2025 闵行一模

1. 设集合 $A=\{0,1,2,3,4\}$，$B=\{x\mid 0<x<3\}$，则 $A\cap B=$ $\{1,2\}$.

$0,1,2,3,4$

✓ ✓

$0<x<3$

2. 不等式 $\dfrac{2x-1}{x-1}<0$ 的解集为 $(\frac{1}{2},1)$

$(2x-1)(x-1)<0$

$\frac{1}{2}<x<1$

3. 直线 $\sqrt{3}x-y+1=0$ 的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$.

$y=\sqrt{3}x+1$

$k=-\frac{A}{B}=-\frac{\sqrt{3}}{-1}=\sqrt{3}=\tan\theta$

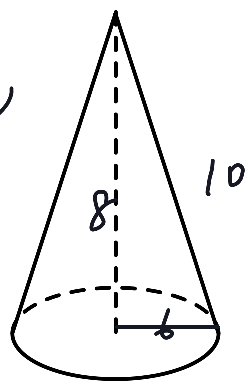
$\Rightarrow \theta=\frac{\pi}{3}$ / 60°

4. 已知正实数 a、b 满足 $ab=1$，则 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值为 2.

$\frac{1}{a}=b \rightarrow b+\frac{1}{b}\geq 2$

当 $a=b=1$ 取等

5. 已知圆锥的高为 8，底面半径为 6，则该圆锥的侧面积为 60π.



$S_{侧}=\pi rl=\pi\times 6\times 10$

6. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$ 的二项展开式中，x^4 项的系数为 $\underline{\ 28\ }$.

$$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases} \qquad C_8^2 \cdot x^6 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 28x^4$$

7. 已知函数 $y=\begin{cases} \log_2 x, & x>0, \\ f(x), & x<0 \end{cases}$ 为奇函数，则 $f(-8)=$ $\underline{\ -3\ }$

$$f(-8) = -f(8) = -\log_2 8 = -3$$

8. 从10名数学老师中选出3人安排在3天的假期中值班，每天有且只有一人值班. 若老师甲必须参加且不安排在假期第一天值班，则不同的值班安排方法种数为 $\underline{\ 144\ }$

$$9\times(1\times 8 + 8\times 1) = 16\times 9 = 144$$

甲 乙 丙

三天 _ _ _

9.已知 $f(n)=\mathrm{i}^{n+1}+\mathrm{i}^{n+2}+\mathrm{i}^{n+3}+\mathrm{i}^{n+4}+\mathrm{i}^{n+5}$（i 为虚数单位，$n$ 为正整数），当 n_1、n_2 取遍所有正整数时，$f(n_1)+f(n_2)$ 的值中不同虚数的个数为 $\underline{\ 4\ }$.

$n=1$ $f(n) = i^2+i^3+i^4+i^5+i^6 = -1-i+1+i-1 = -1$

$n=2$ $f(n) = i^3+i^4+i^5+i^6+i^7 = -i+1+i-1-i = -i$

$n=3$ $f(n) = i^4+i^5+i^6+i^7+i^8 = +1+i-1-i+1 = 1$ $T=4$

$n=4$ $f(n) = i^5+i^6+i^7+i^8+i^9 = +i-1-i+1+i = i$

$n=5$ $f(n) = i^6+i^7+i^8+i^9+i^{10} = -1-i+1+i-1 = -1$

$\frac{x^2}{4}+\frac{(x+\sqrt{2})^2}{2}=1$ $a=2$ $b=\sqrt{2}$ $c=\sqrt{2}$

10. 已知 F_1、F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 的左、右焦点，过 F_1 的直线交椭圆于 A、B 两点. 若 $\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，则 $\overrightarrow{AF_2}\cdot\overrightarrow{BF_2}=$ <u>4</u>

$x^2+(4-x)^2=(2\sqrt{2})^2$

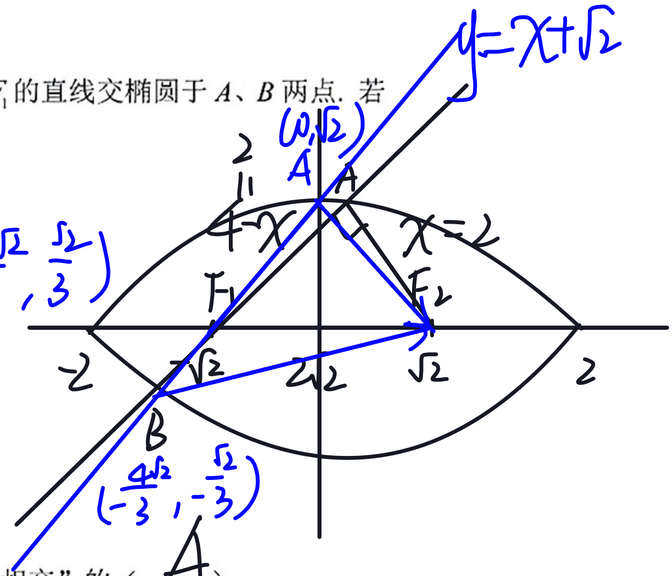
$\Rightarrow 2x^2-8x+16=8$

$x^2-4x+4=0$

$x=2$

$(\sqrt{2},-\sqrt{2})\cdot\left(\frac{7\sqrt{2}}{3},\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

$=\frac{14}{3}-\frac{2}{3}=4$



13. 在空间中，“直线 a、b 为异面直线”是“直线 a、b 不相交”的（ A ）.

√

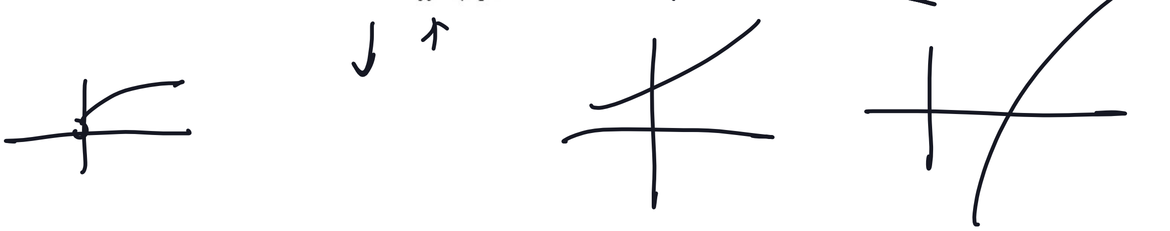
（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充要条件　　（D）既非充分又非必要条件

×

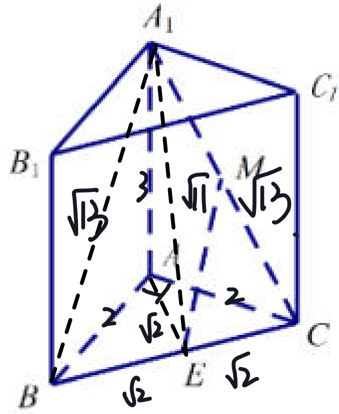
14. 下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上是严格减函数的为（ B ）.

~~（A）$y=x^{\frac{1}{2}}$~~　（B）$y=\frac{1}{x^2+1}$ ↓ ↑　~~（C）$y=2^x$~~　~~（D）$y=\lg|x|$~~



17.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AC=2$，$AA_1=3$，$\angle BAC=90^\circ$，连接 A_1C，M、E 分别为 A_1C 和 BC 的中点.



（1）证明：直线 EM // 平面 A_1ABB_1；

（2）求二面角 A_1-BC-A 的大小.

17. (1) [证明]

(1) 连接 A_1B，$\because M$ 为 A_1C 中点，E 为 BC 中点，$\therefore ME // A_1B$ ……………………2 分

又 $\because A_1B\subset$ 平面 A_1ABB_1，ME 不在平面 A_1ABB_1 上，$\therefore EM //$ 平面 A_1ABB_1；……6 分

(2) [解] 连接 AE，$\because AB=AC$，E 为 BC 中点，$\therefore AE\perp BC$，又 $\because AA_1\perp$ 平面 ABC，$\therefore A_1E\perp BC$，……………………8 分

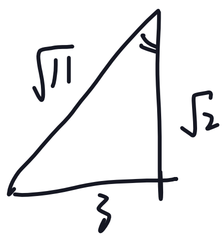
$\therefore \angle A_1EA$ 即为所求二面角的平面角. ①……………………10 分

② $\cos\theta=\frac{\cancel{2+11-9}\ 4}{2\sqrt{22}}=\frac{2}{\sqrt{22}}=\frac{\sqrt{22}}{11}$

$\tan\angle A_1EA=\frac{A_1A}{AE}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \angle A_1EA=\arctan\frac{3\sqrt{2}}{2}$，……………………12 分

$\frac{3}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ 二面角 A_1-BC-A 的大小为 $\arctan\frac{3\sqrt{2}}{2}$.……………………14 分

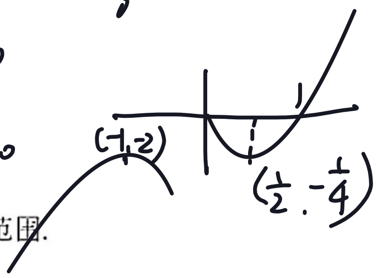


$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{22}}{11}$

18.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

已知 $f(x)=\begin{cases}x^2-ax, & x\ge 0,\\ x+\frac{1}{x}, & x<0.\end{cases}$　$h=-\frac{-a}{2}=\frac{a}{2}$

$f(x)=\begin{cases}x^2-x, & x\ge 0\\ x+\frac{1}{x}, & x<0\end{cases}$



（1）若 $a=1$，求函数 $y=f(x)$ 的值域；

（2）若存在 $\varphi\in(0,\frac{\pi}{4})$，使得 $f(\sin\varphi)=f(\cos\varphi)$，求实数 a 的取值范围.

+　+

18. [解] 若 $a=1$，当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}\ge-\frac{1}{4}$，当且仅当 $x=\frac{1}{2}$ 时取等号，……………………2 分

$\sin\varphi+\cos\varphi=\sqrt{2}\sin(\varphi+\frac{\pi}{4})=a\in(1,\sqrt{2})$

$\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$

当 $x<0$ 时，$f(x)=x+\frac{1}{x}\le-2$，当且仅当 $x=-1$ 时等号成立，……………………4 分

所以函数 $y=f(x)$ 的值域为 $(-\infty,-2]\cup[-\frac{1}{4},+\infty)$；……$(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$……………………6 分

（2）$f(x)=x^2-ax$ 的对称轴为 $x=\frac{a}{2}$，$\because \varphi\in(0,\frac{\pi}{4})$，$\therefore \cos\varphi>\sin\varphi>0$，

$\therefore \frac{a}{2}=\frac{\sin\varphi+\cos\varphi}{2}$，即 $a=\sqrt{2}\sin(\varphi+\frac{\pi}{4})$，……………………10 分

又 $\because \varphi+\frac{\pi}{4}\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$，$\therefore \sin(\varphi+\frac{\pi}{4})\in(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$，$\therefore a\in(1,\sqrt{2})$.……………………14 分

19.（**本题满分 14 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 4 分，第 3 小题满分 6 分**）

为了解某市高三学生的睡眠时长，从该市 6.6 万名高三学生中随机抽取 600 人，统计他们的日均睡眠时长及分布人数如下表所示：

不足　　良好　　充足

睡眠时长（小时）	$[4,6)$	$[6,8)$	$[8,10]$
人数	150	270	180

5　9　6

注：睡眠时长在 $[8,10]$ 的为睡眠充足，在 $[6,8)$ 的为睡眠良好，在 $[4,6)$ 的为睡眠不足.

（1）估计该市 6.6 万名高三学生中日均睡眠时长大于等于 6 小时的人数约为多少？ $6.6\times\frac{270+180}{600}=49500$

（2）估计该市高三学生日均睡眠时长； $\frac{150\times5+270\times7+180\times9}{600}=7.1h.$

（3）若从这 600 名学生中利用分层抽样的方法抽取 20 人，再从这 20 人中随机抽取 4 人做进一步访谈调查，求这 4 人中既有睡眠充足，又有睡眠良好，也有睡眠不足学生的概率.

$$P=\frac{5\times9\times C_6^2+5\times C_9^2\times6+C_5^2\cdot9\cdot6}{C_{20}^4}=\frac{153}{323}$$

不足5人　良好9人　充足6人

19. [解]（1）600 名样本中睡眠时长大于等于 6 小时的人数为 450 人，频率为 $\frac{3}{4}$，……2 分

该市所有高三学生日均睡眠时长大于等于 6 小时的人数约为 $\frac{3}{4}\times66000=49500$ 人. …4 分

（2）先求出各区间的中点值分别为：5、7、9. ……………………6 分

估计该市所有高三学生日均睡眠时长为 $\frac{150\times5+270\times7+180\times9}{600}=7.1$ 小时 …………8 分

（3）按照分层抽样方法，在睡眠充足中抽取的人数为 6 人，在睡眠良好中抽取的人数为 9 人，在睡眠不足中抽取的人数为 5 人. ……………………10 分

再从这 20 人中随机抽取 4 人，可能的情况有 $C_{20}^4=4845$ 种，

设 A 表示事件“这 4 人中既有睡眠充足，又有睡眠良好，也有睡眠不足学生”，A 所包含的样本点有 $C_5^1\times C_9^1\times C_6^2+C_5^1\times C_6^1\times C_9^2+C_9^1\times C_6^1\times C_5^2=2295$ 个， ……………………12 分

因此事件 A 的概率是

$$P(A)=\frac{C_5^1\times C_9^1\times C_6^2+C_5^1\times C_6^1\times C_9^2+C_9^1\times C_6^1\times C_5^2}{C_{20}^4}=\frac{2295}{4845}=\frac{153}{323}$$ ……………………14 分