

Серия 5. Булевы функции и прочая логика

1. Не пользуясь таблицами истинности приведите к СКНФ и СДНФ следующие функции.
а) $((P \supset Q) \supset (R \supset \neg P)) \supset (\neg Q \supset \neg R)$; б) $((((P \supset Q) \supset \neg P) \supset \neg Q) \supset \neg R) \supset R$.
 2. Являются ли полными следующие системы булевых функций? а) $\{\neg, \vee\}$; б) $\{\oplus, \vee\}$; в) $\{\oplus, \supset\}$.
 3. Существует ли полная система, состоящая из одной булевой функции?
 4. Докажите, что булеву функцию $f(x_1, \dots, x_n)$ можно выразить через $\&, \vee, \supset$ если и только если в ее СКНФ отсутствует дизъюнкт $(\neg x_1 \vee \dots \vee \neg x_n)$.
 5. Докажите, что набор простых дизъюнктов выполним (т. е. можно так подобрать значения переменных, чтобы все эти дизъюнкты стали истинными) тогда и только тогда, когда из нее при помощи правила резолюции нельзя получить пустой дизъюнкт.
 6. Каждый житель острова людоедов принадлежит к одному из двух племён — рыцарей, которые всегда говорят правду, или лжецов, которые всегда лгут. Однажды 2013 островитян встали в круг и каждый заявил: “Оба моих соседа — лжецы”. Тут началась перебранка, и одного из островитян съели. После этого оставшиеся 2012 островитян снова встали в круг, возможно, в другом порядке, и каждый заявил: “Оба моих соседа не из моего племени”. Кого съели — рыцаря или лжеца?
 7. В Министерстве Пропagанды работали честные сотрудники (которые всегда говорили правду) и патологические лжецы (которые всегда лгали). Каждый сотрудник знал про любого другого, честный тот или лжец. Вновь назначенный Министр Пропagанды у каждого подчиненного спросил про какого-то другого подчиненного, честный тот или лжец. При этом ни про какого подчиненного Министр не спрашивал дважды. После опроса Министр выгнал из Министерства всех сотрудников, которые были названы честными. Могло ли у Министра остаться ровно 2013 подчиненных?
-

Серия 5. Булевы функции и прочая логика

1. Не пользуясь таблицами истинности приведите к СКНФ и СДНФ следующие функции.
а) $((P \supset Q) \supset (R \supset \neg P)) \supset (\neg Q \supset \neg R)$; б) $((((P \supset Q) \supset \neg P) \supset \neg Q) \supset \neg R) \supset R$.
 2. Являются ли полными следующие системы булевых функций? а) $\{\neg, \vee\}$; б) $\{\oplus, \vee\}$; в) $\{\oplus, \supset\}$.
 3. Существует ли полная система, состоящая из одной булевой функции?
 4. Докажите, что булеву функцию $f(x_1, \dots, x_n)$ можно выразить через $\&, \vee, \supset$ если и только если в ее СКНФ отсутствует дизъюнкт $(\neg x_1 \vee \dots \vee \neg x_n)$.
 5. Докажите, что набор простых дизъюнктов выполним (т. е. можно так подобрать значения переменных, чтобы все эти дизъюнкты стали истинными) тогда и только тогда, когда из нее при помощи правила резолюции нельзя получить пустой дизъюнкт.
 6. Каждый житель острова людоедов принадлежит к одному из двух племён — рыцарей, которые всегда говорят правду, или лжецов, которые всегда лгут. Однажды 2013 островитян встали в круг и каждый заявил: “Оба моих соседа — лжецы”. Тут началась перебранка, и одного из островитян съели. После этого оставшиеся 2012 островитян снова встали в круг, возможно, в другом порядке, и каждый заявил: “Оба моих соседа не из моего племени”. Кого съели — рыцаря или лжеца?
 7. В Министерстве Пропagанды работали честные сотрудники (которые всегда говорили правду) и патологические лжецы (которые всегда лгали). Каждый сотрудник знал про любого другого, честный тот или лжец. Вновь назначенный Министр Пропagанды у каждого подчиненного спросил про какого-то другого подчиненного, честный тот или лжец. При этом ни про какого подчиненного Министр не спрашивал дважды. После опроса Министр выгнал из Министерства всех сотрудников, которые были названы честными. Могло ли у Министра остаться ровно 2013 подчиненных?
-

Серия 5. Булевы функции и прочая логика

1. Не пользуясь таблицами истинности приведите к СКНФ и СДНФ следующие функции.
а) $((P \supset Q) \supset (R \supset \neg P)) \supset (\neg Q \supset \neg R)$; б) $((((P \supset Q) \supset \neg P) \supset \neg Q) \supset \neg R) \supset R$.
2. Являются ли полными следующие системы булевых функций? а) $\{\neg, \vee\}$; б) $\{\oplus, \vee\}$; в) $\{\oplus, \supset\}$.
3. Существует ли полная система, состоящая из одной булевой функции?
4. Докажите, что булеву функцию $f(x_1, \dots, x_n)$ можно выразить через $\&, \vee, \supset$ если и только если в ее СКНФ отсутствует дизъюнкт $(\neg x_1 \vee \dots \vee \neg x_n)$.
5. Докажите, что набор простых дизъюнктов выполним (т. е. можно так подобрать значения переменных, чтобы все эти дизъюнкты стали истинными) тогда и только тогда, когда из нее при помощи правила резолюции нельзя получить пустой дизъюнкт.
6. Каждый житель острова людоедов принадлежит к одному из двух племён — рыцарей, которые всегда говорят правду, или лжецов, которые всегда лгут. Однажды 2013 островитян встали в круг и каждый заявил: “Оба моих соседа — лжецы”. Тут началась перебранка, и одного из островитян съели. После этого оставшиеся 2012 островитян снова встали в круг, возможно, в другом порядке, и каждый заявил: “Оба моих соседа не из моего племени”. Кого съели — рыцаря или лжеца?
7. В Министерстве Пропagанды работали честные сотрудники (которые всегда говорили правду) и патологические лжецы (которые всегда лгали). Каждый сотрудник знал про любого другого, честный тот или лжец. Вновь назначенный Министр Пропagанды у каждого подчиненного спросил про какого-то другого подчиненного, честный тот или лжец. При этом ни про какого подчиненного Министр не спрашивал дважды. После опроса Министр выгнал из Министерства всех сотрудников, которые были названы честными. Могло ли у Министра остаться ровно 2013 подчиненных?