

1 Домашнее задание(Денис М.)

0. Покажите, что

(a) $\mathbf{I} = \mathbf{S K K}$

$$\begin{aligned} SKK &= (\backslash f g x \rightarrow f x(gx))KK \\ &=_{\beta} (\backslash g x \rightarrow Kx(gx))K \\ &=_{\beta} \backslash x \rightarrow Kx(Kx) \\ &= \backslash x \rightarrow x \\ &= I \end{aligned}$$

(b) $\mathbf{K*} = \mathbf{K I}$

$$\begin{aligned} KI &= (\backslash xy \rightarrow x)I \\ &=_{\beta} \backslash y \rightarrow I \\ &= \backslash yx \rightarrow x \\ &=_{\alpha} \backslash zx \rightarrow x \\ &=_{\alpha} \backslash zy \rightarrow y \\ &=_{\alpha} \backslash xy \rightarrow y \\ &= K* \end{aligned}$$

1. Выделите свободные и связанные переменные в термах и осуществите подстановки:

(a) $x(\backslash xy \rightarrow y(xw)u)y[x := \backslash z \rightarrow z]$

Свободные: w, u и только снаружи лямбды x, y

Связанные: x и y внутри лямбды

$$((x(\backslash xy \rightarrow y(xw)u)y)[x := \backslash z \rightarrow z] = ((\backslash z \rightarrow z)(\backslash xy \rightarrow y(xw)u)y)$$

(b) $(\backslash x \rightarrow x(\backslash y \rightarrow yx)w)(\backslash x \rightarrow v)[w := y(\backslash v \rightarrow vx)]$

Свободные: w, v

Связанные: все вхождения x и y

$$\begin{aligned} (\backslash x \rightarrow x(\backslash y \rightarrow yx)w)(\backslash x \rightarrow v)[w := y(\backslash v \rightarrow vx)] \\ = (\backslash z \rightarrow z(\backslash y \rightarrow yz)(y(\backslash v \rightarrow vx)))(\backslash x \rightarrow v) \end{aligned}$$

2. Уберите лишние скобки и осуществите бета-преобразование(если это возможно):

$$\begin{aligned} (a) ((\backslash x \rightarrow (\backslash y \rightarrow ((xy)z)))(a(bc))) \\ = (\backslash xy \rightarrow xyz)(a(bc)) \\ =_{\beta} \backslash y \rightarrow a(bc)yz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) (((mn)m)(\backslash x \rightarrow ((x(uv))y))) \\ = mn m(\backslash x \rightarrow x(uv)y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c) ((\backslash x \rightarrow (\backslash y \rightarrow ((yx)x)))(x(xy))y) \\ = (\backslash xy \rightarrow yxx)(x(xy))y \\ =_{\alpha} (\backslash xz \rightarrow zxx)(x(xy))y \\ =_{\beta} (\backslash z \rightarrow z(x(xy))(x(xy)))y \\ =_{\beta} y(x(xy))(x(xy)) \end{aligned}$$

3. Покажите, что

$$B = S (K S) K$$

$$\begin{aligned}
S(KS)K &= (\backslash f gx \rightarrow fx(gx))(KS)K \\
&=_{\beta} (\backslash gx \rightarrow KSx(gx))K \\
&=_{\beta} \backslash x \rightarrow KSx(Kx) \\
&= \backslash x \rightarrow (\backslash xy \rightarrow x)Sx(Kx) \\
&=_{\beta} \backslash x \rightarrow (\backslash y \rightarrow S)x(Kx) \\
&=_{\beta} \backslash x \rightarrow S(Kx) \\
&= \backslash x \rightarrow (\backslash f gx \rightarrow fx(gx))(Kx) \\
&=_{\alpha} \backslash x \rightarrow (\backslash f gy \rightarrow fy(gy))(Kx) \\
&=_{\beta} \backslash xgy \rightarrow Kxy(gy) \\
&= \backslash xgy \rightarrow (\backslash xy \rightarrow x)xy(gy) \\
&=_{\beta} \backslash xgy \rightarrow (\backslash y \rightarrow x)y(gy) \\
&=_{\beta} \backslash xgy \rightarrow x(gy) \\
&=_{\alpha} \backslash fgy \rightarrow f(gy) \\
&=_{\alpha} \backslash f gx \rightarrow f(gx) \\
&= B
\end{aligned}$$

4. Напишите терм, ведущий себя как логическая связка *xor*

$$xor = \backslash b1 \rightarrow \backslash b2 \rightarrow b1 (b2 \text{ fls } tru) b2$$

5. Напишите терм, возводящий число Чёрча в степень (*b* – это основание, а *e* – это показатель степени):

$$\text{Неправильно: } pow = \backslash be \rightarrow e(mult \ b)b$$

Понял ошибку. Начинать нужно с единицы, а не с *b*

$$\text{Правильно будет: } pow = \backslash be \rightarrow e(mult \ b)\backslash sz \rightarrow sz$$

6. Напишите терм, вычитающий единицу из числа Чёрча:

$$pred = \backslash n \rightarrow p1(n(\backslash t \rightarrow pair(p2 \ t)(succ(p1 \ t)))(pair \ 0 \ 0))$$