UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

Nolasco Casillas Hector Alejandro.

Ing. Mecatrónica.

Cinemática De Robots.

Moran Garabito Carlos Enrique.

8°A T/M.

REGISTRO

UPZMG

ACADEMIA DE ELECTRÓNICA

NOMBRE ALUMNO	Nolasco Casillas Hector Alejandro.		
ASIGNATU	Cinemática de	NOMBRE PROFESOR	Carlos Enrique Moran Garabito
RECIBÍ INFORMACIÓN AL INICIO DEL CUATRIMESTRE SOBRE EVALUACIÓN Y			
REGLAS DE CLASE FIRMA DEL ALUMNO	Hector A. Nolasco C.		

No. PRACTICA	PRACTICA	FECHA SOLICITADA	FECHA DE ENTREGA	FIRMA DE ENTREGA
1	Paiometro de Robot cartesiano	15/02/19	18/02/19	
2	Practica #2	25/03/19	01/04/19	
3	Practica #3	28/03/19	01/04/19	
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

AVANCE	PROYECTO	SEMANA DE ENTREGA	ENTREGA
1/Anual			
1/Robot			

UPZMG

Continuación

No DE TAREA	TAREA	FECHA SOLICITADA	FECHA DE ENTREGA	FIRMA DE ENTREGA
1	Introduccion al Robot	07/01/19	09/01/19	
2	Herramientas matematicas Para la localizacion espacial	09/01/19	14/01/19	
3	Matriz de rotacion	16/01/19	21/01/19	
4	Analicis D-H	21/01/19	23/01/19	
5	Parametros D-H robots 4 y 5 transformadas Homogeneas	11/feb/19	13/02/19	
6	Cinematica inverso	18 Febrero 19	18/feb/19	
7	Cinematica inver. matriz homogenea	27/03/19	1/abril/19	
8				
9				

10 min. Tolerancia

Vocabulario adecuado

Las practicas y Tareas no se firman incompletas, No se reciben tareas fuera de fecha.

−10% por semana de retraso en prácticas

30%: Funcionalidad - el circuito hace lo que queríamos que hiciera, y han hecho lo que pido en el trabajo

15%: Codigo con anotaciones - hay que entregar codigo bien documentado

10%: Eficiencia - el código no utiliza más recursos del Micro de lo que es necsario

10%: Fiabilidad - el código está escrito en manera fiable

10%: Modularidad - el código está escrito en manera modular

10%: Legibilidad - el código está escrito legiblemente y limpiamente,y es claro cual hardware sintetiza

15%: Presentación oral en la clase (todo el grupo debe estar presente y participar!)

+15% - Bono de creatividad - Hagan cosas originales más alla de lo requerido y reciban

Naresco Casillas Hector Alejandro. 09 / Enero 2019
[illegible]

Cinemática de Robots.

¿Que es un Robot?
Es una maquina automatica programable capaz de realizar determinadas operaciones de manera autonoma y sustituir a los seres humanos en algunas tareas en especial las pesadas.
¿Cuales son los tipos de Robots?
Los Robots industriales, los Robots de servicio, Robots domesticos, Robots medicos, Robots militares, Robots de entrenamiento, Robots educacionales, Robots Humanoides, Robots estacionarios, Robots de suelo, Robots aereos, Robots de microgravedad
¿Cuales son las diferencias entre un robot industrial y una maquina de CNC?
En que una maquina CNC esta programada para realizar una pieza o maquinar una pieza y un Robot industrial sirve para operar o realizar el trabajo de un ser humano.
¿Como debe decidirse el tipo de Robot para un determinado trabajo?
Dependiendo la actividad que vaya a realizar el Robot, hay muchos tipos de Robots para diferentes actividades

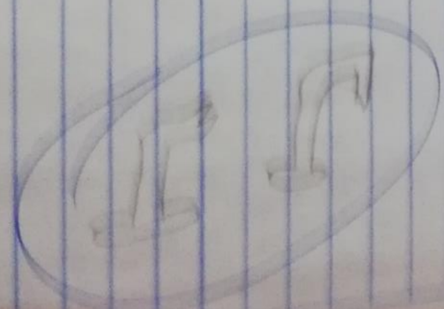
¿Que es R.U.R?
Robots Universales de Rossum ← ¿y que Mas?
Cuales Son los Problemas de seguridad en el uso de Robots?
Debe de darse un curso al que vaya a manipular al Robot Para que no haya problemas y no vaya ocasionar un accidente.
Como se especifica un robot industrial?
Se especifica con: Grado de libertad, el espacio o area de trabajo, la capacidad de carga, los actuadores, la velocidad, la Programabilidad.
Cual es la Poblacion de robots en el mundo?
En en 2016 hubo cerca de 300 mil robots en el mundo y los analisis destacan que la Poblacion aumenta un 15% cada año y en 2019 mostraron las actividades 414 mil robots
¿Que industria es concidorada el usuario mas grande de Robots industriales de tipo serial?
En corea de sur es el Pais con mas usarios de Robots con 531 unidades cada 10.000 trabajadores, Singapur con 398, Japon con 305 Alemania con 301, Suecia con 212, Taiwan 190 Dinamarca con 188, Estados unidos 176.
Cuales son las areas nueves de allicaciones de Robots.
DePendiendo, mayormentes son en las actividades Pesadas y Peligrosas para el ser humano.

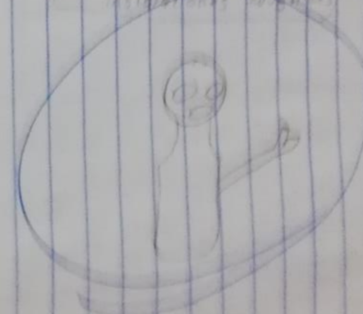
Robots

Tipos

Industriales
Se utilizan en un entorno laboral
↓
Articulados y ...

De servicio
Se utilizan en la ...





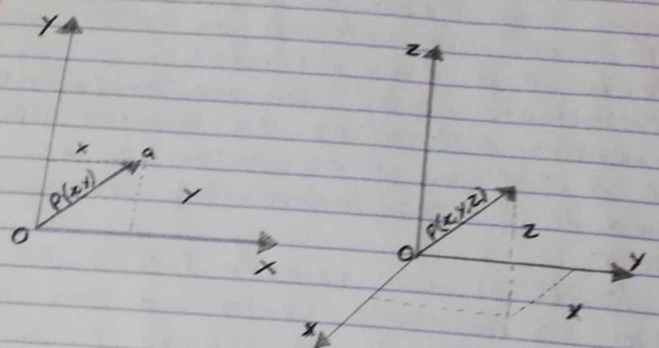
Nolasco Casillas Hector Alejandro 14/Enero 19
Cinematica de Robots

Herramientas Matematicas para la localización espacial

La manipulacion de Piezas por un Robot implica el movimiento espacial de su extremo. Para q-e el Robot pueda recoger una Pieza, se debe de conocer la Posicion y orientacion de esta con respecto a la base del robot.
Es importante contar con una serie de herramientas matematicas q-e Permitan especificar la Posicion y orientacion en el espacio de Piezas, herramientas de cualquier objeto.
Para localizar un cuerpo rigido en el espacio es necesario contar con una herramienta q-e Permita la localizacion espacial de sus Puntos. En un Plano el Posicionamiento tiene dos grados de libertad y Por tanto la Posicion de un Punto vendra definida Por dos componentes indePendientes. En el caso de un espacio tridimencional sera necesario emplear tres componentes.
La forma mas intuitiva y utilizada de especificar la Posicion de un Punto con coordenadas Cartesianas. Existen tambien otros metodos, tambien ampliamente extendidos, como son las coordenadas Polares.

para dos dimensiones, y las cilíndricas y esféricas para espacios de tres dimensiones.

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido.



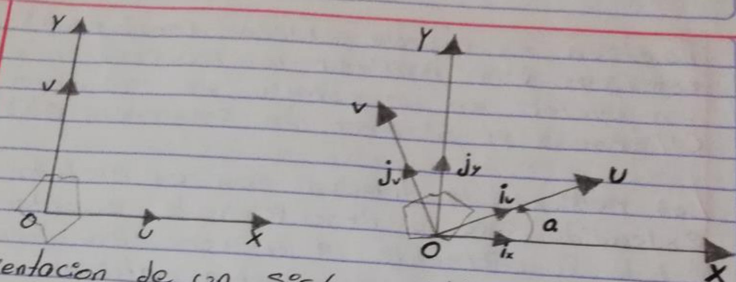
El sistema de referencia OXY correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX y OY perpendiculares entre sí con un punto de intersección común O.
Si se trabaja en un plano con un sistema coordenado OXY, un punto a vendrá expresado por las componentes (x,y) correspondientes a los ejes coordenados en el sistema OXY. Este punto tiene asociado un vector P(x,y), que va desde el origen O del sistema OXY hasta el punto a.

Tambien es posible utilizar coordenadas esfericas para realizar la localizacion de un vector en un espacio de tres dimenciones Utilizando el sistema de referencia OXYZ.

Las matrices de rotacion son el metodo mas extendido para la descripcion de orientaciones, debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso del algebra matricial.
Con el plano dos sistemas de referencia OXY y OVU con un mismo origen O, siendo el sistema OXY el de referencia fijo y el sistema OUV el movil solidario al objeto. Los valores unitarios de los ejes coordenados del sistema OXY son i_x, j_y, mientras que los del sistema OUV son i_u, j_v.
Un vector **P** del plano se puede representar en ambos sistemas como:

$$P_{xy} = [P_x, P_y]^T = P_x \cdot \mathbf{i}_x + P_y \cdot \mathbf{j}_y$$

$$P_{uv} = [P_u, P_v]^T = P_u \cdot \mathbf{i}_u + P_v \cdot \mathbf{j}_v$$



Orientacion de un sistema OUV respecto a otro OXY en un plano.

La matriz de rotacion que define la orientacion del sistema OUV con respecto al sistema OXY, y que sirve pra transformar las coordenadas de un vector a un sistema a las del otro. Tambien recibe el nombre de matriz de cosenos directores. Es facil de comprobar que se trata de una matriz ortonormal, tal que $R^{-1} = R^{T}$.

En las dos dimensiones, la orientacion viene definida por un unico parametro independiente. Si se considera la posicion relativa del sistema OUV girando un angulo a sobre el OXY tras realizar los correspondientes productos escalares, la matriz R

$$R = \begin{bmatrix} \cos a & -\operatorname{sen} a \\ \operatorname{sen} a & \cos a \end{bmatrix}$$

Todo sistema OUVW solidario al cuerpo cuya orientacion se quiere describir, puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante tres angulos: ϕ, θ, ψ, denominados angulos de Euler. Girando sucesivamente el sistema OXYZ sobre unos ejes determinados de un triedro ortonormal los valores de ϕ, θ, ψ, se obtendria el sistema OUVW.

Los cuaternios, definidos por Hamilton, pueden ser utilizados como herramienta matematica de gran versatilidad computacional para trabajar con giros y orientaciones.

Un cuaternio esta formado por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan los coordenadas del cuaternio en una base (e, i, j, k).

$$Q = q_0 e + q_1 i + q_2 j + q_3 k = (s, v)$$

o	e	i	j	k
e	e	i	j	k
i	i	-e	k	-j
j	j	-k	e	i
k	k	j	-i	-e

/ /

Herramientas Matemáticas para la localización Espacial

La manipulación de piezas por un robot implica el movimiento espacial de su extremo

Para localizar un cuerpo rígido en el espacio es necesario contar con una herramienta que permita la localización espacial de sus puntos.

Existen otros métodos ampliamente extendidos como son las coordenadas polares para dos dimensiones y las cilíndricas y esféricas para espacios de tres dimensiones.

En el caso de espacio tridimensional será necesario emplear tres componentes.

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido.

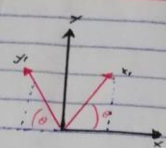
También es posible utilizar coordenadas esféricas para realizar la localización de un vector en un espacio de tres dimensiones utilizando el sistema OXYZ.

Los matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso del álgebra matricial.

La matriz de rotación que define la orientación del sistema OUV con respecto al sistema OXY, y que sirve para transformar las coordenadas de un vector de un sistema a los del otro.

En las dos dimensiones, la orientación viene definida por un único parámetro independiente.

Nowasco Casillas Hector Alejandro. 16/Enero/19



X_1 relacion con x $a_1 = |x_1| \cos\theta \rightarrow (x_1, x)$

X_1 relacion con y $a_2 = |x_1| \operatorname{sen}\theta \rightarrow (x_1, y)$

y_1 relacion con x $-b_1 = |y_1| \cos(\theta + 90) = -|y_1| \operatorname{sen}\theta \ (y_1, x)$

y_1 Relacion con x $b_2 = |y_2| \operatorname{sen}(\theta + 90) = y_1 \cos\theta \ (y_1, y)$

$$R_1^0 = [\underset{x}{x_1^0}, \underset{y}{y_1^0}] = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} x \\ = \\ y \end{array} \begin{bmatrix} (x_1, x) & (y_1, x) \\ (x_1, y) & (y_1, y) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} & \begin{bmatrix} (x_1, x) & (y_1, x) & (z_1, x) \\ (x_1, y) & (y_1, y) & (z_1, y) \\ (x_1, z) & (y_1, z) & (z_1, z) \end{bmatrix} \end{array}$$

$$x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ 0 & \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad y(\phi) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \operatorname{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

obtener la rotacion de un objeto

$- x = 90° \rightarrow y = 30° \rightarrow z = 70°$

$- y = 75° \rightarrow x = 60° \rightarrow y = 7°$

$- z = 45° \rightarrow x = 35° \rightarrow z = 15°$

$- z = 15° \rightarrow x = 35° \rightarrow z = 45°$

Nolasco Casillas Hector Alejandro 21/Enero/19

* $x = 90° \rightarrow y = 30° \Rightarrow z = 10°$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\operatorname{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Faltaron los signos negativos

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta\cos\theta & \operatorname{sen}\theta & \cos\theta\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \cos\theta & \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

Los signos faltantes afectan la ecuación

* $y = 75° \rightarrow x = 60° \quad y = 70°$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \text{sen}\,\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\,\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & -\text{sen}\,a \\ 0 & \text{sen}\,a & \cos a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta + 0 & 0 + 0 + \text{sen}\,a & 0 + 0\ \text{sen}\,a \\ 0 + 0 + 0 & 0 + \cos a + 0 & 0 + \text{sen}\,a + 0 \\ -\text{sen}\,\theta + 0 + 0 & 0 + 0 + \cos\theta & 0 + 0\ \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\,\theta a & \text{sen}\,\theta a \\ 0 & \cos a & -\text{sen}\,a \\ -\text{sen}\,\theta & \cos\theta a & \cos\theta\ \text{sen}\,a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \text{sen}\,\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\,\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.256 & 0.8365 & 0.0315 \\ 0.1055 & 0.5 & -0.0595 \\ -0.958 & 0.224 & -0.117 \end{bmatrix}$$

Noresco Casillas Hector Alejandro 21 / Enero / 19

* $Z = 45° \rightarrow X = 35° \rightarrow Z = 15°$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\,\theta & 0 \\ \text{sen}\,\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \text{sen}\,a \\ 0 & \text{sen}\,a & \cos a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\,\theta a & \text{sen}\,\theta a \\ \text{sen}\,\theta & \cos\theta & -\text{sen}\,a \\ 0 & \text{sen}\,a & \cos a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\,\theta & 0 \\ \text{sen}\,\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta - \text{sen}\,\theta\,\theta & -\cos\theta\,\text{sen}\,\theta - \text{sen}\,\theta\cos a & \text{sen}\,\theta\,\text{se} \\ \text{sen}\,\theta\cos\theta + \cos\theta & -\text{sen}\,\theta + \cos\theta a & -\cos\theta\,\text{se} \\ \text{sen}\,a\,\text{sen}\,\theta & \text{sen}\,a\cos\theta & \cos a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.5330 & -.7425 & 0.4055 \\ 0.8329 & .3764 & -0.4055 \\ 0.1484 & .5540 & 0.8191 \end{bmatrix}$$

Nolasco Casillas Hector Alejandro 23/Enero/19

En la lectura que realice hablo de como resolber un algoritmo de Denavit - Hartenberg de un modelo cinematico directo, ya q-e en la lectura bienen unas indicaciones para poder realizarlo bienen unas 16 pasos de como elavorarlo. Lo q-e tambien hablo la lectura fue q-e hay cuatro parametros ($\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i$) de D-H y q-e dependen unicamente de las caracteristicas geometricas de cada eslabon y de las articulaciones q-e le unen con el anterior y el siguiente. Y q-e ya obteniendo los parametros D-H, el calculo de las operaciones entre los eslabones consecutivos del robot es inmediato, ya q-e vienen dadas por las matrices A, q-e se calculan segun la expresion general y las relaciones entre eslabones no consecutivos viene dadas por las matrices T, q-e se obtienen como producto de un conjunto de matrices A.

En la lectura tambien explica sobre como calcular la matriz T, q-e se necesita realizar 12 llamadas a funciones transcendentes, teniendo en cuenta q-e el vector a se calcula como el producto vectorial de los vectores n y o ($a = n \times o$).

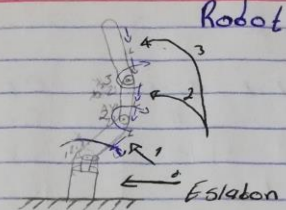
4

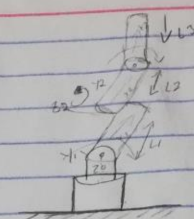
Si te pongo a encontrar los parametros en un robot, lo lograrias con este resumen?

NO

Nolasco Casillas Hector Alejandro. 11/Febrero/19

Robot RRR

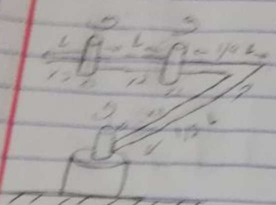




Eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	90°	0	θ_1
2	L_1 0	90° 0	0L	θ_2
3	L_2 0	0	0L	θ_3

a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
0	-90	0	θ_1
L_1	90	d_1	θ_2
L_2	-90	0	θ_3

Parametro DH	Interpretacion	Medido.
a_{i-1}	distancia de z_{i-1} a z_i	largo de z_{i-1}
α_{i-1}	Angulo z_{i-1} y z_i	respecto a x_{i-1}
d_i	distancia de x_{i-1} a x_i	largo de z_i
θ_i	angulo x_{i-1} y x_i	respecto a z_i

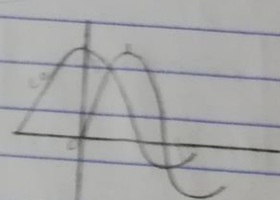


Estabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0°	0	θ_1
2	3/4 L_1	0°	d_2	θ_2
3	L_1	0°	0	θ_3

Calculo de matrices Homogeneas

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

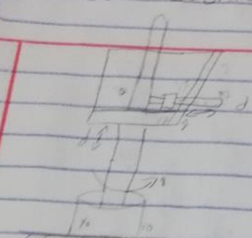
i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	90	0	θ_1
2	L_1	0	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3



$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Narasco Casillas Hector Arcadio 13/febrero/19



#9 RPP

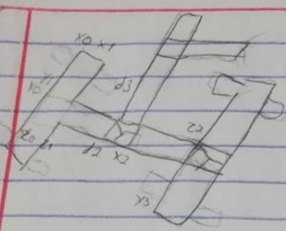
	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	90°	d_1	θ_2
3	L	90°	d_2	θ_3

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_1 \\ S\theta_3 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_2 C\theta_3 & S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_2 C\theta_3 & 0 & L \\ C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 S\theta_2 & -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Noriega Casillas Hector Alejandro 18/02/19



	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	0
2	0	90°	d_2	90°
3	0	98	d_3	90°
e	L_e	0	0	0

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_e^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_e \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 = T_1^0 T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ 1 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_3^0 = T_2^0 T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d_3 \\ -1 & 0 & 0 & -d_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_e^0 = T_3^0 T_e^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & -d_2 & -L_e \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nolasco Casillas Hector Alejandro 18/Febrero/19

Cinematica Inversa

Consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares de robot $q = [q_1, q_2 \ldots, q_n]^T$ para que su extremo se posicione y oriente segun una determinada localizacion espacial.
Se han desarrollado algunos procedimientos genericos susceptibles de ser programados, de modo que un computador pueda, a partir del conocimiento de la cinematica de un robot.
A la hora de resolver el problema cinematico inverso es mucho mas adecuado encontrar una ecuacion cerrada

$$q_k = f_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$k = 1 \ldots n \quad (GDL)$$

En muchas aplicaciones, el problema cinematico inverso ha de resolverse en tiempo real. Una solucion de tipo iterativo no garantiza tener la solucion en el momento adecuado.
La solucion del problema cinematico inverso no es unica; existiendo diferentes n-uplas $[q_1, \ldots, q_n]^T$ que posicionan y orientan el extremo del robot del mismo modo.
Los metodos geometricos permiten obtener normalmente los valores de las primeras variables articulares que son las que consiguen posicionar el robot, se utilizan relaciones trigonometricas y geometricas sobre los elementos del robot.

Si se consideran Robots con capacidad de posicionar y orientar su extremo en el espacio son robots con 6 grados de libertad, el metodo de desacom-pramiento cinematico permite para ciertos determinados tipos de robots.
Este procedimiento es adecuado para robots de pocos grados de libertad. Esto se basa en encontrar el suficiente numero de relaciones geometricas en las que intervendran las coordenadas del extremo del robot, sus cordenadas articulares y las dimencionales fisicas de sus elementos.

Considerando ahora unicamente los elementos 2 y 3 que esten en su plano y utilizando el teorema del coseno:

$$r^2 = p_x^2 + p_y^2$$

$$r^2 + p_z^2 = l_2^2 + l_3^2 + 2 l_2 l_3 \cos q_3$$

$$\cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 l_2 l_3}$$

Por ventajas de ecuaciones computacionales, es mas conveniente utilizar la expresion de la arcotangente en lugar del arcoseno.

$$\operatorname{sen} q_3 = \pm\sqrt{1 - \cos^2 q_3}$$

$$q_3 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\pm\sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)$$

con $\cos q_3 = \dfrac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 l_2 l_3}$

Como se ve existen 2 Posibles soluciones Para q_3 segun se tome el signo positivo o el signo negativo en la raiz.

El calculo de q_2 se hace apartir de la diferencia entre β y a: $q_2 = \beta - a$

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{p_z}{r}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right)$$

$$a = \operatorname{arctg}\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

y finalmente:

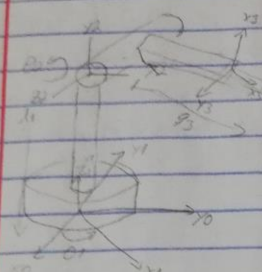
$$q_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

Las expresiones anteriores resuelven las ecuaciones del problema cinematico inverso para los robots de 3 grados de libertad.

En los casos en que el robot sea redundante (mas de 6 grados de libertad) existiran grados de libertad articulares innesesarios, No sera preciso mover para alcanzar las nuevas posiciones y velocidades del extremo requeridos.

Navasco Casillas Hector Alejandro. 20/02/19

$\cos 90 = 0$ $\cos 0 = 1$ $\operatorname{sen} 90 = 1$ $\operatorname{sen} 0 = 0$



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ
1	0	0	0	θ_1
2	0	-90	l_1	θ_2
3	0	90	q_3	90

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -S\theta & 0 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_1 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = T_0^1 \, T_1^2 \, T_2^3$$

$$\frac{T_0^3}{T_2^3} = T_0^1 \, T_1^2$$

$$\frac{T_0^3}{T_2^3 \, T_1} = T_0^1 = (T_2^3)^{-1} (T_1^2)^{-1} T_0^3 = T_0$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ -C_1 * S_2 - C_2 * S_1 & S_1 * S_2 - C_1 * C_2 & 0 & -q_3 \\ C_1 * C_2 & -C_2 * S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = T_0^1 T_1^2 T_2^3$$

$$\frac{T_0^3}{T_2^3} = T_0^1 T_0^2$$

$$\frac{T_0^3}{T_2^3 T_1^2} \rightarrow T_0^1 = (T_2^3)^{-1} (T_1^2)^{-1} T_0^3 = T_0^1$$

$$T = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} n_z & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \\ o_x & o_y & o_z \\ a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -n^T p \\ -o^T p \\ -a^T p \end{bmatrix} \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Velocidades

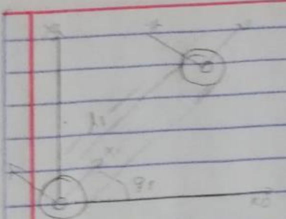
$$\omega_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} \omega_i^i + \dot{\theta}_{i+1} z_{i+1}^{i+1}$$

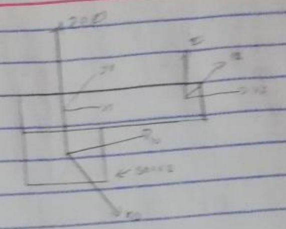
$$V_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} V_i^i + R_i^{i+1} [\omega_i^i \times r_{i+1}$$

Prismatica

$$V_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} V_i^{i+1} + R_i^{i+1} [\omega_i^i \times r_{i+1}^i] + \dot{d}_{i+1} z_{i+1}^{i+1}$$

Nolasco Casillas Hector Alejandro 4/marzo/19

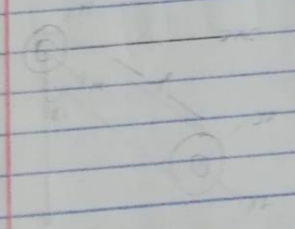




i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	q_1
2	l_1	0	0	0

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} Cq & -Sq & 0 & 0 \\ Sq & Cq & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_2^0 = \begin{bmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & l_1 \\ Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$T_1^1(90) = \begin{bmatrix} C(90) & -S(90) & 0 & 0 \\ S(90) & C(90) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Cq_1 & -S(q_1) & 0 & 0 \\ Sq_1 & C(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ Cq_1 & Sq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} -Cq_1 & Sq_1 & 0 & l_1 \\ -Sq_1 & -Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\omega_1^1 = R_0^1\, \omega_0^0 + \theta_1 z_1 = [R_1]\, \omega_0^0 + \theta_1 z_1$$

$$\begin{bmatrix} C(q_1) & -S(q_1) & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + q_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = R_0^1 V_0^0 + R_0^1 [\omega_0^0 \times r_1^0] = [R_1^0]^T V_0^0 + [R_1^0]^T [\omega_0^0 \times r_1^0]$$

$$\begin{bmatrix} C(q_1) & -S(q_1) & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C(q_1) & -Sq_1 & 0 \\ S(q_1) & C(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\omega_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix} + q_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix}$$

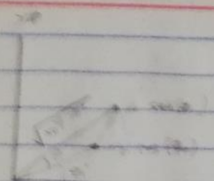
$$V_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} l_1 S(q_1) \\ l_1 C(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_0^2 = V_2^2 \begin{bmatrix} l_1 S(q_1) \\ l_1 C(q_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial f_R}{\partial q_1} q_1 = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} l_1 C(q_1) \\ l_1 S(q_1) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \end{array} q_1 = \begin{bmatrix} l_1 c(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & -l_1 s(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_1 \\ q_1 \end{bmatrix}$$

Jacobiano.

$q_1 = \tan^{-1}\left[\frac{x}{y}\right] = \ldots K$ cinemática

Naranjo Casillas Hector Armando 25/marzo/19



$$\begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \operatorname{sen}(q_1) + l_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) \\ -l_1 \cos(q_1) - l_2 \cos(q_1+q_2) \\ q_1 + q_2 \end{bmatrix}$$

Jacobiano de robot de 2 GDL

$$J(q) = \frac{\partial f_e(q_1, q_2, l_1, l_2, q)}{\partial q}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_1 \operatorname{sen}(q_1) - l_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) & -l_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1+q_2) & l_2 \cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \end{bmatrix} J(q) \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -l_1 \operatorname{sen}(q_1) - l_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) & -l_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1+q_2) & l_2 \cos(q_1+q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

$$X_o^2 + Y_o^2 = [l_1 + l_2 \cos(q_2)]^2 + l_2^2 \operatorname{sen}^2(q_2) = l_1^2 + l_2^2 [\cos^2(q_2) + \operatorname{sen}^2(q_2)] + 2 l_1 l_2 \cos q_2$$

$$q_2 = l_1^2 + l_2^2 + 2 l_1 l_2 \cos(q_2) = a\cos\left(\frac{x_o^2 + y_o^2 - l_1^2 - l_2^2}{2 l_1 l_2}\right)$$

$$\theta = a\tan\left(\frac{l_2 \operatorname{sen}(q_2)}{l_1 + l_2 \cos q_2}\right)$$

Tomando los angulos $\theta + q_1$ dentro de triangulo y la hipotenusa $\sqrt{x_o^2 + y_o^2}$ se cumple la siguiente $\theta + q_1 = a\tan\left(\frac{y_o}{x_o}\right)$

Entonces:

$q_1 = \operatorname{atan}\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \theta$

$= \operatorname{atan}\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \theta$

La cinematica del Robot de 2 GDL

$q_2 = \operatorname{acos}\left(\frac{x_1^2 + y_1^2 - l_1^2 - l_2^2}{2 l_1 l_2}\right)$

$q_1 = \operatorname{atan}\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \operatorname{atan}\left(\frac{l_2 \operatorname{sen}(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$

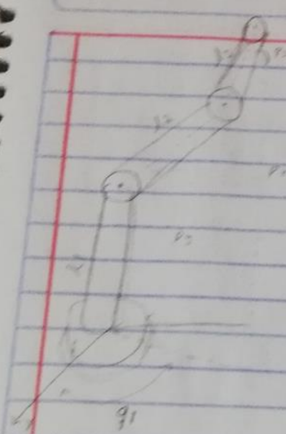
Practica 2 obtener q_1 y q_2 del Robot de 2 GDL con $l_1 = 30$ $l_2 = 20$ con Punto en el origen en (4-4) Para los siguientes puntos

- (-3 8) (-7 8) (3 -8)

Practica #3

Investigar y explicar las librerias de Ros en su Robot

Nonsco Casitas Hector Alejandro. 27/03/19



$$q_1 = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

$$\cos q_3 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2\, l_2 l_3}$$

$$\operatorname{sen} q_3 = \pm\sqrt{1 - \cos^2 q_3}$$

$$q_3 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)$$

$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{P_z}{r}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

Datos: P_x, P_y, P_z donde queremos situar el extremo del Robot

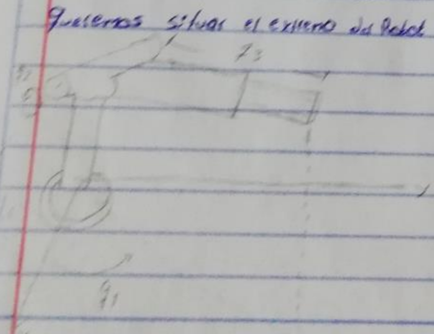


Tabla D-H

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	l_1	0	$-90°$
2	q_2	0	0	$90°$
3	0	q_3	0	0

Velasco Casillas Hector Alejandro 7/abril/19

$$T_1^0 \begin{bmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ -Sq_1 & -Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T^1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 \begin{bmatrix} Cq_2 & -Sq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_3 & 0 \\ Sq_2 & Cq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^0 \begin{bmatrix} Cq_1 Cq_2 & -Cq_1 Sq_1 & -Sq_2 & l_1 Sq_2 \\ -Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ Cq_1 Sq_2 & Sq_1 Sq_2 & Cq_2 & q_3 - l_1 Cq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nalasco Casillas Hector Alejandro 1 de abril 19

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} Cq_1 & 0 & Sq_1 & 0 \\ Sq_1 & 0 & -Cq_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^1 = \begin{bmatrix} Cq_2 & 0 & -Sq_2 & 0 \\ Sq_2 & 0 & C2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$T_3^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 \qquad a = \frac{1}{a}$

$(A_1^0)^{-1}\ {}^0_3T = {}^1_2A\ {}^2_3A \rightarrow$ despejamos q_1

$$({}^0_1A)^{-1}\ T_3^0 = \begin{bmatrix} Cq_1 & 0 & -Sq_1 & 0 \\ Sq_1 & 0 & Cq_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} nx & ox & ax & px \\ ny & oy & ay & py \\ nz & oz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} Cq_2 & 0 & Sq_2 & 0 \\ Sq_2 & 0 & -Cq_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Cq_1 & Sq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 \\ -Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} nx & ox & ax & px \\ ny & oy & ay & py \\ nz & oz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cq_2 & 0 & Sq_2 & Sq_2 q_3 \\ Sq_2 & 0 & -Cq_2 & -Cq_2 q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\dots = 0 \Rightarrow \frac{Sq_1}{Cq_1} = \frac{Py}{Px} \qquad q_1 = \arctan\left(\frac{Px}{Py}\right)$

$({}^{1}A_2)^{-1}({}^{0}A_1)^{-1}\,{}^{0}T = {}^{2}_{3}A \rightarrow$ despejamos q_2 y q_2

$$({}^{1}A_2)^{-1}({}^{0}_{1}A)^{-1}\,T_n^{0} = \begin{bmatrix} Cq_2 & Sq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -Sq_2 & Cq_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Cq_1 & Sq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -L_1 \\ -Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} nx & ox & ax & Px \\ ny & oy & ay & Py \\ nz & oz & az & Pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Cq_2\,Cq_1 & Cq_2\,Sq_1 & Sq_1 & -L_1 Sq_2 \\ -Sq_1 & Cq_1 & 1 & 0 \\ -Sq_2\,Cq_1 & -Sq_2\,Sq_1 & Cq_2 & -L_1 Cq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} nx & ox & ax & Px \\ ny & oy & ay & Py \\ nz & nz & az & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$P_x Cq_2 Cq_1 + P_y Sq_1 Cq_2 + P_z Sq_2 - L_1 Sq_2 = 0 \Rightarrow \frac{-Sq_2}{Cq_2} = \frac{P_x Cq_1 + P_y Sq_1}{P_z - L_1}$

$q_2 = \arctan\left(-\frac{P_x Cq_1 + P_y Sq_1}{P_z - L_1}\right)$

$-Sq_2 Cq_1 P_z - Sq_2 Sq_1 P_y + P_z Cq_2 - L_1 Cq_2 = q_3 \Rightarrow q_3 = Cq_2(P_z - L_1)$
$-Sq_2(Cq_1 P_z + Sq_1 P_y)$