

1 ДЗ 3. Денис Мирзоев

5. $\lambda xyz.x(yz(zx))$

имеет тип $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma) \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma) \rightarrow \beta$

6. $\alpha \rightarrow \alpha$

Терм с таким типом: $\lambda x.x$

7. $\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha$

Термы с таким типом: $\lambda xy.x$, $\lambda xy.y$.

8. $\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha$

Термы с таким типом: $\lambda xyz.x$, $\lambda xyz.y$, $\lambda xyz.z$.

9. α

Замкнутых термов с таким типом нет.

10. $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha$

Терм с таким типом: $\lambda xy.x$.

11. $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow \gamma$

Пример термов с таким типом: $\lambda xyz.zxy$

12. $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$

Примеры термов с таким типом: $\lambda xy.x$, $\lambda xy.yx$, $\lambda xy.y(yx)$, $\lambda xy.y(y(x))$, ...

13. $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$

Пример: $\lambda fg.(\lambda h.ghh)(f(\lambda h.ghh))$

14. $((((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha$

Пример: $\lambda f.f(\lambda g.g(\lambda h.f(\lambda i.h)))$

15. $SKK = ((\lambda x^{\tau \rightarrow (\sigma \rightarrow \tau) \rightarrow \tau} y^{\tau \rightarrow \sigma \rightarrow \tau} z^{\tau} .xz(yz))(\lambda a^{\tau} b^{\sigma \rightarrow \tau} .a))(\lambda a^{\tau} b^{\sigma} .a) : \tau \rightarrow \tau$

16. $SKI = ((\lambda x^{\tau \rightarrow \tau \rightarrow \tau} y^{\tau \rightarrow \tau} z^{\tau} .xz(yz))(\lambda a^{\tau} b^{\tau} .a))(\lambda x^{\tau} .x) : \tau \rightarrow \tau$

17. $S = \lambda xyz.xz(yz)$

$$\frac{\frac{x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho, y : \tau \rightarrow \sigma, z : \tau \vdash x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho \quad x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho, y : \tau \rightarrow \sigma, z : \tau \vdash z : \tau}{x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho, y : \tau \rightarrow \sigma, z : \tau \vdash xz : \sigma \rightarrow \rho} 2 \quad \frac{\frac{\frac{x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho, y : \tau \rightarrow \sigma, z : \tau \vdash y : \tau \rightarrow \sigma}{x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho, y : \tau \rightarrow \sigma, z : \tau \vdash yz : \sigma} 2 \quad \frac{x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho, y : \tau \rightarrow \sigma, z : \tau \vdash z : \tau}{x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho, y : \tau \rightarrow \sigma, z : \tau \vdash xz(yz) : \rho} 1}{x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho, y : \tau \rightarrow \sigma \vdash \lambda z.xz(yz) : \tau \rightarrow \rho} 3 \quad \frac{x : \tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho \vdash \lambda yz.xz(yz) : (\tau \rightarrow \sigma) \rightarrow (\tau \rightarrow \rho)}{\vdash \lambda xyz.xz(yz) : (\tau \rightarrow \sigma \rightarrow \rho) \rightarrow (\tau \rightarrow \sigma) \rightarrow (\tau \rightarrow \rho)} 3$$