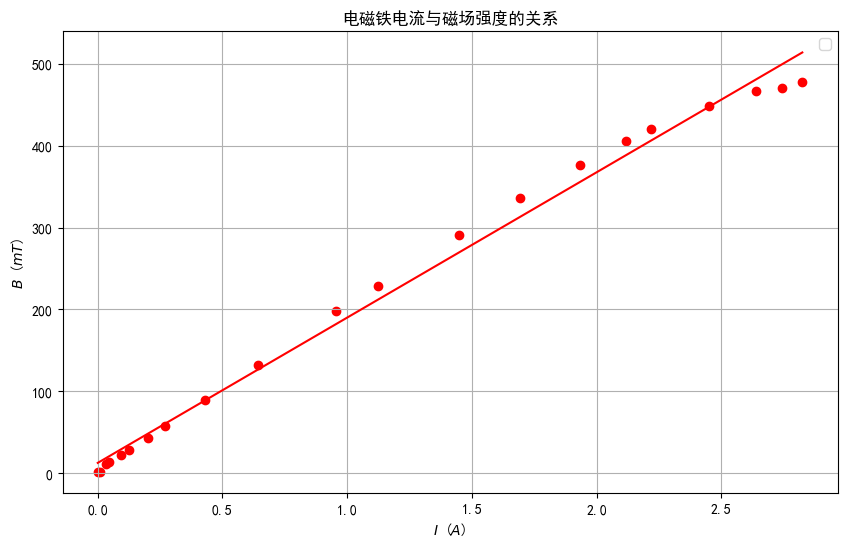
绘制多晶样品的共振曲线如图，原始数据见附录TABLE Ⅵ



1. 多晶样品的共振曲线

### 用高斯计测量电磁铁电流与磁场强度的关系

绘制电磁铁电流与磁场强度如图，原始数据见附录TABLE Ⅶ

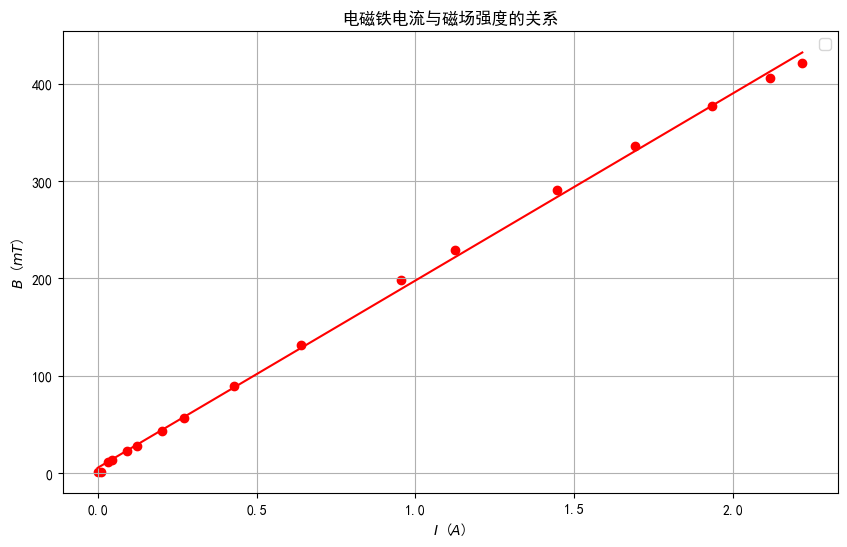


1. 电磁铁电流与磁场强度

电流较低时，电磁铁电流和磁场强度成一个非常良好的线性关系。但随着电流的增大，线性关系消失。

考虑是由于电磁铁的铁芯材料进入了磁饱和状态。在高电流下，铁芯内部的磁畴基本已完成转向并完全排列，磁化程度接近极限，此时继续增加电流仅能微弱地增加磁感应强度，因此磁场不再线性增强。这种现象体现了磁性材料的非线性磁化曲线特性，实质上是材料的饱和磁感应强度所致。

单独考虑线性部分如图



1. 电磁铁电流与磁场强度线性部分

线性方程

拟合优度

电磁铁电流和磁场强度成一个非常良好的线性关系。这里的截距表示电磁铁电流等于的情况下还存在磁场，考虑是由于电磁铁的材料被磁化，在电流完全撤去后还保留着微弱的余磁。

### 计算样品的旋磁比γ、g因子和弛豫时间τ

半共振点的公式为：

和分别为远离铁磁共振时和共振时的输出功率

可以测得共振线宽

由公式

代入计算得

由公式

代入计算得：

由公式

代入数据后解得：

### 比较分析不同样品的弛豫时间不同的原因

从实验观察结果来看，单晶样品的共振峰较窄，对应的弛豫时间较长；而多晶样品的共振曲线较宽，表明其弛豫时间较短，分析原因如下。

晶体结构均匀性差异：单晶样品内部结构有序、磁各向异性轴一致，磁矩系统受扰后响应协调，导致能量耗散路径较少，弛豫时间相对较长。多晶样品则由大量取向随机的晶粒组成，晶界和内部缺陷较多，使得自旋系统在磁场作用下的响应不一致，导致非均匀展宽效应，弛豫过程更快，时间更短。

阻尼机制差异：多晶体中存在更多的晶界、杂质与缺陷，这些结构性不完美引起更强的自旋-晶格耦合或自旋-自旋耦合，加速能量从磁子系统向晶格系统的耗散，使得驰豫过程更迅速。而单晶材料中阻尼机制相对较弱，自旋系统的相干性更强，恢复过程更慢。

磁各向异性的影响：单晶中磁各向异性方向统一，易磁化方向固定，磁矩进动受控性强；而多晶样品中磁各向异性方向分布随机，磁矩在微波场中响应不一，增加了相位不一致性，从而导致有效驰豫时间缩短。