

### Билет 1.

Электромагнитная теория света. Уравнение Максвелла и материальное уравнение. Волновое уравнение. Принцип суперпозиции. Бегущие электромагнитные волны. Скорость света. Плоские и сферические волны. Комплексное представление гармонических волн.

Электромагнитная теория света.

Свет является электромагнитной волной, распространяющейся в среде со скоростью света  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ . По свойству этой волны световые волны являются колебанием, т.к. их можно измерять.

Для векторов  $\vec{D}, \vec{E}, \vec{B}, \vec{H}$  справедливы уравнения Максвелла:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{D} = \rho \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right\} \rightarrow \text{в вакууме} \quad \left. \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{D} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho = 0, \vec{j} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right\}$$

$\vec{E}, \vec{B}$  - силовые характеристики поля, м.к. определяют силу взаимодействия поля с веществом (поляризация вектора)

Материальные уравнения.

$$\vec{D}(\vec{E}) = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \vec{D} \equiv \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \vec{P}, \vec{j} - материальные вектора, описывают отклик вещества на внешнее воздействие.$$

$\vec{B}(\vec{H}) = \mu_0 \vec{H}, \vec{H} \equiv \vec{B} - \vec{j} \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}$

Материальные уравнения различны в среде: 1) линейной, 2) изотропной, 3) диэлектрической, 4) проводящей, 5) однородной, 6) сплошной, 7) неограниченной.

Волновое уравнение.

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{D} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right\} \Rightarrow \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = [\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E})] = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{E}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\Delta \vec{E},$$

м.к.  $\operatorname{div} \vec{D} = \operatorname{div}(\epsilon_0 \epsilon \vec{E}) = 0$

$$-\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{rot} \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \mu_0 \operatorname{rot} \vec{H} = -\mu_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\Delta \vec{E}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon \mu_0} \Delta \vec{E}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0}} - \text{скорость света в среде.}$$

Волновое уравнение

Волновое уравнение для электромагнитного возбуждения:

$$\frac{\partial^2 f(t, \vec{r})}{\partial t^2} = v^2 \Delta f(t, \vec{r})$$

Принцип суперпозиции:

Результат нескольких одновременных воздействий представляет собой простую сумму результатов, возникших в отдельности.

Этот принцип выполняется в том случае, когда свойства привнесшей системы не зависят от того, находятся ли они уже под действием привнесшего возбуждения или нет, а эта независимость всегда имеет место, если воздействие не становится слишком сильным.

## Безущие электромагнитные волны.

Электромагнитные волны способны переносить энергию в пространстве. Передача энергии от точки к точке в электромагнитной волне связана с тем обстоятельством, что волна электрической и магнитной напряженности находится в фазе. Такая волна называется безущей.

## Плоские и сферические волны.

### Плоские волны

$$f(t, \vec{r}) = f(t, z)$$
$$\frac{\partial^2 f(t, z)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f(t, z)}{\partial z^2}$$

$$f(t, z) = f(t \pm \frac{z}{v})$$

общее решение  
волнового уравнения

это уравнение плоской

### Безущий волны

### Волновой орбиты - плоскость

Фронты волн - совокупность точек пространства, находящихся в одной фазе.

### Гармонические волны.

начальное фаза при  $z=0$

$$f(t, z) : f(t, 0) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$f(t, z) = A \cos(\omega(t - \frac{z}{v}) + \varphi_0) = A \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$$

$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  - волновое число       $\varphi(z) = -kz + \varphi_0$

начальное фаза при  
произвольной точке

$$f(t, \vec{r}) = A \cos(\omega t - k\vec{r} + \varphi_0) = A \operatorname{Re}(e^{i(\omega t - k\vec{r} + \varphi_0)}) = \operatorname{Re}(A e^{i(-\vec{r} + \varphi_0)} e^{i\omega t}) = \operatorname{Re}(\hat{f}(t, \vec{r}))$$

$$\hat{f}(t, \vec{r}) = A e^{i(\varphi_0 - \vec{k}\vec{r})} e^{i\omega t}$$

- комплексное представление плоской  
гармонической волны.

$$\hat{f}(t, \vec{r}) = \hat{A}(\vec{r}) e^{i\omega t}$$
$$\hat{A}(\vec{r})$$
 - комплексная амплитуда

### Для сферических волн.

$$f(t, r) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) = \frac{A}{r} \operatorname{Re}(e^{i(\omega t - kr + \varphi_0)}) = \operatorname{Re}(\hat{A}(r) e^{i\omega t})$$

$$\hat{f}(t, r) = \hat{A}(r) e^{i\omega t}$$
$$\hat{A}(r) = \frac{A}{r} e^{i(\varphi_0 - kr)}$$

## Сферические волны.

$$f(t, \vec{r}) = f(t, r)$$

$$f(t, \vec{r}) = \frac{f(t - \frac{r}{v})}{r}$$

- уравнение  
сферической волны

Волновой орбиты - сфера.

Билет 2.

Световые пучки и импульсы. Модели реальных  
 гармонических волн. Квадрилинейный  
 пучок и импульс.

световых волн. Квадрилинейный  
 импульс. Энергия световых

Максимальный модуляции  
 $d \gg \lambda \sim 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$   
 $\tau \gg T \sim 2 \cdot 10^{-15} \text{ с}$

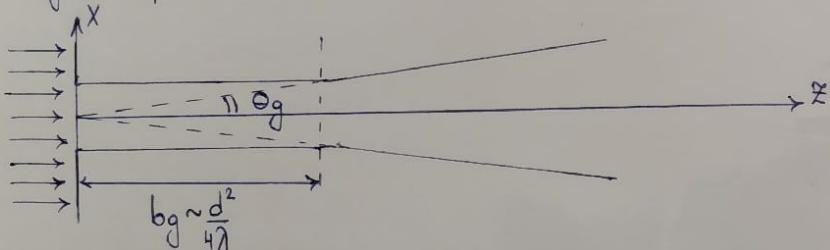
Пучок - световая волна, модулированная  
 во времени.

Импульс - световая волна, модулированная

Пучки: В оптическом диапазоне могут образоваться направленные пучки света, которые распространяются преимущественно вдоль одной оси. В поперечных направлениях амплитуда резко спадает от середины пучка к его периферии.

Импульс: Электромагнитные импульсы - световые вспышки, которые длится ограниченное время.

Модели реальных световых волн.



Оптическое приближение:  $d \gg \lambda$

$\Theta_g$  - угол дифракционной расходимости пучка

$bg$  - дифракционная длина пучка

1) Квадрилинейная гармоническая волна:  $0 \leq z \leq bg$  - зона геометрической оптики

$$f(t, x, y, z) = a(x, y) \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$$

2) Глоская гармоническая волна:  $\begin{cases} 0 \leq z \leq bg \\ R = \sqrt{x^2 + y^2} \ll d \end{cases}$

$$f(t, z) = a \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$$

3) Квадисферическая гармоническая волна:  $z \gg bg$  - дальняя зона дифракции

$$f(t, k_x, k_y, r) = \frac{a(k_x, k_y)}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

4) Сферическая гармоническая волна:  $z \gg bg$ ;  $R \ll \Theta_g r \sim \frac{\lambda r}{d}$

$$f(t, r) = \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

5) Глоская волна с убывающей амплитудой:  $z \gg bg$ ,  $R \ll \sqrt{r\lambda}$

$$f(t, z) = \frac{a}{z} \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$$

6) Глоская волна:  $z \gg bg$ ,  $R \ll \sqrt{r\lambda}$ ,  $\Delta z \ll z$

$$f(t, z) = a \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$$

Квадрилинейный  
 условие:  $\frac{\lambda}{d} \gg 1$ ,  $\lambda$  - среднее значение длины волны, для которого выполнено условие  $\frac{\delta \lambda}{\lambda} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\delta k} \gg 1$

$$h(u_i x) =$$

Энергетика световых пучков и шнурков.

$$E(t, x, y, z) = E_0(x, y) \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$$

$$I(x, y) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E_0^2(x, y)$$

$$(I = \langle S \rangle = \langle \epsilon_0 \epsilon_r E^2 \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E_0^2)$$

$$P = \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) dx dy = I_{\text{эфф}} \cdot P$$

$\delta$ -площадь поперечного сечения пучка (шнурка)  
 $P$ - мощность пучка

$$I_{\text{эфф}} = \frac{P}{\delta}$$

$$E(t, x, y, z) = E_0(t - \frac{z}{v}, x, y) \cos(\omega t - kz + \varphi_0(t - \frac{z}{v}))$$

$\tau$ - длительность светового шнурка  $\tau \gg T$

Чтобы зафиксировать шнурок:  $\tau_p > \tau$ ,  $\tau_p$ - время разрешения прибора

$\tau_p \gg \tau$ :

$$I(t - \frac{z}{v}, x, y) = E_0^2(t - \frac{z}{v}, x, y) \cdot \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r v$$

$\omega$ - энергия светового шнурка

$$\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \iint_{-\infty}^{+\infty} I(t - \frac{z}{v}, x, y) dx dy \right) dt = I_{\text{эфф}} \cdot \delta t = P_{\text{эфф}} \cdot \tau$$

$$I_{\text{эфф}} = \frac{\omega}{\delta t} \quad P_{\text{эфф}} = \frac{\omega}{\tau}$$

$$E_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{2 I_{\text{эфф}}}{\epsilon_0 \epsilon_r v}}$$

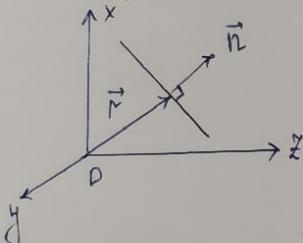
Билет 3.

Волновое уравнение. Решение в виде плоских волн. Свойства плоских волн: векторов. Поляризация света. Классификация естественного света.

Волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \vec{f}(t, \vec{r})}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \vec{f}(t, \vec{r})}{\partial \vec{r}^2}$$

$$\text{Решение: } \vec{f}(t, \vec{r}) = \vec{f}\left(t - \frac{(\vec{n}; \vec{r})}{v}\right) + \vec{f}\left(t + \frac{(\vec{n}; \vec{r})}{v}\right)$$



$$|\vec{n}|=1$$

$n = (\vec{r}; \vec{n})$  - координата ортогональной волны

Решением уравнения является суперпозиция двух плоских волн, движущихся в противоположных направлениях.

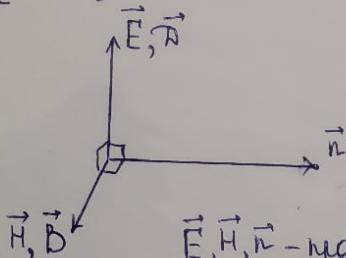
Свойства волн:

$$1) \text{rot } \vec{E} = [\vec{\nabla} \times \vec{E}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\frac{1}{v} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ n_x & n_y & n_z \\ \dot{E}_x & \dot{E}_y & \dot{E}_z \end{vmatrix} = -\frac{1}{v} [\vec{n} \times \vec{\dot{E}}] = -\vec{B} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{v} [\vec{n} \times \vec{E}] = \vec{B}, \text{ аналогично } -\frac{1}{v} [\vec{n} \times \vec{H}] = \vec{D}$$

$$(\vec{n}; \vec{B}) = 0$$

$$(\vec{n}; \vec{D}) = 0$$



Электромагнитные волны поперечные

$\vec{E}, \vec{H}, \vec{n}$  - правая тройка

$$2) \frac{1}{v} [\vec{n} \times \vec{E}] = \vec{B}$$

$$\frac{1}{v} \vec{E} = \vec{B}, v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, B = \mu_0 \mu H$$

$$\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{E} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

$\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{E} = \mu_0 \mu \vec{H}$  - в один и тот же момент времени, в одной и той же плоскости распространения

$\Rightarrow$  характеристики  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  электромагнитной волны меняются синхронно.

Поляризация света.

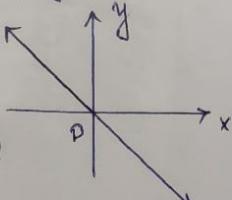
Поляризация - характеристика поперечных волн, описывающая поведение вектора колеблющегося вектора в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Параметры

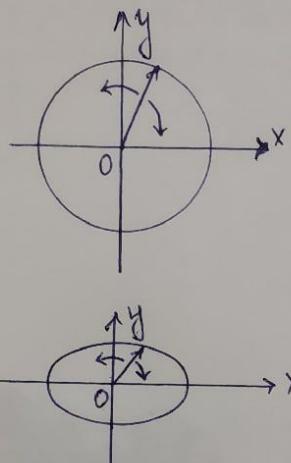
$$h(u; x) =$$

Классификация основных поляризаций:

1) Линейная поляризация -  
колебание возмущения  
происходит в одной плоскости  
(плоская поляризация)



2) Круговая поляризация -  
конец вектора амплитуды  
описывает окружность в  
плоскости колебаний.  
(Циркулярная поляризация)



3) Эллиптическая поляризация -  
конец вектора амплитуды  
описывает эллипс в  
плоскости колебаний.

В зависимости от  
направления вращения  
круговая и эллиптическая  
поляризации могут быть  
положительными (правыми) или  
отрицательными (левыми).

Излучение естественных источников света  
электромагнитных волн со всевозможными  
векторами  $\vec{E}$ , т.е. с неопределенными  
составляющими

представляет собой пример  
равновероятного ориентированного  
поляризации.

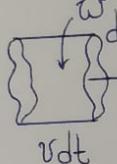
Билет 4.

- Поток и мониторинг потока энергии электромагнитной  
Умова - Гойнина. Интенсивность света. Закон изменения энергии  
электромагнитного поля.

Болт. Вектор

энергии

Поток и мониторинг потока энергии.



$d\omega = w \nu dt d\vec{S}$  - энергия, передаваемая через поверхность  
 $d\vec{S}$  за время  $dt$   
 $w$  - бывшая мониторинг энергии

$$S = \frac{d\omega}{dt d\vec{S}} \text{ - мониторинг потока энергии}$$

$$\vec{S} = S \vec{n} \text{ - вектор Умова}$$

$$w = \frac{1}{2}(\vec{E}; \vec{B}) + \frac{1}{2}(\vec{H}; \vec{B}) = \frac{1}{2}\epsilon\epsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu_0\mu H^2 = \sqrt{\epsilon\epsilon E} E \sqrt{\mu_0\mu} H = \frac{EH}{c}$$

$$\vec{S} = w \nu \vec{n} = [\vec{E} \times \vec{H}] \text{ - вектор Умова - Гойнина}$$

$$I = \langle S \rangle_{\tau_p}, \tau_p \text{ - время разрешения прибора}$$

I - интенсивность света.

Закон изменения энергии электромагнитного поля.

$$\sum \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} = j + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$(\vec{H}; \text{rot } \vec{E}) - (\vec{E}; \text{rot } \vec{H}) = (\vec{j}; \vec{E}) - (E; \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) - (\vec{H}; \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$$

$$\text{div}[\vec{E} \times \vec{H}] = -P_v - \frac{\partial w}{\partial t}$$

$P_v$  - бывшая мониторинг магнитной мониторинг

$$[P_v] = \left[ \frac{B_t}{\mu_0} \right] ; \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{(\vec{E}; \vec{B})}{2} + \frac{(\vec{H}; \vec{B})}{2} \right) = \epsilon_0 \epsilon E \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \mu H \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = (\vec{E}; \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) + (\vec{H}; \frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$$

$$\text{div} \vec{S} = -P_v - \frac{\partial w}{\partial t} \text{ - закон изменения электромагнитной энергии в дивергенциальной форме}$$

$\leftarrow P$ -момент мониторинг

$$\int_V \text{div} \vec{S} dV = -P_v - \frac{\partial w}{\partial t} \quad \left( \int_S \vec{S} d\vec{S} - \int_V \text{div} \vec{S} dV \right), \vec{dS} = dS \vec{n}$$

$$-\frac{\partial w}{\partial t} = P_v + \int_S \vec{S} d\vec{S} \text{ - закон изменения электромагнитной энергии в интегральной форме}$$

Биле 5.

Излучение фона. Понятие излучения электромагнитной волны. Давление световой волны на поверхность тела.

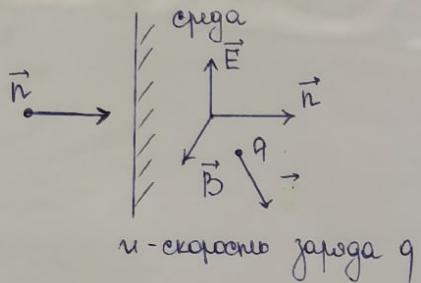
Электромагнитные волны передают не только энергию, но и излучение.

$P$  - излучение фона,  $E$  - энергия фона.

$$E = pc, P = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k, \vec{P} = \hbar \vec{k}$$

$\vec{c}$  - скорость света в среде  
 $\vec{k}$  - волновой вектор

Давление света



$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{u} \times \vec{B}] = q\vec{E} + q[\vec{u} \times (\vec{n} \times \vec{E})] \frac{1}{v} = \\ = q\vec{E} + \frac{q}{v} (\vec{n}(\vec{u}; \vec{E}) - \vec{E}(\vec{u}; \vec{n})) = \\ = q\vec{E} + \frac{1}{v} \vec{n} P_q - \frac{q}{v} \vec{E} n_u$$

$P_q$  - мощность работы электрических сил.

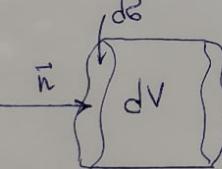
$$\langle \vec{F}_L \rangle = q \int \vec{E} d\Omega + \frac{1}{v} \langle P_q \rangle \vec{n} - \frac{q}{v} \int \vec{E} d\Omega \langle n_u \rangle = \\ \langle \vec{F}_L \rangle = \frac{1}{v} \langle P_q \rangle \vec{n}$$

Пусть волна попадает в среде полностью.

$$I d\Omega = \sum \langle P_q \rangle$$

$\uparrow q(dV)$

закон изменения



электромагнитной энергии

$$\sum \langle \vec{F}_q \rangle = \sum \frac{\vec{n}}{v} \langle P_q \rangle = \frac{I}{v} \vec{n} d\Omega = d\vec{F}$$

$P$  - давление света

$$P = \frac{dF}{d\Omega} = \frac{I}{v} = \frac{\langle \omega v \rangle}{v} = \langle \omega \rangle$$

$$d\vec{F} \cdot dt = \vec{g} v dtd\Omega$$

$\vec{g}$  - действительная мощность излучения электромагнитной волны

$$\vec{g} = \frac{d\vec{F}}{d\Omega} \frac{1}{v} = \vec{P} \vec{n} = \frac{\langle \omega \rangle}{v} \vec{n} = \frac{I}{v^2} \vec{n}$$

$$\vec{g} = \frac{I}{v^2} \vec{n}, P = \langle \omega \rangle$$

Так как свет есть электромагнитная поперечная волна, то надав на поверхность проводника, он должен производить следующие действия: электрический вектор создаёт так, на которой будет вибратор вектор магнитного поля, при этом сила Ампера совпадает по направлению с распространением света. Таким образом, понедельник вибрации между светом и определены ими попадающимися его плоским приводят к возникновению давления на тело.

Если рассматривать давление света в рамках теории фotonов:

$$N \hbar \omega = E$$

$N$ -кол-во фotonов, падающих на единичную поверхность в единицу времени

$E$ -полок энергии

$$P = \frac{E}{c}, P - \text{давление света}$$

$$P = \frac{N \hbar \omega}{c}$$

Еще  $R$ -коэффициент отражения:

$$(1-R)N \frac{\hbar \omega}{c} + RN_2 \frac{\hbar \omega}{c} = N \frac{\hbar \omega}{c} (1+R) \Rightarrow P = N \frac{\hbar \omega}{c} (1+R)$$

Билет 6.

Немод спектрального описания волновых полей. Преобразование Фурье.  
Интеграл и квадратичное Руле. Комплексная спектральная амплитуда,  
спектральная амплитуда в раз, их свойства.

Немод спектрального описания волновых полей.

Разложение реального волнового поля (импульса или пульса) на совокупность  
элементарных волн с помощью преобразования Фурье а также принципа  
суперпозиции волновых полей.

Интеграл Руле.

Множественное и достаточное условие  
биде интеграла Руле -  $\exists \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt$  для представления  $f(x) = f(x)$

Интеграл Руле:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} (a(\omega) \cos(\omega t) + b(\omega) \sin(\omega t)) d\omega$$

$$\begin{cases} a(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos(\omega t) dt \\ b(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin(\omega t) dt \end{cases}$$

квадратичного Руле.

$$a(\omega) = a(-\omega)$$

$$-b(\omega) = b(-\omega)$$

Если  $f(t)$ - чёткая  $\Rightarrow b(\omega) = 0$ , если  $f(t)$ - нечётная  $\Rightarrow a(\omega) = 0$ .

$g(\omega) = \sqrt{(a(\omega))^2 + (b(\omega))^2}$  - спектральная амплитуда  
 $g(\omega) = g(-\omega) > 0$

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} g(\omega) \left( \frac{a(\omega)}{g(\omega)} \cos(\omega t) + \frac{b(\omega)}{g(\omega)} \sin(\omega t) \right) d\omega =$$

$$\cos \varphi(\omega) = \frac{a(\omega)}{g(\omega)}$$

$\varphi(\omega)$  - спектральная

$$\sin \varphi(\omega) = \frac{b(\omega)}{g(\omega)}$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} g(\omega) \cos(\omega t - \varphi(\omega)) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) \cos(\omega t - \varphi(\omega)) d\omega$$

$$f(i\omega) = a(\omega) - ib(\omega) = g(\omega) (\cos(\varphi(\omega)) - i \sin(\varphi(\omega))) = g(\omega) e^{-i\varphi(\omega)}$$

$$f(i\omega) = g(\omega) e^{-i\varphi(\omega)}$$

- комплексная спектральная амплитуда

$$|f(i\omega)| = g(\omega)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(\omega t - \varphi(\omega)) g(\omega) d\omega = 0, \text{ m.k. } \sin(x) - \text{ нечётная ф-я},$$

$g(x) - \text{чётная ф-я},$   
 $\text{пределы симметричны.}$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) \cos(\omega t - \varphi(\omega)) d\omega + i \frac{1}{2\pi} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) \sin(\omega t - \varphi(\omega)) d\omega}_{=0} =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) e^{i(\omega t - \varphi(\omega))} d\omega$$

$$g(\omega) e^{-i\varphi(\omega)} = f(i\omega)$$

$f^2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(i\omega) e^{i\omega t} d\omega$  - обратное преобразование Фурье

$$f(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos \omega t dt - i \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin \omega t dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

↑ прямое преобразование Фурье.

Свойства:

1)  $f^*(i\omega) = f(-i\omega)$

$|f(i\omega)|^2 = f^2(\omega)$  - спектральная плотность, которую можно измерить экспериментально

2)  $f(t)$  - чётная ф-я  $\Rightarrow b(\omega) = 0$

$$f(i\omega) = a(\omega)$$

$$g(\omega) = |f(i\omega)| = |a(\omega)|$$

$$|f(i\omega)|^2 = |a(\omega)|^2$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} 0, & a(\omega) > 0 \\ \pi, & a(\omega) < 0 \end{cases}$$

м.к.  $g(\omega) > 0$

3)  $f(t)$  - нечётная ф-я  $\Rightarrow a(\omega) = 0$

$$f(i\omega) = -i b(\omega)$$

$$g(\omega) = |b(\omega)|$$

$$|f(i\omega)|^2 = |b(\omega)|^2$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & b(\omega) > 0 \\ \frac{3\pi}{2}, & b(\omega) < 0 \end{cases}$$

м.к.  $g(\omega) < 0$

Билет 7.

Свойства преобразования Рурье: соотношение между временным и спектральным представлениями сигнала, сдвигание спектра по частоте. Теорема Гильберта. Свертка спектра и спектральная плотность интенсивности.

Свойства преобразования Рурье:

1) Суперпозиция импульсов.

ЛК Рурье-образ ф-ий - Рурье-образ ЛК этих ф-ий.

$$F(t) = \sum_j \alpha_j f_j(t) \quad (\alpha_j = \text{const}(t))$$

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_j \alpha_j f_j(t) e^{-i\omega t} dt = \sum_j \alpha_j \int_{-\infty}^{+\infty} f_j(t) e^{-i\omega t} dt = \sum_j \alpha_j f_j(i\omega)$$

2) Сдвигание импульса по времени.

$$f(t) = f(t \pm t_0) \quad (t = t \pm t_0, dt = dt)$$

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t \pm t_0) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) e^{-i\omega(\tau \pm t_0)} d\tau = e^{\pm i\omega t_0} f(i\omega) = F(i\omega) e^{-i\varphi(\omega)}$$

$$f(i\omega) = f(\omega) e^{-i\varphi(\omega)}, \quad F(\omega) = f(\omega), \quad \varphi(\omega) = \varphi(\omega) \mp \omega t_0$$

Три сдвиги времени изменяются только фаза.

3) Изменение масштаба времени.

$$F(t) = f(\alpha t) \quad \alpha = \text{const}(t) \quad \tau = \alpha t$$

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) e^{-i\omega \frac{\tau}{\alpha}} \frac{1}{\alpha} d\tau = \frac{1}{\alpha} f(i\frac{\omega}{\alpha})$$

$$F(\omega) = |F(i\omega)| = \frac{1}{|\alpha|} f(\frac{\omega}{\alpha}) \quad f(i\frac{\omega}{\alpha}) = f(\frac{\omega}{\alpha}) e^{-i\varphi(\frac{\omega}{\alpha})}$$

$$F(i\omega) = F(\omega) e^{-i\varphi(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = \varphi(\frac{\omega}{\alpha}) + \begin{cases} 0, & \alpha > 0 \\ \pi, & \alpha < 0 \end{cases}$$

4) Соотношение между временным импульсом и шириной спектра.

Длительность импульса - интервал времени, во время которого величина импульса существенно отличается от 0.

$f(t) = \delta(t)$ , описываемая импульс.

$$\Delta t = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt \quad \Delta\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} f(i\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) d\omega$$

$$f(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(i\omega) d\omega = f(i\omega=0)$$

$\Delta t$  - длительность импульса

$\Delta\omega$  - ширина спектра

$$\Delta\omega \Delta t = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f(i\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt} \cdot \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt}{2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} f(i\omega) d\omega} = 2\pi \Rightarrow \Delta\omega \Delta t = 2\pi$$

$$(e^{i\omega t} (i\omega=0)=1, \quad e^{i\omega t} (t=0)=1)$$

множественное преобразование Рурье

5) Смещение спектра по частоте.

$$F(t) = f(t) \cos(\omega_0 t) \quad \Delta t \gg T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta t} \ll \frac{2\pi}{T_0} = \omega_0 \Rightarrow \Delta\omega \ll \omega_0$$

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}}{2} e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{2} (f(i(\omega - \omega_0)) + f(i(\omega + \omega_0))) \quad \omega_0 \gg \Delta\omega \Rightarrow$$

вклады  $a(\omega)$  и  $b(\omega)$  при  $\omega < 0$  в  $a(\omega)$  и  $b(\omega)$  при  $\omega > 0$  можно пренебречь.

$$F(i\omega) \approx \frac{1}{2} f(i(\omega - \omega_0)) \Rightarrow F(\omega) \approx \frac{1}{2} f(\omega - \omega_0) \Rightarrow |F(i\omega)|^2 \approx \frac{1}{4} |f(i(\omega - \omega_0))|^2, \Phi(\omega) = \varphi(\omega - \omega_0).$$

Теорема Планшера:

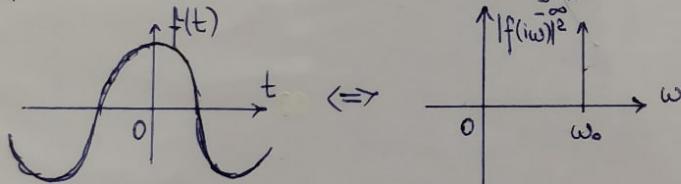
$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(i\omega)|^2 d\omega \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) f^*(t) dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \right)^* dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) f^*(i\omega) e^{-i\omega t} dt d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(i\omega) f^*(i\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(i\omega)|^2 d\omega \end{aligned}$$

Пример преобразование Фурье.

1) Гармоническое колебание

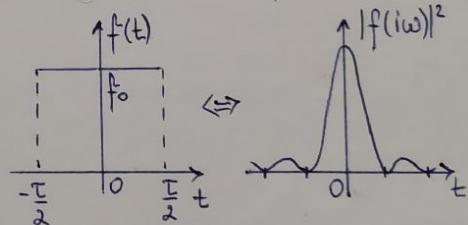
$$\begin{aligned} f(t) &= f_0 \cos(\omega_0 t) \\ f(i\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_0 \cos(\omega_0 t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f_0 \left( \frac{e^{-i\omega_0 t} + e^{i\omega_0 t}}{2} \right) e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{f_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(\omega - \omega_0)t} + e^{-i(\omega + \omega_0)t}}{2} dt = \frac{f_0}{2\pi} (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \end{aligned}$$

$$\text{при } \omega \geq 0 \quad f(i\omega) = \frac{f_0}{2} \delta(\omega - \omega_0), \quad \delta(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} e^{i\omega t} dt$$



2) Треугольный импульс

$$\begin{aligned} f(t) &= \begin{cases} f_0, & t \in [-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}] \\ 0, & t \notin [-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}] \end{cases} \\ f(i\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = f_0 \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega t} dt = \\ &= f_0 \frac{e^{-i\omega\tau/2} - e^{i\omega\tau/2}}{-i\omega} = f_0 \tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \end{aligned}$$



Свойства спектра и спектральной плотности интенсивности.

$S(\omega)$  - спектральная плотность интенсивности

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T |E(t)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} |E(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |E(i\omega)|^2 d\omega \Rightarrow S(\omega) = \frac{E(i\omega)}{2\pi} ; \quad dI = S(\omega) d\omega$$

( $E_0 E^\dagger = 1$ ) при  $t \notin [0; T]$   $E(t) = 0$

Пусть есть непрерывное сплошнократное излучение:  $T_H \gg T_0$ ;

$E_H(t) \equiv 0$  при  $t \notin [0; T_H]$

$$I = \lim_{T_H \rightarrow +\infty} \frac{1}{T_H} \int_0^{T_H} |E_H(t)|^2 dt = \lim_{T_H \rightarrow +\infty} \frac{1}{T_H} \int_0^{T_H} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |E(i\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) d\omega \Rightarrow S(\omega) = \lim_{T_H \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\pi T_H} |E(i\omega)|^2$$

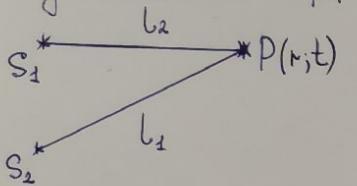
\* Спектральная плотность интенсивности  $S(\omega)$  случайно разбросанная во времени одинаковых световых импульсов пропорциональна спектральной плотности  $S(\omega)$  отдельного импульса.  $S(\omega) = S(\omega) n \tau$ , где  $\tau$  - длительность импульса,  $n$  - частота следования импульсов.

### Билет 8.

Интерференция света. Общая схема и уравнение двухвольновой интерференции.  
Когерентность. Интерференция монохроматических волн в схеме Юнга.  
Уравнение интерференции, порядок интерференции, функции видности, линейная и угловая ширина интерференционных полос.

Интерференция света - пространственное перераспределение интенсивности энергии в световой волне при наложении световых волн.

Двухвольновая интерференция.



$$\vec{E}(t) = \vec{E}_1(t) + \vec{E}_2(t)$$

$$I = \langle \vec{E}(t)^2 \rangle = I_1 + I_2 + 2 \langle \vec{E}_1(t) \vec{E}_2(t) \rangle$$

$$(\epsilon_0 \epsilon \nu = 1)$$

$$I = I_1 + I_2 + 2 \langle \vec{E}_1(t) \vec{E}_2(t) \rangle$$

$$\uparrow \text{Основное уравнение двухвольновой интерференции}$$

Интерференционный вклад

Когерентность.

Когерентные колебания - колебания, между которыми существует постоянная разность фаз.

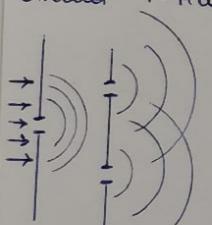
При сложении двух когерентных пучков  $\langle \vec{E}_1(t) \vec{E}_2(t) \rangle \neq 0 \Rightarrow I = I_1 + I_2$

Для некогерентных пучков  $\langle \vec{E}_1(t) \vec{E}_2(t) \rangle = 0 \Rightarrow I = I_1 + I_2$

Методы получения когерентных пучков:

- 1) Метод деления амплитуд (интерферометр Майкельсона);
- 2) Метод деления волнового фронта (интерферометр Юнга).

Схема Юнга:



Экран  
На экране наблюдается интерференционная картина.

1 и 2  
онверсионны

Монохроматические волны:

$$E_{1,2} = A_{1,2} \cos(\omega t - k l_{1,2} + \varphi_{1,2}) = A_{1,2} \cos(\omega t + \varphi_{1,2})$$

$$I_{1,2} = \langle (E_{1,2}(t))^2 \rangle = \frac{A_{1,2}^2}{2} \Rightarrow A_{1,2} = \sqrt{2 I_{1,2}}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2 \langle A_1 A_2 \cos(\omega t + \varphi_1) \cos(\omega t + \varphi_2) \rangle =$$

$$= I_1 + I_2 + 2 \cdot 2 \sqrt{I_1 I_2} \cdot \frac{1}{2} (\cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2) + \cos(\varphi_2 - \varphi_1)) =$$

$$= I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \varphi$$

$\uparrow$  Уравнение двухвольновой интерференции в случае монохроматических волн.

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \varphi$$

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$$

$$\Delta \varphi = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$$

$$\Delta \varphi = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$n$  - порядок интерференции

$$h(u; x) =$$

написано.

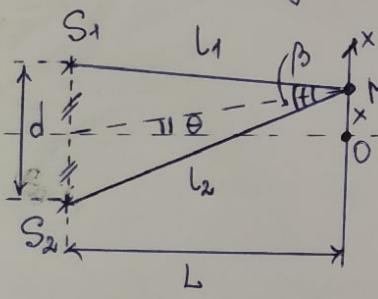
Функция видимости:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \Rightarrow 0 \leq V \leq 1$$

$I_{\max} = I_{\min}$

Для монохроматических балок:  $V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \Rightarrow V = \text{const}$

Линейная и угловая ширина полос.



$$\begin{aligned} L &\gg d, L \gg x \\ l_1^2 &= L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 & l_2^2 &= L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \\ l_2^2 - l_1^2 &= 2xd \end{aligned}$$

$$l_2^2 - l_1^2 = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = \Delta l \cdot 2L, \quad L \gg d \Rightarrow L \approx l_1 \approx l_2$$

$$2\Delta l \cdot L = 2xd \Rightarrow \Delta l = x \frac{d}{L} = \beta x$$

$\Delta x$  - линейная ширина полос (расстояние между соседними максимумами)

$$\Delta l_{\max} = n\lambda = \frac{d}{L} \Delta x_{\max} \Rightarrow \Delta n = 1 \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda L}{d}$$

$\Delta \theta$  - угловой размер полосы

$$\Delta \theta = \frac{\Delta x}{L} = \frac{\lambda}{d}$$

Билет 9.

Интерференция квазимохроматического света. Условие интерференции.  
 Спектральное описание, уравнение интерференции в частотном представлении.  
 Функции видности, время и длина когерентности, максимальный порядок  
 интерференции. Временная когерентность.

Интерференция квазимохроматических волн.

$$S_1 \xrightarrow{l_1} P(r, t) \quad E(t) = E_1(t) + E_2(t)$$

$$E_{1,2}(t) = A_{1,2}(t) \cos(\omega_0 t - k_0 l_{1,2} + \varphi_{01,2}(t)) = A_{1,2}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_{1,2}(t)) \quad \approx T_0$$

$$I_{1,2}(t) = \langle |E_{1,2}(t)|^2 \rangle = \langle A_{1,2}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_{1,2}(t)) \rangle = \frac{1}{2} \langle A_{1,2}^2(t) \rangle$$

( $\varepsilon \varepsilon \varepsilon = 1$ ) усреднение за время наблюдения  $T_p$

$$I = I_1(t) + I_2(t) + 2 \langle E_1(t) E_2(t) \rangle = I_1(t) + I_2(t) + 2 \langle A_1(t) A_2(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_1(t)) \cos(\omega_0 t + \varphi_2(t)) \rangle =$$

$$= I_1(t) + I_2(t) + \langle A_1(t) A_2(t) \cos(\Delta\varphi(t)) \rangle$$

$T_p < T \rightarrow$  динамическая интерференция

$T_p > T \rightarrow$  1)  $\max(\delta(\Delta\varphi(t))) < \pi$  за  $T_p$ , то интерференционная картина будет наблюдаваться; ограниченное изменение разности фаз - условие интерференции  
 2)  $\Delta\varphi(T) \approx \text{const}(t)$  за  $T_p$

Спектральное описание

$$I(\Delta\tau) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \frac{1}{I_0} \int S(\omega) \cos(\omega \Delta\tau) d\omega \quad \Delta\tau - \text{время задержки}$$

уравнение квазимохроматической интерференции в частотном представлении

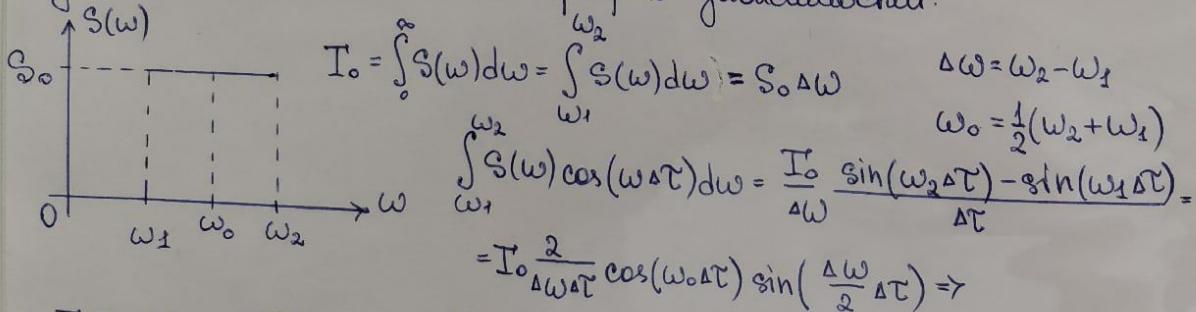
$S(\omega)_\infty$  - спектральная интенсивность

$$I_0 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega$$

$$I_{1,2} = I_1,2 I_0 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega = \int_0^\infty S_{1,2}(\omega) d\omega \Rightarrow dI_{1,2} = \alpha_{1,2} S(\omega) d\omega$$

$$dI = dI_1 + dI_2 + 2\sqrt{dI_1 dI_2} \cos \Delta\varphi \Rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \frac{1}{I_0} \int_0^\infty S(\omega) \cos(\omega \Delta\tau) d\omega$$

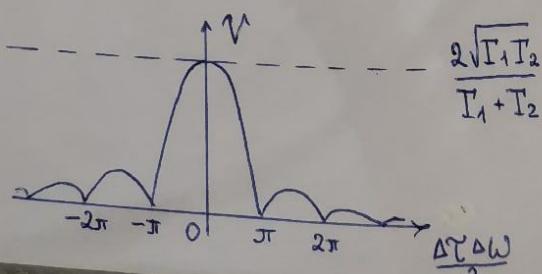
Пусть  $S(\omega)$  имеет такой график зависимости:



$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega\Delta\tau}{2}\right) \cos(\omega_0\Delta\tau)$$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega\Delta\tau}{2}\right) \right|$$

ограничение видности



Интерференционная картина лучше всего видна при  $\frac{\Delta\omega\tau}{2} \leq \pi$

$$\Delta\tau \leq \frac{2\pi}{\Delta\omega} \approx \tau_k - \text{время когерентности.}$$

Время когерентности - максимальное время задержки, при которой интерференционная картина еще видна.

Длина когерентности.

Пусть наблюдается интерференция квазимохроматических пучков с длинами волн в интервале  $[\lambda; \lambda + \Delta\lambda]$ .

Интерференция не будет наблюдаться, когда максимум  $\lambda + \Delta\lambda$  совпадает с максимумом  $(n+1)$ -ого порядка для  $\lambda$ .

Условие неравенства для интерференционной картины:

$$(\lambda + \Delta\lambda)n = \lambda(n+1) \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{n}, n = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$n$  - максимальный порядок интерференции. При интерференции могут наблюдаваться полосы только меньшего порядка интерференции.

Тогда  $n = \frac{d_2 - d_1}{\lambda}$ , где  $d_2 - d_1$  - разность хода пучков  $\Rightarrow$

$$L_k = d_2 - d_1 = n\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} - \text{длина когерентности.}$$

Длина когерентности - максимальная разность хода двух квазимохроматических волн, при которой еще наблюдается интерференция.

$$L_k = C\tau_k$$

$$n = \frac{\tau_k}{T_0} = \frac{L_k}{\lambda} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

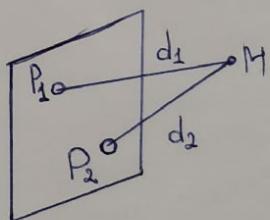
Временная когерентность.

Пусть есть непрозрачный экран с двумя отверстиями  $P_1$  и  $P_2$ , расположенные слухом. Отверстия играют роль источников света, а за экраном образуется интерференционная картина.

Точки  $P_1$  и  $P_2$  выбраны произвольно. В частности, они могут и совпадать. Тогда колебания векторов  $\vec{E}_{1,2}$ :

$\vec{E}_1(P_1, t+\tau)$  и  $\vec{E}_2(P_1, t)$  отличаются только моментом времени, когда они совершаются. Тогда именем места временная когерентность колебаний.

Если в качестве источников  $P_1$  и  $P_2$  возникают два изображения одного точечного источника света, тогда существенна именем временная когерентность, т.к. складываются колебания, произошедшие в разные моменты времени, но в один и тот же реальный момент времени источник света.



Билет 10.

Интерференция квадриплексного света. Условие интерференции. Временное описание. Руками корреляции и её свойства. Теорема Винера-Хитиника. Гониометрия спектроскопии.

Временное описание интерференции.

$$\begin{array}{c} S_1(E_1(t_1)) \quad l_1 \\ \xleftarrow{\qquad\qquad\qquad} \quad P(t) \quad E_1(t_1) = E_1(t - \frac{l_1}{v}) \quad E_2(t_2) = E_2(t - \frac{l_2}{v}) \\ \downarrow \quad l_2 \\ S_2(E_2(t_2)) \quad I = I_1 + I_2 + 2 \underbrace{\langle E_1(t_1) E_2(t_2) \rangle}_{B_{12}(t_1, t_2)} \end{array}$$
$$\Delta \tau = t_2 - t_1 = \frac{\Delta l}{v} \quad t_2 = t_1 + \Delta$$

$B_{12}(t_1, t_2) = \langle E_1(t_1) E_2(t_2) \rangle$  - ф-я временной корреляции, содержащая информацию о колебаниях в разных точках в разные моменты времени. (ф-я пространственно-временной корреляции).

Для спаунтационных процессов:

$$B_{12}(t_1, t_2) = \langle E_1(t_1) E_2(t_1 + \Delta \tau) \rangle = \langle E_1(t) E_2(t + \Delta \tau) \rangle = B_{12}(\Delta \tau)$$

$$B_{12}(\Delta \tau) = \langle \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} E_o(t) E_o(t + \Delta \tau) \rangle = \langle \sqrt{\frac{I_1 I_2}{I_o^2}} E_o(t) E_o(t + \Delta \tau) \rangle = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_o} \underbrace{\langle E_o(t) E_o(t + \Delta \tau) \rangle}_{B(\Delta \tau)}$$
$$I_{1,2} = \alpha_{1,2} I_o \Rightarrow E_{1,2}(t_1, 2) = \sqrt{\alpha_{1,2}} E_o(t_1, t_2)$$

$B(\Delta \tau) = \langle E_o(t) E_o(t + \Delta \tau) \rangle$  - ф-я временной корреляции (ф-я автокорреляции), содержащая информацию о колебаниях в одной и той же точке светового поля в моменты времени, отличающиеся на интервал  $\Delta \tau$ .

$I(\Delta \tau) = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \frac{1}{I_o} B(\Delta \tau)$  - уравнение двухблочковой интерференции для квадриплексных непрерывных спаунтационных волн

Свойства функции корреляции:

$$1) B(\Delta \tau = 0) = I_o$$

$$2) B(\Delta \tau \gg \tau_k) = 0 \quad (\Delta \tau \rightarrow \infty)$$

$$3) B(\Delta \tau) = B(-\Delta \tau) \text{ для спаунтационных процессов}$$

$$B(-\Delta \tau) = \langle E_o(t) E_o(t - \Delta \tau) \rangle = \langle E_o(t + \Delta \tau) E_o(t) \rangle = B(\Delta \tau)$$

$$4) B(\Delta \tau) \propto \text{степень осциллирующей с Т. и медленно убывает с характерным временем } \tau.$$

$$5) \text{Функции временной корреляции для всей волны и для угла волны, соответствующего одному акну излучения, пропорциональны.}$$
$$B(\Delta \tau) = n \tau b(\Delta \tau)$$

$\tau$  - длительность одного акна

$n$  - частота следования акнов.

$$h(u; x) =$$

Линии.

Теорема Винера-Хинчина.

$$\left. \begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_0} \int_0^\infty S(\omega) \cos(\omega \Delta\tau) d\omega \\ I &= I_1 + I_2 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_0} B(\Delta\tau) \end{aligned} \right\} \Rightarrow B(\Delta\tau) = \int_0^\infty S(\omega) \cos(\omega \Delta\tau) d\omega - \text{уравнение} \\ \text{Винера-Хинчина.} \end{math>$$

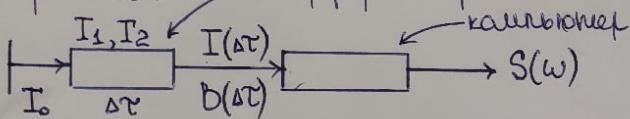
$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} B(\Delta\tau) \cos(\omega \Delta\tau) d\omega - \text{как для } a(t) \text{ в интервале} \quad \text{Руре}$$

$$S(\omega) = S(-\omega)$$

$$B(\Delta\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega \Delta\tau} d\omega \quad \text{уравнение Винера-Хинчина в } \mathbb{C}\text{-форме}$$

Понятие о Руре-спектрометрии.

Руре-спектрометр:



$$B(\Delta\tau) = \frac{I(\Delta\tau) - (I_1 + I_2)}{2\sqrt{I_1 I_2}} I_0$$

$\Delta\tau > \tau_k \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega} \Rightarrow \Delta\omega > \frac{2\pi}{\Delta\tau}$  Максимальное время задержки обеспечивает минимальную ширину спектра, которая может быть задокументирована.

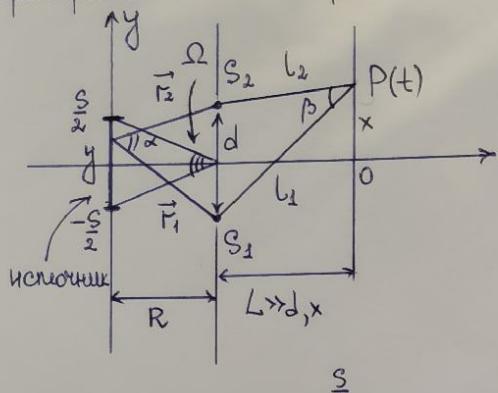
$$\Delta\omega_{\min} \approx \frac{2\pi}{\Delta\tau_{\max}} \quad R \equiv \frac{\omega_0}{\omega_{\min}} - \text{разрешающая способность}$$

$$R = \frac{\omega_0}{\omega_{\min}} = \frac{2\pi \Delta\tau_{\max}}{T_0 2\pi} = \frac{\Delta\tau_{\max}}{T_0} = \frac{\Delta L_{\max}}{\lambda} \quad (\Delta\omega_{\min} \ll \omega_0) \Rightarrow R = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{\min}} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_{\min}}$$

Билет 11.

Пространственная когерентность. Уравнение интерференции в схеме Юнга. Фурье-функция видности, угол и радиус когерентности. Звёздный интерферометр Майкельсона.

Пространственная когерентность.



$\alpha$  - угол интерференции  
 $s$  - длина источника  
 $\Omega$  - угловая апертура

$$\Delta\varphi = k\alpha l = k(\beta x + \alpha y)$$

$$dI = dI_1 + dI_2 + 2\sqrt{dI_1 dI_2} \cos(k(\beta x + \alpha y))$$

$$dI_{1,2} = \frac{I_{1,2}}{S} dy$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \frac{1}{S} \int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}} \cos(k(\alpha y + \beta x)) dy = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \frac{\sin(k(\frac{\alpha S}{2} + \beta x)) - \sin(k(-\frac{\alpha S}{2} + \beta x))}{k\alpha s} =$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \frac{\cos(\omega\alpha t) \sin(\frac{k\alpha s}{2})}{\frac{1}{2} k\alpha s} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\omega\alpha t) \operatorname{sinc}(\frac{k\alpha s}{2})$$

уравнение двухвольновой интерференции с участием пропагированного источника.

(уравнение интерференции в схеме Юнга)

$$V(\alpha s) = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |\operatorname{sinc}(\frac{k\alpha s}{2})| - \text{Фурье-функция видности.}$$

Картина лучше всего видна:  $\frac{k\alpha s}{2} < \pi$

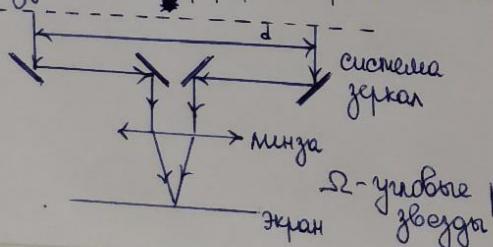
$$\frac{2\pi\alpha s}{\lambda} < \pi \Rightarrow \frac{\alpha s}{\lambda} < \frac{1}{2}, \quad R \gg s, d \Rightarrow \frac{ds}{R\lambda} < \frac{1}{2} \Rightarrow ds < \frac{R\lambda}{2} = \frac{\lambda}{\Omega} = d_k - \text{радиус когерентности.}$$

Все точки волнового фронта поля являются пропагированным источником <sup>Судзуки</sup> когерентных, когда расстояние между ними меньше  $d_k$ .

$$\Omega < \frac{\lambda}{d_k} = \Omega_k - \text{угол когерентности}$$

Угол когерентности - максимальный угол, под которым виден источник из линии расположения вторичных источников, при котором вторичные источники когерентны.

Звёздный интерферометр Майкельсона.



В центре картины при максимальной временной когерентности фурье-функция видности определяется только пространственной когерентностью.

$$V(\alpha s) = V(d\Omega) = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{kd}{2}\Omega\right) \right|$$

Для находящегося узкого расстояния между звёздами:

$$k\Delta r = k\alpha \Delta s = k \frac{d}{R} \Delta s = \frac{2\pi d}{\lambda} \Delta \Omega = \pi \Rightarrow \Delta \Omega = \frac{\lambda}{2d} \Rightarrow \text{очень мало.}$$

## Блок 12.

Основные схемы двухволнистой интерференции. Метод деления волнового фронта. Метод деления амплитуды. Характерные особенности методов. Интерференция в тонких пленках.

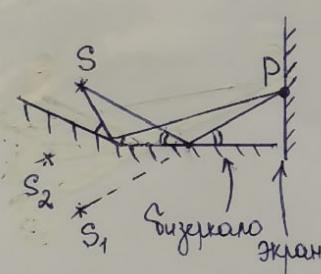
Методы получения когерентных волн:

А) Метод деления волнового фронта

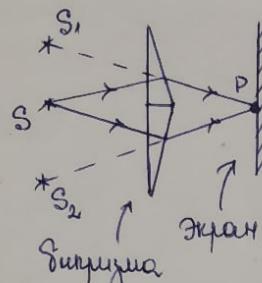
Две когерентные волны получаются, как два участка одного фронта волны.

Оптические системы:

1) Биерхало Френеля



2) Биерхало Френеля



Особенности:

- 1) Картина не локализована в пространстве;
- 2) Картина образуется пучками от одной точки источника;
- 3) Интенсивность картины мала;
- 4) Увеличение размеров источника ухудшает видимость картины;
- 5) Увеличение ширины спектра ухудшает видимость картины.

Интерференция в тонких пленках.

Явление, которое возникает в результате разделения луча света при отражении от верхней и нижней границ тонкой пленки. В результате возникают световые волны, способные интерферировать.



За счёт разной толщины пленки получаются различные разности хода в разных местах пленки. Получается, в некоторых местах есть максимумы одних длин волн и минимумы других, образуя разноцветные радужные картины. Это можно наблюдать у мыльных пузырей или масляных пленок на воде.

Б) Метод деления амплитуды.

Расщепление волны на полупрозрачной пластинке на две когерентные волны.

Оптические системы:

1) Интерферометр

Майклсона

$\uparrow$   $3_1$

$1$   $2$

$3_2$

$3_1$

$1$   $2$

$3_2$

2) Интерферометр

Маха-Цендера

$1$   $2$   $3$

$1$   $2$   $3$

$1$   $2$   $3$

$1$   $2$   $3$

$1$   $2$   $3$

$1$   $2$   $3$

1 - светоделительная пластинка  
2 - компенсационная пластинка

Особенности:

- 1) Картина локализована в пространстве;
- 2) Картина образуется пучками от всех точек источника;
- 3) Интенсивность картины велика;
- 4) Увеличение размеров источника не ухудшает видимость картины;
- 5) Увеличение ширины спектра ухудшает видимость картины.

Билет 13.

Многоволновая интерференция. Уравнение многоволновой интерференции - формула Эйри. Рынкия видности и ширина интерференционных полос. Интерференция Радио-Перо. Пласмикса Альмира - Герке.

Многоволновая интерференция.



$M_{12}, M_{21}$  - коэффициенты отражения

$t_{12}, t_{21}$  - коэффициенты пропускания

$R = |M_{12}|^2 = |M_{21}|^2$  - коэффициенты отражения по энергии

$T = |t_{12}t_{21}|$  - коэффициенты пропускания по энергии.

$$\varphi = k_0 n_2 \frac{d}{\cos \theta} = \frac{2\pi d}{\lambda \cos \theta} - \text{найдите сразу между } \hat{E}_0 \text{ и } \hat{E}$$

$$\hat{E}_0 = \hat{E} t_{12} e^{-i\varphi} t_{21} = \hat{E} e^{-i\varphi T}$$

$$\hat{E}_1 = \hat{E} t_{12} e^{-i\varphi} M_{21} M_{12} t_{21} e^{-i\varphi} = \hat{E} R e^{-i\varphi}$$

$$\varphi = k_0 \Delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2n_2 \frac{d}{\cos \theta} = \frac{4\pi d}{\lambda \cos \theta} - \text{разность сразу между } \hat{E}_1 \text{ и } \hat{E}_0$$

$$\hat{E}_2 = \hat{E}_0 R e^{-i\varphi} = \hat{E}_0 R^2 e^{-2i\varphi} \Rightarrow \hat{E}_k = \hat{E}_0 R^{k-i\varphi} - \text{амплитуда } k\text{-ой волны.}$$

$$\hat{E}_{np} = \sum_{k=0}^{+\infty} \hat{E}_0 (R e^{-i\varphi})^k = \hat{E} e^{-i\varphi T} \frac{1}{1 - R e^{-i\varphi}} \Rightarrow$$

$$I_{np}(\varphi) = \frac{1}{2} \langle \hat{E}_{np} \hat{E}_{np}^* \rangle = I T^2 \frac{1}{(1 - R e^{-i\varphi})(1 - R e^{i\varphi})} = I T^2 \frac{1}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} = I \frac{T^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

$$I_{np} = \frac{IT^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\varphi}{2}} - \text{формула Эйри для промежуточных волн}$$

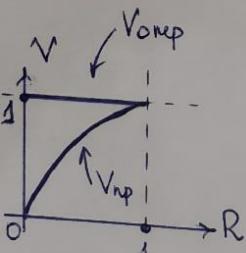
По ЗСЭ, если нет поглощения, то  $R + T = 1 \Rightarrow I_{np} + I_{up} = I$

$$I_{up} = \frac{I 4R \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\varphi}{2}} - \text{формула Эйри для окраинных волн}$$

Рынкия видности.

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \Rightarrow V_{np} = \frac{2R}{1+R^2}$$

$$V_{up} = 1$$



Ширина интерференционной полосы - ширина  $I(\varphi)$  на половине высоты

$$I_{np} \underbrace{\left( \frac{2\pi n_2}{\lambda} \pm \frac{\Delta\varphi}{2} \right)}_{\text{разность фаз}} = \frac{I}{2} - \text{для промежуточных волн.}$$

разность фаз

Три малых угла  $\sin \alpha \approx \alpha$ .

$$I \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R(\frac{\delta_{\text{Ф}}}{\lambda})^2} = \frac{1}{2} I \Rightarrow \frac{1}{2} (1-R)^2 = \frac{R}{8} \delta_{\text{Ф}}^2 \Rightarrow \delta_{\text{Ф}} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

ширина  
интерференционной полосы  
для промедленных волн

$$R \rightarrow 1 \Rightarrow \delta_{\text{Ф}} \rightarrow 0$$

$$\delta_{\text{Ф}} = 2\pi - \delta_{\text{Ф}} \Rightarrow R \rightarrow 1 \Rightarrow \delta_{\text{Ф}} \rightarrow 2\pi$$

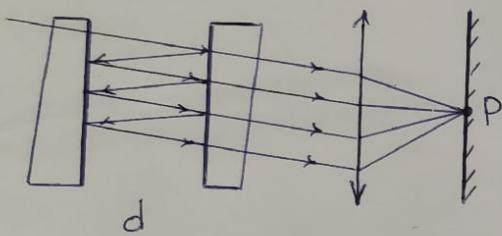
Для промедленных волн: яркие узкие полосы на тёмном фоне.

Для отражённых волн: широкие светлые полосы с узкими тёмными полосами.

Режим сплошной интерференционной картины:  $F = \frac{2\pi}{\delta}$

$$F_{\text{Ф}} = \frac{2\pi}{\delta_{\text{Ф}}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad R \rightarrow 1 \Rightarrow F_{\text{Ф}} \rightarrow +\infty \quad F_{\text{Ф}} = \frac{2\pi}{\delta_{\text{Ф}}} = \frac{2\pi}{2\pi - \delta_{\text{Ф}}} \quad R \rightarrow 1 \Rightarrow F_{\text{Ф}} \rightarrow 1$$

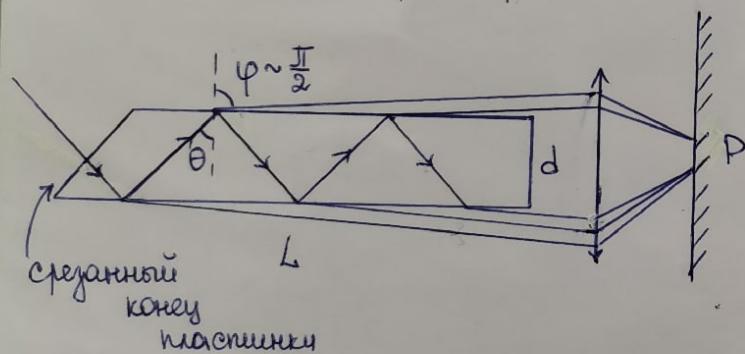
### Интерференция Ради-Герца



Сплюснутые кварцевые пластины, покрытые палладиевыми пленками с большим R, расположенные на расстоянии d друг от друга. Для устранения бредного влияния света, многократно отражённого от поверхности внутри пластин, внешние поверхности делают наклонные.

$$d = 0,1 \div 100 \text{ см} \quad (\delta d \sim 50 \text{ Å})$$

Интерференционная картина - полосы равного наклона - концентрические колца, наблюдаемые с помощью сбрасывающей линзы.



Плоскопараллельная сплюснутая или кварцевая пластина. Лучи от источника направляются на срезанный конец пластины так, чтобы на границу раздела луч падал под углом чуть меньшим угла поглощения отражения.

Три малых угла падение  $R \sim 1$ .

Три конуса отражения от внутренней поверхности пластины из системы, под малым углом к пластинке, выходят очень малая часть падающей волны. Образуются на экране за линзой полосы равного наклона.

### Билет 14.

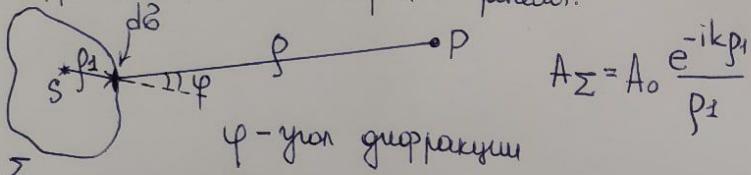
Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля и дифракционный интеграл Френеля. Теорема обратимости Гельмгольца. Принцип дополнительности Бодбие.

Дифракция света - явление отклонения от законов геометрической оптики при распространении света в среде; оно обусловлено волновой природой света.

Принцип Гюйгенса-Френеля.

Каждый элемент волнового фронта можно рассматривать как центр вторичного возмущения, породяющее вторичные сферические волны, а результатирующее световое поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн.

Дифракционный интеграл Френеля.



$$A_{\Sigma} = A_0 \frac{e^{-ikr}}{R}$$

$\varphi$  - угол дифракции

$$E(P) = a_0^{\frac{1}{2}} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

$$\hat{E}(P) = \frac{a_0}{r} e^{i\varphi_0} e^{-ikr} e^{i\omega t} = A(P) e^{i\omega t} \Rightarrow A(P) = \frac{a_0}{r} e^{i\varphi_0} e^{-ikr} = A_0 \frac{e^{-ikr}}{r}$$

$$\iint_{\Sigma} A_{\Sigma} \frac{e^{-ikr}}{r} k(\varphi) d\Omega = A(P) \quad \text{- дифракционный интеграл Френеля.}$$

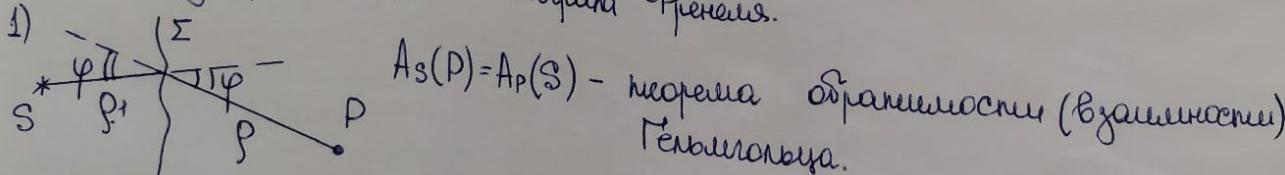
$k(\varphi)$  - коэффициент наклона

$$[k(\varphi)] = [m^{-1}]$$

Если несколько источников внутри поверхности  $\Sigma$ :

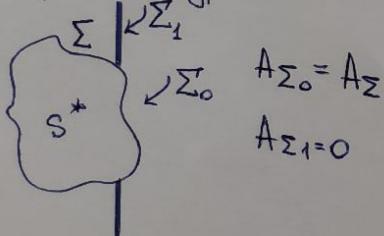
$$A_{\Sigma} k(\varphi) \Rightarrow \sum_j A_j \zeta_j k(\varphi)$$

Свойства дифракционного интеграла Френеля.



$A_S(P) = A_P(S)$  - теорема обратимости (взаимности) Гельмгольца.

2) Разделение модальных и некомодальных частей экрана Бодбие, если длина волны.



$$A_{\Sigma_0} = A_{\Sigma}$$

$$A_{\Sigma_1} = 0$$

Приоритет

$$h(u; x) =$$

Линии.

Принцип дополнительности Байне.

$$\sum_1 \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \sqrt{\sum_2} \quad 2)$$

1)

Два близко расположенных друг к другу экрана. Отверстие одного совпадает с непрорезанной частью другого, и наоборот.

$$\int_{\Sigma} \dots = \int_{\Sigma_1} \dots + \int_{\Sigma_2} \dots \quad A_1(P) + A_2(P) = A(P)$$

↑  
также  
экранов      условлен  
только первой или только второй экран.

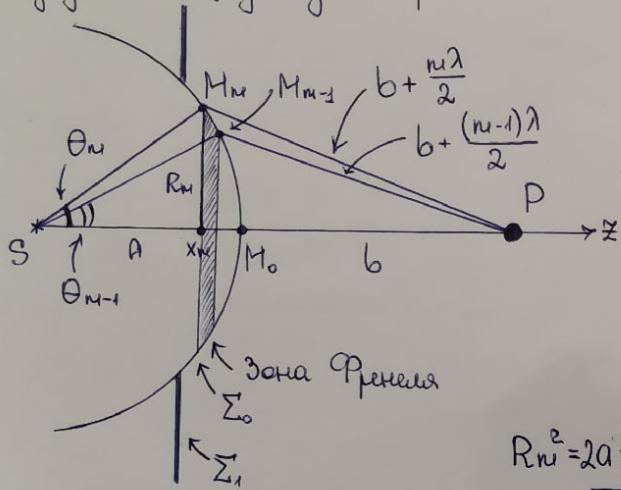
### Билет 15

Дифракция света на круглом отверстии. Метод зон Френеля. Радиус и площадь зон Френеля. Число Френеля. Аппроксимация и образование зонные маски, аппроксимация зонная маскинка. Условие перехода от волновой к геометрической оптике.

Метод зон Френеля:

- 1) В качестве светящейся поверхности выбираем граничную поверхность:  $\Sigma_0 = \text{const}$ .
- 2) Зона Френеля - область светящейся поверхности, расстояние до которой от точки наблюдения равно  $\frac{\lambda}{2}$ .  
 $\Delta\theta = \frac{\lambda}{2} = \text{const}$ .
- 3)  $A(P) = \sum_n A_n(\theta_n, \varphi_n, \rho_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n |A_n(\theta_n, \varphi_n, \rho_n)|$

Радиус и площадь зон Френеля.



Зона Френеля - сферический пакет на светящейся поверхности

$R_n$  - радиус  $n$ -ой зоны Френеля

$$R_n^2 = A^2 - (a - x_n)^2 = \left(b + \frac{n\lambda}{2}\right)^2 - (b + x_n)^2$$

$$A^2 - \cancel{a^2} + 2ax_n - \cancel{x_n^2} = \cancel{b^2} + b n \lambda + \frac{n^2 \lambda^2}{4} - \cancel{b^2} - 2bx_n - \cancel{x_n^2}$$

$$bn\lambda \gg \frac{n^2 \lambda^2}{4} \Rightarrow$$

$$x_n = \frac{bn\lambda^2}{2(a+b)}$$

$$R_n^2 = 2ax_n - x_n^2 \approx 2a \frac{nb\lambda}{2(a+b)} = \frac{nb\lambda}{a+b} \quad (x_n \ll 2a)$$

$$R_n = \sqrt{\frac{nb\lambda}{a+b}} \quad \text{радиус } n\text{-ой зоны Френеля}$$

$d\theta = a^2 \sin\theta d\varphi d\theta$  - единичная площадь сферической поверхности

$$\theta_n = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} a^2 \sin\theta d\theta d\varphi = a^2 2\pi (-\cos\theta_n + \cos\theta_{n-1}) = 2\pi a ((a - x_n) - (a - x_{n-1})) =$$

$$\theta_{n-1} = 2\pi a \left( -\left( a - \frac{bn\lambda}{2(a+b)} \right) + \left( a - \frac{b(n-1)\lambda}{2(a+b)} \right) \right) = \frac{\pi ab\lambda}{(a+b)} = \text{const}(n)$$

$\theta_n = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}$  - площадь зоны Френеля (одинакова для всех зон)

Число Френеля - число открытий (задействованных) зон.

Условие перехода от волновой к геометрической оптике.

$$A(P) = \sum_n (-1)^{n-1} |A_n| = |A_1| - |A_2| + |A_3| - \dots \quad n \rightarrow +\infty \Rightarrow A_n \rightarrow 0 \Rightarrow$$

$$A(P) = |A_1| - \frac{|A_1| + |A_3|}{2} + |A_3| - \frac{|A_3| + |A_5|}{2} + |A_5| - \dots = \frac{|A_1|}{2} + \begin{cases} \frac{|A_N|}{2}, & N = 2k+1, k \in \mathbb{N} \\ -\frac{|A_N|}{2}, & N = 2k, k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$N \gg 1 \Rightarrow A(P) \approx \frac{|A_1|}{2} \Rightarrow N \gg 1 - \text{условие наблюдения геометрической оптики.}$$

$$I(P) = \frac{1}{4} I_1 = I_0$$

Амплитудная и фазовая зонные пластинки.

Зонная пластинка - пластинка с чередующимися выпуклобогатыми концентрическими окружностями, радиусы которых совпадают с радиусами зон Френеля.

Амплитудная зонная пластинка "выключает" либо чётные, либо нечётные зоны Френеля. В результате это уменьшает интенсивность волны.

$$A_{\text{нн}} = \sum_{k=0}^N |A_{2k+1}| = \frac{N}{2} \frac{|A_1| + |A_N|}{2} \quad N \gg 1 \Rightarrow A_{\text{нн}} \approx \frac{N}{2} \frac{|A_1|}{2} = \frac{N}{2} A_0 \Rightarrow I_{\text{нн}} = \frac{N^2}{4} I_0$$

Интенсивность волны в  $\frac{N^2}{4}$  раз

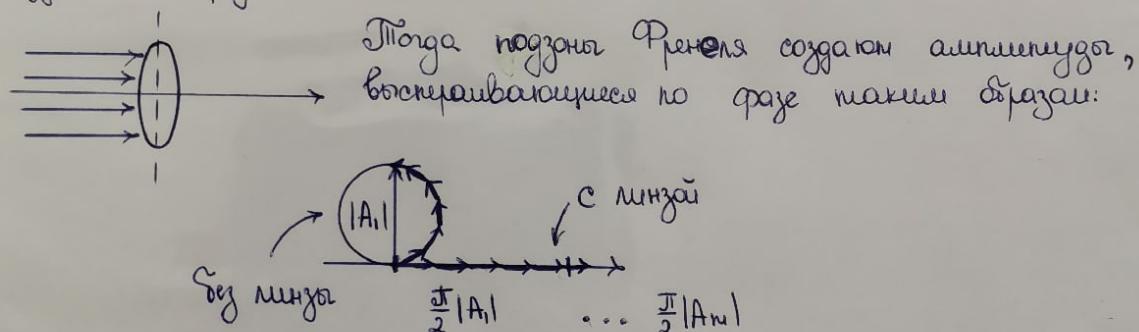
Для чётной пластинки то же самое.

Фазовая пластинка меняет фазу волн на  $\pi$  для всех либо чётных, либо нечётных зон.

$$A_{\text{ф}} = N|A_0| \Rightarrow I_{\text{ф}} = N^2 I_0. \text{ Интенсивность волны в } N^2 \text{ раз.}$$

Оптимальная зонная пластинка.

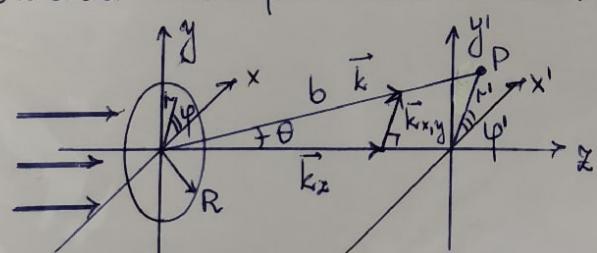
Линза имеет профиль выпуклый  $\Rightarrow$  поглощает энергию при движении от центра к краю меняется  $\Rightarrow$  меняется и фаза для лучей, которые проходят через линзу в её разных точках.



Дифракция на круглом отверстии.

Плоская монохроматическая волна:  $A_{\Sigma 0} = A_0 e^{-ikb} = A_0$

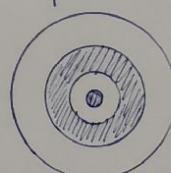
На экране:



В полярных координатах:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi & y &= r \sin \varphi \\ x' &= r' \cos \varphi' & y' &= r' \sin \varphi' \end{aligned}$$

$$\vec{k}_r = (\vec{k}_x + \vec{k}_{xy}) \hat{r} = k_{xy} r \cos(\varphi - \varphi')$$



$$A(P) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikb}}{b} \iint_{\Sigma} A_{\Sigma 0} e^{ikr} d\Omega = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikb}}{b} A_0 \int_0^{2\pi} \int_0^R e^{ikxy} r \cos(\varphi - \varphi') r dr d\varphi = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikb}}{b} A_0 \frac{2\pi R}{k_{xy}} J_1(k_{xy} R)$$

$J_1(x)$  -  $\varphi$ -я Бесселя 1-го порядка

$$A(\xi) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikb}}{b} A_0 \pi R^2 \frac{2J_1(\xi)}{\xi} \quad \xi = k_{xy} R = k R \sin \theta = \frac{2\pi R}{\lambda} \sin \theta$$

$$I(\xi) = \frac{1}{2} |A(\xi)|^2 = I_0 \left( \frac{\pi R^2}{\lambda b} \right)^2 \left( \frac{2J_1(\xi)}{\xi} \right)^2$$

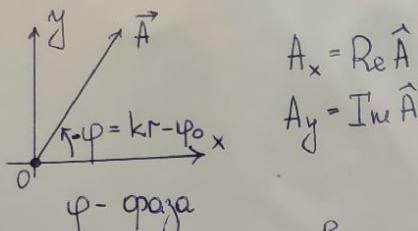
Билет 16.

Метод векторных диаграмм. Спираль Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии и круглом экране. Пояснение Пуассона.

Метод векторных диаграмм.

$$\vec{A}(P) \leftrightarrow \hat{A}(P) : |\vec{A}(P)| = |\hat{A}(P)|$$

однозначное  
соответствие



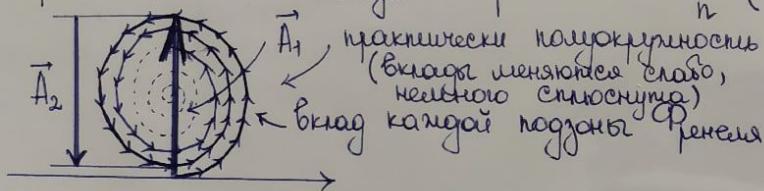
$A(P) = \sum_n A_n$  - результатирующая амплитуда - сумма всех амплитуд.

$A(P) \in \mathbb{C} \Rightarrow$  можно перейти к векторам для упрощение операций над  $A_n$  и  $A(P)$ .

$$\sum_j A_j \alpha_j \leftrightarrow \sum_j \alpha_j \vec{A}_j \quad A = A_0 \frac{e^{-ikr}}{r} = A_0 \frac{e^{-i(kr - \varphi_0)}}{r}$$

Спираль Френеля

Зоны Френеля делятся на элементарные подзоны Френеля - области свидящиеся поверхности, прилегающие заданной поверхности, расстояние до экрана которых они точки наблюдения равняется  $\frac{\lambda/2}{n}$  ( $n \gg 1$ )



Три сложения всех  $\vec{A}$  от каждой подзоны получается спираль Френеля.

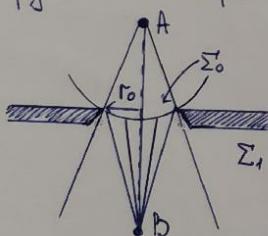
$\vec{A}_1$  - амплитуда, созданная первой зоной Френеля  
 $\vec{A}_2$  - амплитуда, созданная второй зоной Френеля }  $|\vec{A}_2| < |\vec{A}_1|$

Внутри зоны  $\Delta = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi$ .

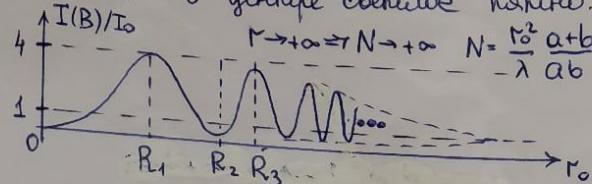
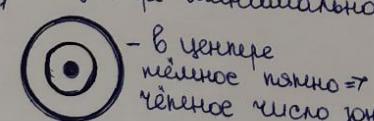
Если экрана нет получится вектор  $A_0 = \frac{1}{2} A_1$  (или  $N \rightarrow +\infty$ )

Дифракция Френеля на круглом отверстии и круглом экране.

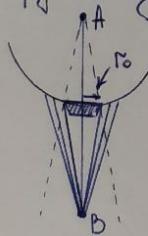
1) Круглое отверстие.



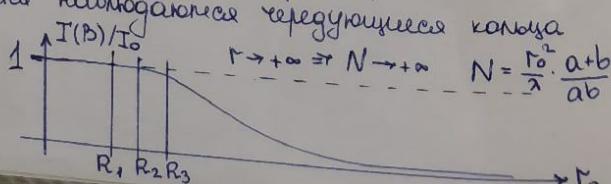
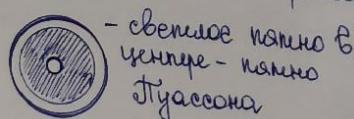
В зависимости от расстояния от отверстия до точки  $B$  и радиуса отверстия может быть открыто большое-меньшее число зон. Если открыто чётное число зон - интенсивность в центре минимальна, нечётное - в центре свидящее пятно.



2) Круглый диск.



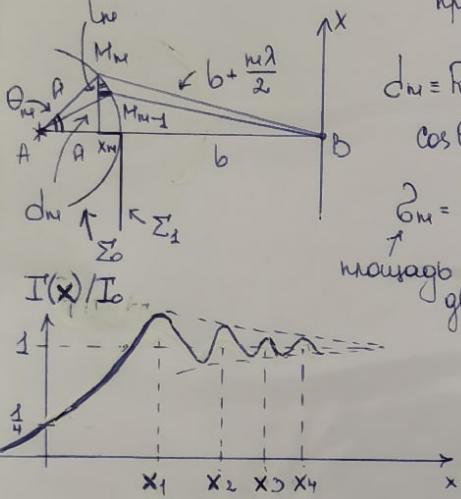
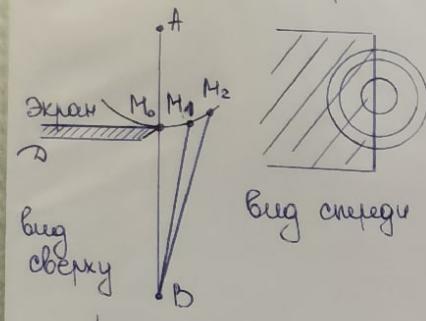
Освещённость в точке  $B$  будет такой же, как и в отсутствии экрана. Так как все открытое зоны подобно дифракции на круглом отверстии будут создавать некоторую интенсивность в центре экрана. Вне границ геометрической линии наблюдаются чередующиеся конуса



### Билет 17.

Дифракция света. Дифракция Френеля на крае полусферического экрана и спираль Корнио. Зона Муснера, спираль Корнио.

Дифракция на крае полусферического экрана.



Расчёт наблюдаемой картины с помощью метода зон Френеля неудобен, так как края не выделены чёткими зонами, а пересекают их. Поэтому учём действие частично открытых или закрытых зон затруднительно.

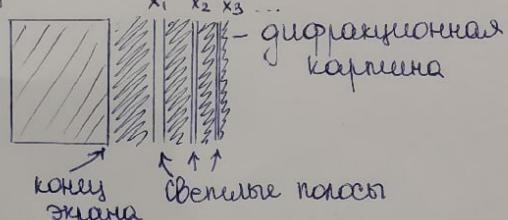
Решение задачи можно значительно упростить, если разбить поверхность волны на сферические гиперболоиды — луники. Луники представляют собой зоны, расположенные на сфере, при этом  $B M_m - B M_{m-1} = \frac{\lambda}{2}$  для  $m=1, 2, \dots$

$$d_m = R_m \sqrt{\frac{\pi \lambda ab}{a+b}}$$

$$\cos \theta_m = \frac{a - x_m}{a} \approx \frac{d_m - d_{m-1}}{l_m} \approx 1$$

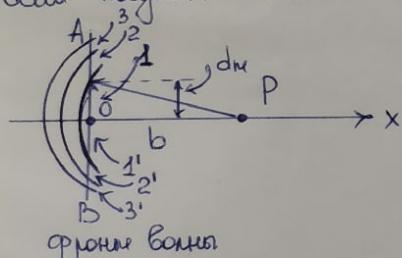
$$l_m = \frac{4\pi a^2}{2\pi} (\theta_m - \theta_{m-1}) = 2a^2 \frac{b_m}{a} = 2a b_m \approx 2a(d_m - d_{m-1}) = \frac{1}{\sqrt{m + \sqrt{m+1}}}$$

ширина сферического гиперболоида  $\theta_1 : \theta_2 : \theta_3 : \theta_4 : \dots = 1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : \dots$



### Зона Муснера

Если падает плоская волна ( $a \rightarrow +\infty$ ), используют зону Муснера.



Построим цилиндрические коаксиальные поверхности, радиусы которых равны  $r_m = b + \frac{m\lambda}{2}$ ,  $m=1, 2, \dots$ . Эти цилиндры проходят через точку P, перпендикулярно плоскости рисунка.

Зона волновых пакетов О имеют номера  $1, 2, 3, \dots$ , т.е.  $-1', 2', 3'$ .

Ширина и ширина  $m$  и  $m'$  для одинаковая, в

предел ширине спиралей  $\propto \frac{\lambda}{2}$

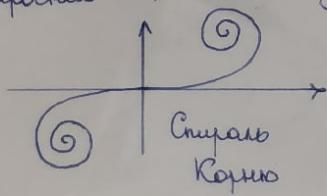
$$d_m^2 = \left(b + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - b^2 = mb\lambda + \frac{m^2\lambda^2}{4} \approx b m \lambda, \quad d_1 + d_2 + \dots + d_N = \sqrt{(b + \frac{N\lambda}{2})^2 - b^2} \approx \sqrt{b N \lambda} = \sqrt{N} d_1$$

$$h_1 = \sqrt{b\lambda}, \quad h_2 = (\sqrt{2}-1)h_1, \quad h_3 = (\sqrt{3}-\sqrt{2})h_1, \dots \text{ — ширины зон Муснера}$$

Ограничение ширины зон Муснера пропорционально отношению ширин:

$$h_1 : h_2 : h_3 : h_4 : \dots = S_1 : S_2 : S_3 : S_4 : \dots = 1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : \dots$$

При разложении зон Муснера на подзоны (подобно подзонам Френеля) и построение их амплитуд в векторном виде получаем спираль Корнио. Амплитуды их пропорционально ширине зон.



Спираль Корнио в параметрическом виде задаётся с помощью интервалов Френеля:

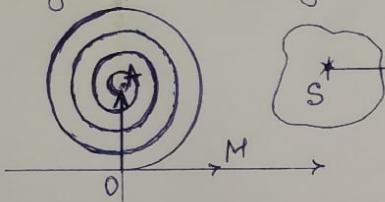
$$C(\omega) = \int_0^\omega \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt, \quad S(\omega) = \int_0^\omega \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt, \quad \text{где } \omega \text{ — параметр спирали.}$$

Билет 18.

Дифракция света. Моделирование положений принципа Гюйгенса-Френеля. Доклад о теории дифракции Кирхгофа. Уравнение Гельмгольца и интегральная теория Гельмгольца-Кирхгофа. Дифракционный интервал Френеля-Кирхгофа.

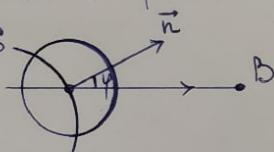
Моделирование положений:

1) Во всех рассуждениях, касающихся принципа Гюйгенса - Френеля, ставится определено амплитуду результирующей волны, не засматривая вопроса о её фазе. Так как амплитуда пропорциональна квадрату амплитуды. Если же краевая интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды. Если же краевая интенсивность результирующей волны, то оказывается, что она отличается на  $\frac{\pi}{2}$  от наблюдаемой. Это видно на схеме Френеля:



Фаза, соизмерима с фазой света, который распространяется вдоль SR соизмерима с вектором  $\vec{OM}$  на длине. Однако фаза, полученная методом зон Френеля, соизмерима с  $\vec{OA} \Rightarrow$  отличается она реальной на  $\frac{\pi}{2}$ .

2) Три положения результирующих элементарных волн приходятся предполагая, что амплитуда, обусловливаемая источником источника, зависит от угла наклона  $\varphi$  между нормалью к соизмеримому участку спомогательной поверхности и направлением на точку В, где которой ведется измерение. S



3) Из принципа Гюйгенса следует наличие двух волн: одной, исходящей вперед от источника, другой, послуженной так же, как отбивающей элементарных волн, но направленной обратно к источнику. Из первой точки поверхности S возмущение распространяется вперед, и настает. Но перед поверхностью S возмущение еще нет, и действие сводится к образованию второго, консервативного и наблюдаемого. Следует S возмущение уже привело, и действие от S сводится к тому, чтобы это приведенное возмущение компенсировалось. В результате обеих действий - прямого и обратного - возмущение проходит через S и распространяется дальше.

Дифракция Кирхгофа.

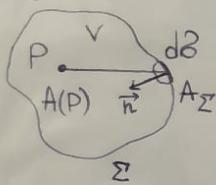
Теория основана на представлении волнового уравнения с заданными условиями на границе в уравнение Гельмгольца для комплексной амплитуды (не зависящей от времени). Кроме этого, используется интегральная теория Кирхгофа-Гельмгольца, позволяющая найти поле в некоторой точке P. В теории Френеля в качестве спиральных источников берутся точки замкнутой поверхности, окружающей источник. В теории Кирхгофа наоборот: поверхность спиральных источников окружает точку наблюдения.

Уравнение Гельмгольца.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \gamma^2 \Delta \vec{E} \quad \hat{E} = \hat{E}(t, \vec{r}) & \Rightarrow -\omega^2 i \omega \hat{A}(\vec{r}) = \gamma^2 i \omega \Delta \hat{A}(\vec{r}) \\ \hat{E}(t, \vec{r}) = \hat{A}(\vec{r}) e^{i \omega t} & \Rightarrow -k^2 \hat{A}(\vec{r}) = \Delta \hat{A}(\vec{r}) \\ (k^2 + \gamma^2) \hat{A}(\vec{r}) = 0 & \text{ уравнение Гельмгольца.} \end{aligned}$$

Интегральная теорема Гельмгольца-Кирхгофа.

Пусть задана некоторая произвольная поверхность  $\Sigma$  и произвольная точка  $P$  внутри нее.



$\vec{n}$  - единичный нормаль к единичной площадке  $dS$  поверхности  $\Sigma$ .

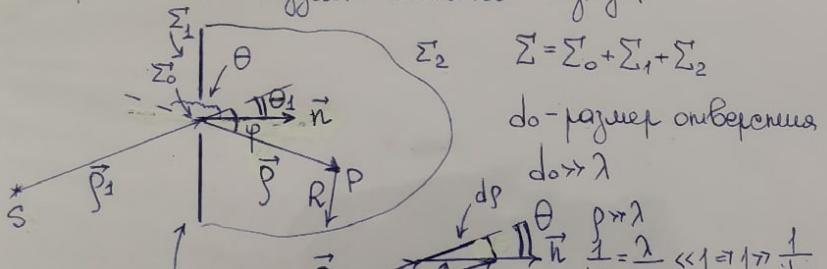
Если решить уравнение

Гельмгольца вместе с граничными частными производными до второго порядка включительно на заданной поверхности  $\Sigma$  и внутри области  $V$ , ограниченного этой поверхностью, то имеет место интегральная теорема Гельмгольца-Кирхгофа:

$$A(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \left( A_{\Sigma} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-ikp}}{p} \right) \Big|_{\Sigma} - \frac{e^{-ikp}}{p} \frac{\partial A_{\Sigma}}{\partial n} \Big|_{\Sigma} \right) dS$$

Дифракционный интеграл Френеля-Кирхгофа:

Пусть монохроматическая волна, исходящая от монохроматического источника  $S$  сквозь отверстие  $\Sigma_0$  создаёт световое возмущение в точке  $P$ .



Границные условия Кирхгофа:

- 1)  $\Sigma_0: A_{\Sigma_0} = A_0 \frac{e^{-ikp_1}}{p_1}, \frac{\partial A}{\partial n} \Big|_{\Sigma_0} = \frac{\partial A}{\partial n} \Big|_{\Sigma_0}$
- 2)  $\Sigma_1: A_{\Sigma_1} = 0, \frac{\partial A}{\partial n} \Big|_{\Sigma_1} = 0$
- 3)  $\Sigma_2: A_{\Sigma_2} \rightarrow 0, \frac{\partial A}{\partial n} \Big|_{\Sigma_2} \rightarrow 0 \text{ при } R \rightarrow +\infty$

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-ikp}}{p} \right) = -ik \frac{e^{-ikp} - e^{-ikp}}{p^2} \quad \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{-ik e^{-ikp}}{p} \left( 1 + \frac{1}{ikp} \right) \frac{\partial p}{\partial n} = -ik \frac{e^{-ikp}}{p} \cos \theta$$

$$\frac{\partial A}{\partial n} \Big|_{\Sigma_0} = \frac{\partial}{\partial n} \left( A_0 \frac{e^{-ikp_1}}{p_1} \right) = -ik \frac{e^{-ikp_1}}{p_1} \cos \theta_1 \cdot A_0$$

$$A(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma_0} \left( A_0 \frac{e^{-ikp_1}}{p_1} \left( -ik \frac{e^{-ikp}}{p} \cos \theta \right) + ik \frac{e^{-ikp_1}}{p_1} \frac{e^{ikp}}{p} \cdot A_0 \cos \theta_1 \right) dS =$$

$$= \iint_{\Sigma_0} A_0 \underbrace{\frac{e^{-ikp_1}}{p_1}}_{A_{\Sigma_0}} \cdot \frac{e^{-ikp}}{p} \frac{i}{2\lambda} (\cos \theta_1 - \cos \theta) dS = \iint_{\Sigma_0} A_{\Sigma_0} \frac{e^{-ikp}}{p} k(\theta_1, \theta) dS$$

интеграл  
Френеля-Кирхгофа

Если  $\Sigma$ -однократный волновой  $\Rightarrow \theta_1 = 0 \Rightarrow \varphi = \pi - \theta \Rightarrow \theta = \pi - \varphi$   
 $k(\theta_1, \theta) = k(\varphi) = \frac{i}{\lambda} \frac{1 + \cos \varphi}{\lambda}$  - когерентность наклона  $[k] = [\omega^{-1}]$

$\theta_1 \approx 0 \Rightarrow \theta \approx \pi \Rightarrow$  параксимальные лучи

$$k(\theta_1, \theta) = \frac{i}{\lambda} \Rightarrow A(P) = \frac{i}{\lambda} \iint_{\Sigma_0} A_{\Sigma} \frac{e^{-ikp}}{p} dS$$

Билет 19.

Дифракция света. Ближняя и дальние зоны дифракции. Применение Френеля и Фраунгофера. Дифракционная длина пучка. Дифракционная расходящность пучка в дальней зоне.

Ближняя зона.

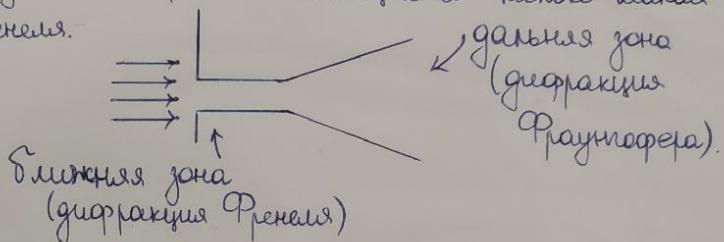
Интенсивность света на оси пучка практически постоянна и равна интенсивности исходной световой волны.

Пучок сохраняет пространственную структуру, заданную отверстием (белёйся квадратной волной). В пределах отверстия помещается конечное количество зон Френеля.

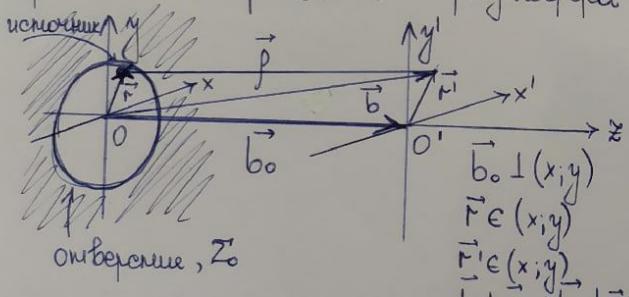
Дальняя зона.

Интенсивность света на оси пучка много меньше интенсивности исходной волны, и с увеличением расстояния интенсивность падает пропорционально квадрату расстояния.

Световой пучок расширяется. В пределах отверстия помещается только малая центральная часть первой зоны Френеля.



Применение Френеля и Фраунгофера



Могла применяться  $\Phi$ -К принципиал, но:

$$A(P) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikb_0}}{b_0} \iint_{\Sigma} A_{\Sigma} e^{-ik(\vec{r}-\vec{r}_0)} d\Omega$$

В декартовой системе координат, в масштабе свидящейся поверхности:

$$A(P) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikb_0}}{b_0} \iint_{-\infty}^{\Sigma} A_{\Sigma}(x, y) \exp\left(-\frac{ik(x-x')^2 + ik(y-y')^2}{2b_0}\right) dx dy$$

$$I(P) = \frac{1}{2} |A(P)|^2$$

2. Применение Фраунгофера.

$$\begin{cases} b > b_0 \gg bg = \frac{r_0^2}{\lambda} > \frac{r^2}{\lambda} \gg r \\ b \gg |\vec{F} - \vec{F}'| \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{p} = -\vec{b} + \vec{F} \\ p^2 = \vec{b}^2 - 2\vec{b}\vec{F} + \vec{F}^2 \end{cases} \Rightarrow p = b - \frac{(\vec{b}, \vec{F})}{b} + \frac{r^2}{2b}$$

$$e^{-ikp} = \exp\left(-ikb + ik\left(\frac{(\vec{b}, \vec{F})}{b} - ik \frac{r^2}{2b}\right)\right)$$

$$A(P) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikb}}{b} \iint_{\Sigma} A_{\Sigma} e^{\frac{ik(\vec{b}, \vec{F})}{b}} d\Omega$$

$$k \frac{r^2}{2b} = \frac{\pi r^2}{\lambda b} \rightarrow +0$$

Приоритет

$$h(u; x) = \left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right.$$

↓  
Минимум.

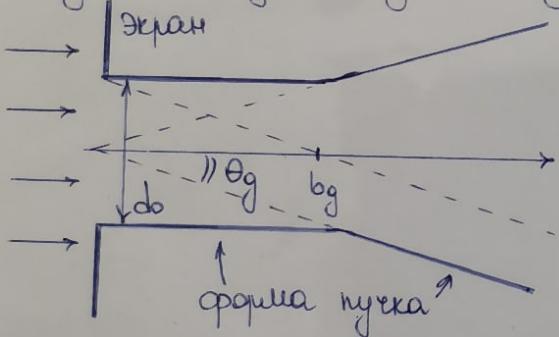
$$(\vec{b}; \vec{r}) = (\vec{b}_0 + \vec{r}'; \vec{r}') = (\vec{r}; \vec{r}')$$

$$A(P) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikb}}{b} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_{\Sigma_0}(x, y) e^{-ik\left(\frac{xx'}{b} + \frac{yy'}{b}\right)} dx dy - в декартовой системе координат.$$

Дифракционная длина пучка.

$b_g = \frac{r_0^2}{\lambda}$  - дифракционная длина пучка, где  $r_0$  - радиус пучка

Расходимость пучка в дальней зоне.



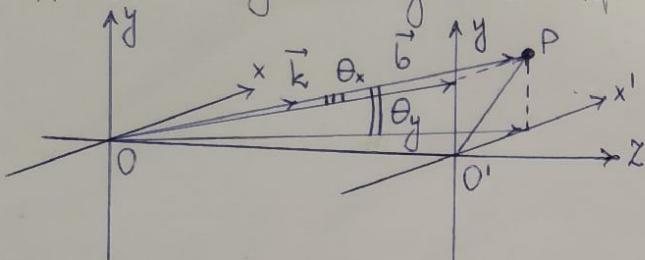
$\Theta_g$  - угол дифракционной расходимости

$$\Delta l = d_0 \sin \Theta_g = d_0 \Theta_g = \lambda \quad \Theta_g = \frac{\lambda}{d_0}$$

Билет 20.

Дифракция света. Дифракция в дальней зоне как пространственное преобразование Фурье. Комплексная спектральная амплитуда. Разложение пучка по теским волнам. Узкий спеклер излучения и его ширина.

Дифракция в дальней зоне как пространственное преобразование Фурье.



$$\vec{b} \uparrow \vec{k}$$

$$k_{x,y} = k \sin \theta_{x,y}$$

$$\begin{cases} f(t) = \frac{1}{2\pi} \int f(i\omega) e^{i\omega t} d\omega & \text{частотно-} \\ f(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt & \text{временное} \\ & \text{преобразование} \\ & \text{Фурье} \end{cases}$$

$t \rightarrow x, y$   
 $\omega \rightarrow k_x, k_y$  - пространственные частоты

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(x, y) e^{i(k_x x + k_y y)} dx dy = A_\Sigma(i k_x, i k_y); A_\Sigma(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(i k_x, i k_y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

$A_\Sigma(i k_x, i k_y)$  - пространственная спектральная амплитуда

Ограниченнный в пространстве пучок можно представить в виде суперпозиции теских волн, распространяющихся в различных направлениях, задаваемых вектором  $k$ .

Узкий спеклер излучения и его ширина.

$$I(P) = \frac{1}{2} |A(P)|^2 = \frac{1}{2\lambda^2 b^2} |A_\Sigma(i k_x, i k_y)|^2$$

пространственная спектральная ячейка  
 (узкий спеклер излучения)

Основная закономерность дифракции Фраунгофера - формирование в дальней зоне узкой спектральной ячейки спектральной ячейки, повторяющей форму узкого спеклера пучка.

$$\Delta\omega \Delta t \approx 2\pi \quad \left. \begin{array}{l} t \rightarrow x, y \\ \omega \rightarrow k_x, k_y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta t \rightarrow l_x, l_y \\ \Delta\omega \rightarrow \Delta k_x, \Delta k_y \end{array} \right\} \Rightarrow 2\pi = l_{x,y} \Delta k_{x,y}$$

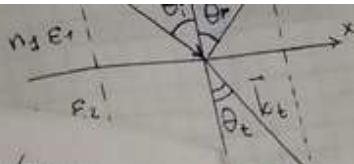
$$\Delta k_{x,y} = \Delta(k \sin \theta_{x,y}) = k \cos \theta_{x,y} \Delta \theta_{x,y}$$

$$k \cos \theta_{x,y} \Delta \theta_{x,y} l_{x,y} \approx 2\pi$$

$$\Delta \theta_{x,y} = \frac{\lambda}{\underbrace{\cos \theta_{x,y}}_1 l_{x,y}} = \frac{\lambda}{l_{x,y}} - \text{ширина спеклера}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{v_L} = \frac{v_1 - v_2}{v_L} t = \frac{v_1 - v_2}{v_L v_{L'}} t$$

$$\therefore \Delta z \approx k_0'' \omega z' = \frac{2\pi k_0''}{\tau} z'$$



Билет 21.

Дифракция на одномерных периодических структурах. Решение (комплексной коэффициенты) пропускания Амплирудные и фазовые решения. Интерференционные функции. Колебание и уход в широких пакетах максимумов.

Дифракционные решения - оптический элемент, который обладает периодической пространственной структурой оптических свойств.

$$A_{xz} \quad A_x \\ \left. \begin{array}{c} A_x \\ A_{xz} \end{array} \right\} A_z \quad t(x,y) = \frac{A_z(x,y)}{A_{xz}(x,y)} - \text{ф-е пропускания}$$

Свойство дифракционной решётки:

$$t(x+n_x dx, y+n_y dy) = t(x, y) \quad (\text{периодичность})$$

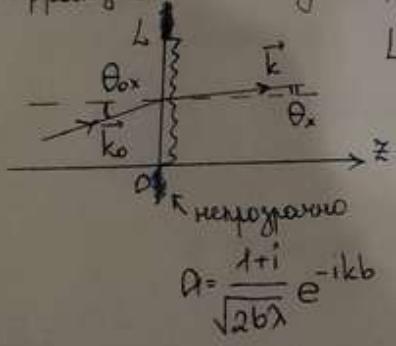
$$t(x, y) = |t(x, y)| e^{-i\Phi(x, y)}$$

d-период решения, dN=L-длина решётки

Дифракционные решения:

- 1) Пропускающее;
- 2) Отражательное;
- 3) Амплирудные  $|t(x, y)| \neq 1, \Phi(x, y) = 0$ ;
- 4) Радиальное  $|t(x, y)| = 1, \Phi(x, y) \neq 0$ ;
- 5) Амплирудно-радиальное  $|t(x, y)| \neq 1, \Phi(x, y) \neq 0$ .

Дифракция на одномерных периодических структурах.



$$L = dN$$

$$A(P) = \frac{1+i}{\sqrt{2b\lambda}} e^{-ikb} \int_{-\infty}^{\infty} A_z(x) e^{ikx} dx = A(k_x)$$

$$A(k_x) = \frac{1+i}{\sqrt{2b\lambda}} e^{-ikb} \int_0^L A_{xz} e^{-ik_{ox}x} t(x) e^{ikx} dx =$$

↑ дифракция  
рассматривается в дальней зоне

$$= A \sum_{j=1}^N \int_{(j-1)d}^{jd} t(x) A_{xz} e^{-ik_{ox}x} e^{ikx} dx =$$

комплексная  
амплирудно-фа-  
зовая  
решётка

$$q = x - (j-1)d, dq = dx$$

$$= A \sum_{j=1}^N \int A_{xz}(q) e^{i(k_x - k_{ox})q} e^{i(k_x - k_{ox})(j-1)d} dq = \frac{1+i}{\sqrt{2b\lambda}} e^{-ikb} \int_0^L A_{xz} e^{-ik_{ox}q} t(q) e^{ik_x q} dq.$$

$$\cdot \sum_{j=1}^N e^{i(k_x - k_{ox})(j-1)d} = A_1(k_x, k_{ox}) h(N, k_x, k_{ox})$$

↑  
фактор  
много волновой интерференции

$$\xi_x^d \equiv \frac{k_x - k_{ox}}{2} d$$

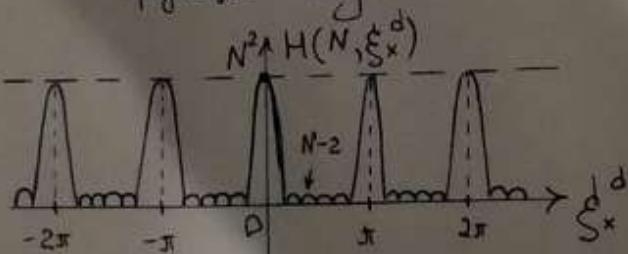
$$h(N, k_x, k_{ox}) = \sum_{j=1}^N e^{i(k_x - k_{ox})(j-1)d} = \frac{1 - e^{iN(k_x - k_{ox})d}}{1 - e^{i(k_x - k_{ox})d}} =$$

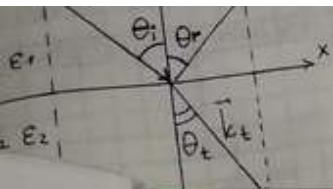
$$= \frac{1 - e^{i2N\xi_x^d}}{1 - e^{i2\xi_x^d}} = \frac{e^{iN\xi_x^d}}{e^{i\xi_x^d}} \cdot \frac{\sin(N\xi_x^d)}{\sin(\xi_x^d)}$$

$$I(P) = \frac{1}{2} |A(P)|^2 = I_1(k_x, k_{ox}) H(N, \xi_x^d)$$

$H(N, \xi_x^d)$  - интерференционная функция

$$H(N, \xi_x^d) = \frac{\sin^2(N\xi_x^d)}{\sin^2(\xi_x^d)}$$





$$\sin \theta_s - \sin \theta_{ox} = \frac{N \lambda}{d}$$

$$S(\sin \theta_s - \sin \theta_{ox}) = \frac{\lambda}{d N}$$

$$\cos \theta_s \delta \theta_s = \frac{\lambda}{d N} = \frac{\lambda}{L} \Rightarrow S \theta_s = \frac{\lambda}{d N \cos \theta_s} = \frac{\lambda}{d N \cos \theta_{ox}} = \frac{\lambda}{d N} = \frac{\lambda}{L}$$

$L_\perp$  - поперечное сечение волны (где выше волна, там выше интенсивность)

Аппроксимация решётки

Функция пропускания:  $t(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, L] \\ 0, & x \in (L, d) \end{cases}$

Дифракция на одной решётке:

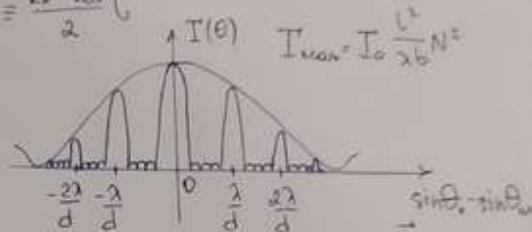
$$A_1(k_x) = \frac{1+i}{\sqrt{2\pi b}} e^{-ikb} A_0 \int_0^d t(x) e^{i(k_x - k_{ox})x} dx = \frac{1+i}{\sqrt{2\pi b}} e^{-ikb} A_0 e^{-\frac{|k_x - k_{ox}|b}{2}} \text{sinc}\left(\frac{|k_x - k_{ox}|b}{2}\right)$$

$$I_1(k_x) = I_0 \frac{L^2}{\lambda b} \text{sinc}^2\left(\frac{k_x - k_{ox} b}{2}\right) \cdot I_0 \frac{L^2}{\lambda b} \text{sinc}^2\left(\frac{b}{2}\right) \quad \xi_x = \frac{k_x - k_{ox} b}{2}$$

Дифракция на всей решётке

$$I(k_x) = I_1(L) H(N, \xi_x) = I_0 \frac{L^2}{\lambda b} \text{sinc}^2 \xi_x \frac{\sin^2(N \xi_x)}{\sin(\xi_x)}$$

$$\sin \theta_s - \sin \theta_{ox} = k \frac{\lambda}{b} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

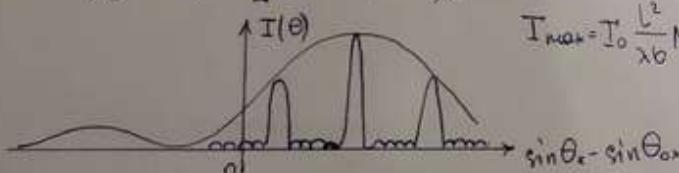


Разбрыв решётка.

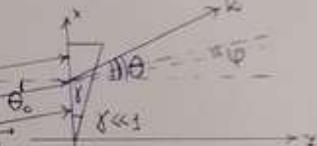
$$t(x) = e^{-i\varphi(x)} \quad \varphi(x) = k(n-1)\gamma x / \cos \theta_{ox} - k_0 p x \quad p = (n-1)\gamma / \cos \theta_{ox}$$

$$I_1(\theta) = I_0 \frac{L^2}{\lambda b} \text{sinc}^2\left(\frac{k_x - k_{ox} - k_0 p}{2}\right) = I_0 \frac{L^2}{\lambda b} \text{sinc}^2\left(k \frac{\sin \theta_s - \sin \theta_{ox} - \psi}{2}\right)$$

$$I_{\max} = I_0 \frac{L^2}{\lambda b} N^2 \quad \text{на одной решётке}$$



Положение n узловая решётка волны максимум.

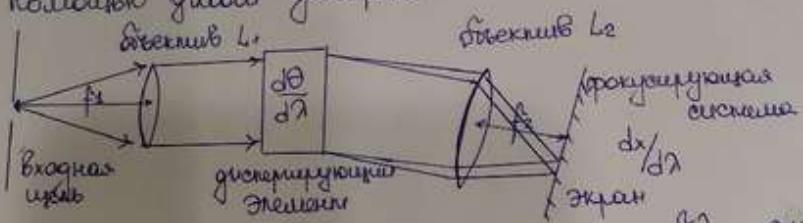


$$\Delta t = \frac{\Delta z}{v_2} = \frac{v_1 - v_2}{v_1 v_2} t = \frac{v_1 - v_2}{v_1 v_2} z_1 = \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) z_1 = \frac{2\pi k_0}{\tau} z_1$$



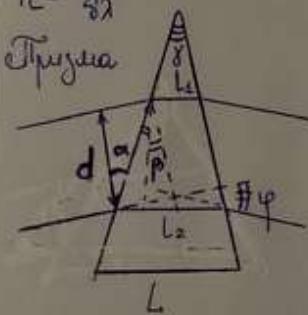
**Билет 22.**  
Спектральный прибор с пространственным разложением спектра.  
Характеристики спектрального прибора - предел разрешения и разрешающая способность. Дифракционная решётка. Прямоугольный спектральный прибор для пространственного разложения светового поля на монохроматические компоненты (в частотный спектр) с помощью узкой дисперсии.

Спектральный прибор - оптический прибор для пространственного разложения светового поля на монохроматические компоненты (в частотный спектр) с помощью узкой дисперсии.



Предел разрешения - минимальная разность  $\delta\lambda$  двух волн света спектральных линий, которые разрешает спектральный прибор.  
Разрешающая способность - отношение характерной длины волны  $\lambda$  исследуемого излучения к пределу разрешения  $\delta\lambda$ .

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$



$$\text{Закон Снеллиуса: } \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

$$2\beta - \theta$$

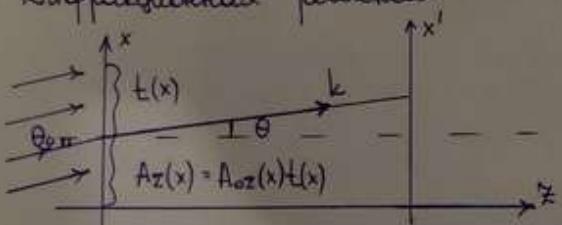
$$\text{Число дисперсии: } D_\theta = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\Delta l}{d} \frac{dn}{d\lambda} \quad \Delta l = l_2 - l_1$$

$$\text{Предел разрешения: } \delta\lambda = \frac{\theta}{D_\theta} = \frac{\lambda/d}{|\Delta l| \frac{dn}{d\lambda}} = \frac{\lambda}{|\Delta l| \frac{dn}{d\lambda}}$$

Разрешающая способность:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \Delta l \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| ; R_{\max} = L \left| \frac{dn}{d\lambda} \right|$$

Дифракционная решётка



$$\text{Порядок дифракции: } m = \frac{\Delta\theta}{\lambda} = \frac{d(\sin\theta - \sin\theta_0)}{\lambda}$$

Область свободной дисперсии - максимальная ширина  $\Delta\lambda$ , при которой спектра не перекрываются

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$$

$$\text{Предел разрешения: } m(\lambda + \delta\lambda) = (m + \frac{1}{N})\lambda \Rightarrow \delta\lambda = \frac{\lambda}{Nm}$$

$$\text{Разрешающая способность: } R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nm \quad R_{\max} = Nm_{\max} = N \frac{d}{\lambda} \frac{b}{\Delta\lambda}$$

$$\text{Число дисперсии: } D_\theta = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}$$

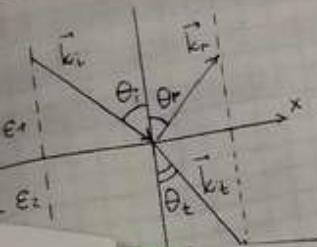
Билет 23  
Основы  
Теория  
методов  
квантов  
Основы  
Первый  
Фурье-  
Второй  
Фурье-

Az

Спектр  
спектра

Dn

H  
с  
Г



Билл 23.

Основы дифракционной теории формирования изображения Аббе.  
Пространственное сгущение изображения. Длинн Аббе-Пютера. Спиральные  
методы наблюдения фазовых объектов. Метод мелкого поля. Метод фазового  
компресии.

Основы дифракционной теории формирования изображения.

Первый этап: линза в своей фокальной плоскости осуществляет пространственное  
Фурье-анализ светового поля светодиодного объекта.

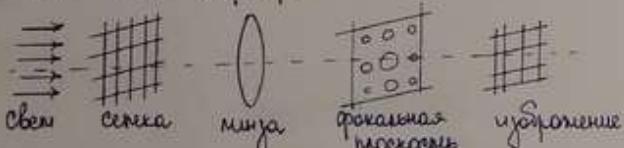
Второй этап: в процессе свободной дифракции осуществляется пространственный

Фурье-спектр изображения (расходящихся волн).



Пространственное сгущение  
изображение - изменение  
изображение объекта  
посредством моделирования  
пространственных спектральных  
характеристик светового поля объекта

Длинн Аббе-Пютера.



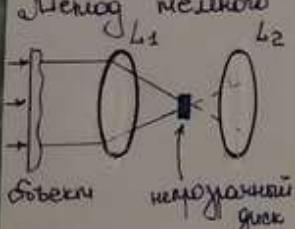
Секция узкой полоски светящегося  
света, проходящий через неё, падает на  
линзу, которая спроектирует изображение секции  
на экране.

Фурье-спектр секции имеет вид сплошного  
пятна. При этом разное сплюснутое  
 пятно определяет яркость секции,  
а расстояние между пятнами - период  
секции.

Вертикальные сплошные линии - это светящееся  
системе пробы, например, гидропланка.  
Горизонтальные сплошные - вертикальная проба.

Спиральные методы наблюдения фазовых объектов.

Метод мелкого поля.



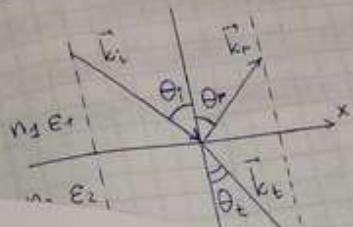
Используется в микроскопии для наблюдения спиральных полей  
изменяющихся фазовых объектов. В фокусе  $L_2$  расположена небольшая неподвижная  
диск. линза  $L_2$  создает изображение на экране. В результате диска  
на экране получается пятно однородное зернистое. При наличии диска  
изменчивость яркости ярко меняющаяся. При этом структура  
исследуемого объекта становится чётко видна.

Метод фазовой конфокации.

Используется в микроскопии для получения изображений прозрачных и бесструктурных объектов.  
Недостаток метода изменения положения объекта приводит к тому, что изменение яркости  
изменяется в гармонике объекта гармонии усиления фазы, т.е. приводит фазовой  
яркости. Этот метод предполагает в изменение яркости света - амплитудной линзы - с  
помощью спиральной фазовой маски  $\pi/4$ , которая расположена на линзе диска  
в методе мелкого поля.

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{v_2} = \frac{v_1 - v_2}{v_1} t = \frac{v_1 - v_2}{v_1 v_2} z_1 = \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) z_1 =$$

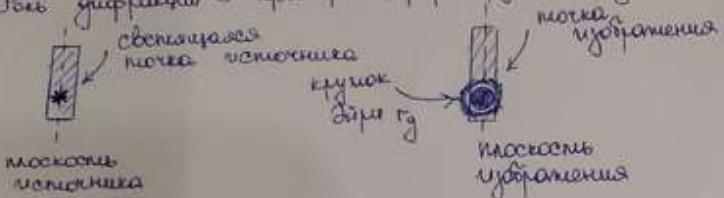
$$z_1 \approx k_0^2 \omega z_1 = \frac{2\pi f_0}{c} z_1$$



Билет 24.

Роль дифракции в приборах, формирующих изображение. Пример разрешение и размытие способностью оптического прибора: микроскоп и телескоп.

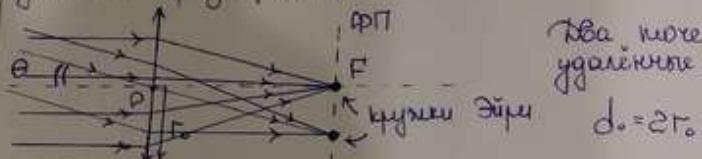
Роль дифракции в приборах, формирующих изображение.



Совокупность всех точек источника - изображение, совокупность наложений друг на друга размытых дифракционных картин.

Изображение светодиодного источника в виде дифракционной картины, состоящей из концентрических колец, окружающих центральный светящий кружок - кружок Эйра.

Телескоп - оптический прибор для наблюдения далёких объектов с помощью размытия.



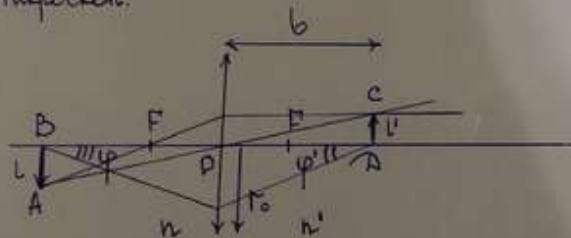
Две непримитивные некогерентные источники, удаленные от линзы на бесконечность.  
 $d_0 = 2r_0$

$$R < \frac{d_0}{2r_0} \quad \theta_g = 1,22 \frac{\lambda}{d_0} = 0,61 \frac{\lambda}{r_0} \quad r_g = \theta_g R$$

$$\text{Для выполнения критерия Рэлея: } \theta_g > \theta_g = 0,61 \frac{\lambda}{r_0} = \delta\theta \Rightarrow R_\theta = \frac{1}{\delta\theta} = \frac{r_0}{0,61\lambda}$$

$$\delta\theta \approx 0,03^\circ \quad R_\theta \approx 7 \cdot 10^6 \text{ магнит. единица}$$

Микроскоп.



Уравнение синусов Аббе:

$$n \sin \varphi = n' \sin \varphi'$$

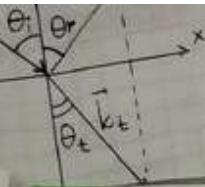
$$\text{Для критерия Рэлея: } l > r_g = \theta_g b$$

$$r_g = \theta_g b = 0,61 \frac{\lambda_0 b}{n' r_0} = \frac{0,61 \lambda_0}{n' \sin \varphi'} \Rightarrow n \sin \varphi = n' l \sin \varphi' > 0,61 \lambda_0 \Rightarrow$$

$$l > \frac{0,61 \lambda_0}{n' \sin \varphi} = \delta L \quad \delta L \approx 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$R = \frac{1}{\delta L} = \frac{n \sin \varphi}{0,61 \lambda_0}$$

$$R \approx 2,5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$$



Билет 25.

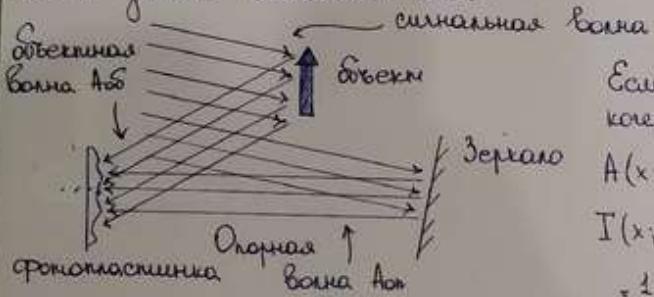
Занять в восстановление светового поля Голография. Схема голографической записи и восстановления светового поля.

Голография - метод записи и восстановления информации о световом поле, который основан на интерференции волн.

Основная идея - фиксируется не само объектное световое поле  $A_{ob}$ , исходящее от светящегося объекта, а картина интерференции этого поля с константной опорной волной  $A_{on}$ .

Голограмма - интерференционная картина объектной и опорной волн, записанная на фотопластинку.

Схема записи светового поля.



Если выполнено условие брэгговской когерентности, то  $A_{on}$  и  $A_{ob}$  когерентны.

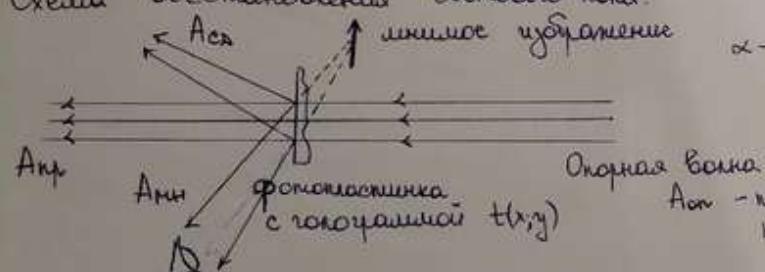
$$A(x,y) = A_{on} + A_{ob}(x,y)$$

$$I(x,y) = \frac{1}{2} |A(x,y)|^2 = \frac{1}{2} |A_{on} + A_{ob}|^2 = \\ = \frac{1}{2} A_{on} A_{ob}^* + \frac{1}{2} A_{on}^* A_{ob} + I_{on} + I_{ob}$$

Это распределение интенсивности фиксируется на фотопластинке.

Важно, что в этом выражении есть слагаемое, содержащее информацию о форме световой волны.

Схема восстановления светового поля.



$\alpha$  - коэффициент поглощения пластинки

$t(x,y) = 1 - \alpha I(x,y)$  - оп-з пропускание света голограммы

$A_{on}$  - можно показать, что использовалась при записи голограммы

$$A'(x,y) = A_{on} t(x,y) = A_{on} (I_{ob} + I_{on} + \frac{1}{2} A_{ob} A_{on}^* + \frac{1}{2} A_{on} A_{ob}^*) = \\ = A_{on} (1 - \alpha I_{ob} - \alpha I_{on}) - \alpha I_{on} A_{ob} - \frac{1}{2} \alpha A_{on}^2 A_{ob}^* = A_{up} + A_{ini} + A_{cd}$$

$A_{up} = A_{on} (1 - \alpha I_{ob} - \alpha I_{on})$  - распространяющееся в прямом направлении в силу свободной дифракции

$A_{ini} = -\alpha I_{on} A_{ob}$  - минимум изображения объекта

$A_{cd} = \frac{\alpha}{2} A_{on}^2 A_{ob}^*$  - сопряженная дифракционная волна несёт в себе трансформированную информацию о действительном изображении объекта.

Если освещать голограмму опорной волной, направленной в противоположную сторону, то в результате будет наблюдаться действительное изображение объекта.

Билет 26.  
Дисперсия света. Поляризация молекулы и вектор поляризации. Классическая электронная теория дисперсии. Формула Клаузуса-Моссопи. Годальная частота.

Дисперсия света - совокупность явлений, обусловленных зависимостью абсолютного показания преломления вещества от частоты (длины волн) света.

Поляризация молекулы, вектор поляризации.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \vec{P} - \text{вектор поляризации}$$

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{P}_j}{\Delta V} = \sum_j N_j \vec{P}_j = N \vec{P}$$

N - концентрация молекул вещества  
 $\vec{P}$  - средний дипольный момент

$$a^3 \ll \Delta V \ll L^3$$

$a$  - атомное расстояние,  $L$  - линейное размеры неоднородности электрического поля.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \beta \vec{E}' \quad (\vec{E}' * \vec{E}) \quad \vec{E}' - \text{поле при рассмотриваемом заряде}$$

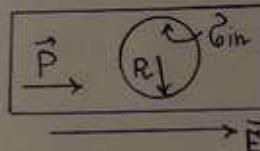
$\beta$  - молекуларная поляризуемость

$$\beta = 4\pi a^3 \quad \beta \approx 10^{-29} \text{ м}^3$$

$$\vec{P} = N \vec{P} = \epsilon_0 \beta N \vec{E}' \quad - \text{связь } \vec{P} \sim \beta.$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \vec{E}$$

Формула Клаузуса-Моссопи.  
динамический



$E_{ex}$

$L \gg R \gg a$   
удаление зарядов радиуса  $R$

$$\vec{E}' = \underbrace{\vec{E}_0}_{\vec{E}} + \underbrace{\vec{E}_{ex}}_{\frac{3\epsilon_0}{R}} + \underbrace{\vec{E}_{in}}_{\frac{3\epsilon_0}{R}} + \underbrace{\vec{E}_{dip}}_{\text{поле ядра}}$$

$$\Rightarrow \vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 N \beta \left( \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \right) = \epsilon_0 N \beta \left( \frac{\vec{P}}{\epsilon_0 (\epsilon - 1)} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \right)$$

$$1 = N \beta \left( \frac{1}{\epsilon - 1} + \frac{1}{3} \right) \Rightarrow \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \cdot \frac{N \beta}{3} - \text{формула Клаузуса-Моссопи}$$

$\vec{E}_0$  - внешнее электрическое

$\vec{E}_{ex}$  - поле, созданное зарядами на поверхности ядра

$\vec{E}_{in}$  - поле, созданное зарядами на внутренней сферической поверхности ядра

$\vec{E}_{dip}$  - поле, созданное парами зарядов внутри ядра

Классическая электронная теория дисперсии. Годальная частота.  
Электрон в атоме рассматривается как гармонический колебательный осциллятор:

$m\ddot{x} = -k\ddot{x} - \gamma\dot{x} + q\vec{E}'(t)$ , где  $\vec{E}'(t)$  - смещение электрона относительно ядра атома под действием локального поля  $\vec{E}'$

$-k\ddot{x}$  - квадратичная сила, которая не подчинена электрону склонить атом.

$-\gamma\dot{x}$  - сила тяжести, введенная для учета потери энергии и для этого света электрона

$$m\ddot{x} = -k\ddot{x} - \gamma\dot{x} + q\vec{E}'$$

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{q}{m} \vec{E}' \quad \gamma = \frac{\chi}{2m}, \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

частота собственных колебаний  
электрона в атоме

$$\vec{E}'(t, F) = \text{const}(x) = A_0(F) e^{i\omega t}$$

$\lambda \gg r$  - размер атома

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 e^{i\omega t}$$

$$-\omega^2 \vec{x}(t) + 2i\delta\omega \vec{x}(t) + \omega_0^2 \vec{x}(t) = \frac{q}{N} \vec{E}'(t)$$

$$\vec{x}(t) = \frac{q}{N} \frac{\vec{E}'(t)}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega} \Rightarrow \vec{x}(t) \uparrow \vec{E}'(t)$$
$$\vec{x} = \vec{x}(\omega, \omega_0, \delta)$$
$$\vec{x} \in \mathbb{C}$$

$$\rho \cdot q \vec{x} = \frac{q^2}{N} \frac{\vec{E}'}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega} = \epsilon_0 \beta \vec{E}'$$

$$\hat{\beta} = \frac{q^2}{N\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega}$$

$$\frac{\hat{n}^2 - 1}{\hat{n}^2 + 1} = \frac{\hat{\epsilon} - 1}{\hat{\epsilon} + 2} = \frac{\omega_n^2}{3} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{Nq^2}{N\epsilon_0}} - \text{нагимная частота}$$

для конденсированных сред:  $N = 10^{28} \text{ м}^{-3}$ ,  $\omega_n = 5,6 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{с}}$

для разреженных газов:  $N = 10^{25} \text{ м}^{-3}$ ,  $\omega_n = 1,8 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{с}}$

Билл 27

Дисперсия и показание света. Комплексный показатель преломления. Закон Бугра.  
 Зависимость показания преломления и когерентности показания от частоты.  
 Нормальная и аномальная дисперсия.

Показание света - процесс потери энергии потока света вследствие его взаимодействия с веществом.

$\hat{\epsilon} = \epsilon - i\epsilon'$  - комплексная диэлектрическая проницаемость  
 $\hat{n} = n - in'$  - комплексный показатель преломления  
 $\hat{k} = k - ik' = k_0 \hat{n} - k_0(n - in')$  - комплексное волновое число

Числа  $\hat{\epsilon}, \hat{n}, \hat{k}$  означают наличие показания света в среде.

$$\vec{E}(t, z) = \vec{A}(z) e^{i\omega t} = \vec{A}_0 e^{-ikz} e^{i\omega t} = \vec{A}_0 e^{-ikz} e^{i(\omega t - kz)}$$

$I(z) = \frac{1}{2} \langle |\vec{E}(t, z)|^2 \rangle = I_0 e^{-2kz} = I_0 e^{-\alpha z}$ ,  $I(z) = I_0 e^{-\alpha z}$  - закон Бугра, комплексно характеризует показание света в среде

$\alpha = 2k' = 2 \frac{\omega}{c} n'$  - линейной когерентности показания.

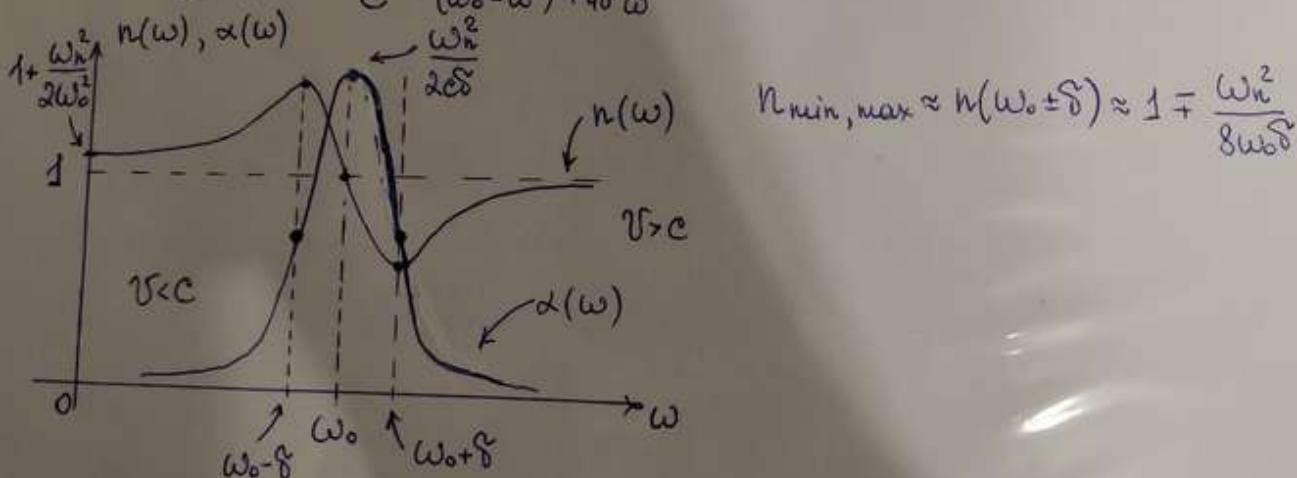
Зависимость показания преломления и когерентности показания от частоты.

Равненное среде  $\Rightarrow \hat{n} \approx 1$

$$\frac{\hat{n}^2 - 1}{\hat{n}^2 + 2} \cdot \frac{N\beta}{3} \Rightarrow \hat{n}^2 - 1 = N\beta = \omega_n^2 \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega} \Rightarrow \hat{n} \approx 1 + \frac{\omega_n^2}{2} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega}$$

$$n(\omega) = 1 + \frac{\omega_n^2}{2} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}$$

$$\alpha(\omega) = \frac{2\omega}{c} n'(\omega) = \frac{\omega_n^2}{c} \frac{2\delta\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2} \quad \omega \gg \delta$$



$|\omega_0 - \omega| > \delta$  - область нормальной дисперсии

$$\frac{dn}{d\omega} > 0$$

$|\omega_0 - \omega| < \delta$  - область аномальной дисперсии

$$\frac{dn}{d\omega} < 0$$

Билет 28.

Распространение светового импульса в диспергирующей среде. Радиальная и групповая скорости. Формула Рэлея. Дисперсионное расстояние волнового пакета.

Распространение света в однородной диспергирующей среде.

$$\frac{|E_0(t)|}{|E(t,z)|} \rightarrow z$$

1) Радио-анализ  $E_0(t)$

$$E_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad E_0(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(t) e^{-i\omega t} dt'$$

2) Спектральный анализ (Преобразование спектральных компонент диспергирующей среды)

$$E(i\omega, z) = E_0(i\omega) e^{ikz}, \quad k = k(\omega)$$

3) Радио-анализ импульса на выходе

$$E(t, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(i\omega, z) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(t') e^{-i\omega t'} e^{-ik(\omega)z} e^{i\omega t} d\omega dt'$$

$$k(\omega) = k(\omega_0) + k'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} k''(\omega_0)(\omega - \omega_0)^2 + \dots$$

Диспергирующие среды:

1) дисперсия I порядка:  $k'(\omega_0) > \frac{1}{2} k''(\omega_0)(\omega - \omega_0) \geq \frac{1}{4} k''(\omega_0) \Delta \omega$

2) дисперсия II порядка  $k'(\omega_0) \approx \frac{1}{4} k''(\omega_0) \Delta \omega$

I порядок:  $k(\omega) = k_0 + k_0'(\omega - \omega_0) \quad k(\omega_0) \equiv k_0$

$$E(t, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} E_0(t') e^{i(k_0 + k_0'(\omega - \omega_0))z} e^{i\omega(t-t')} d\omega dt' = e^{-i(k_0 + k_0'(\omega_0))z} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(t') \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(-k_0'z - t - t')} d\omega dt' = e^{-i(k_0 + k_0'(\omega_0))z} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(t') \delta(t' - (t - k_0'z)) dt' = e^{-i(k_0 + k_0'(\omega_0))z} E_0(t - k_0'z)$$

$$I(t, z) = \frac{1}{2} \langle |E(t, z)|^2 \rangle = I_0(t - k_0'z)$$

В среде с дисперсией I порядка узкополосный импульс распространяется без изменения формы с постоянной групповой скоростью.

$$d(t - k_0'z) = dt - k_0 dz = 0$$

$$n_0 = \frac{dz}{dt} = \frac{1}{k_0} = \frac{dw}{dk} \Big|_{\omega_0} = \text{const}$$

$n_0$  - скорость распространения импульса в среде

В средах с дисперсией II порядка и зависящими от  $\omega$

$$n(\omega) = \frac{dw}{dk} = \frac{1}{dk/d\omega} = \frac{1}{k_0 + k_0'(\omega - \omega_0) + \dots}$$

Радиальная скорость - скорость распространения волнового пакета.

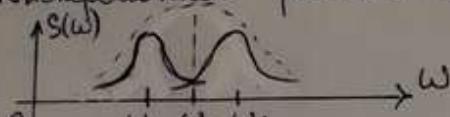
$$v_r = \frac{\omega}{k}$$

Формула Рэлея:

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) \Rightarrow \frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{c} \left( n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \Rightarrow n(\omega) = v_r(\omega) + k(\omega) \frac{dv_r}{d\omega} = v_r(\omega) - \lambda \frac{dv_r}{d\lambda}$$

$$n(\omega) = v_r(\omega) - \lambda \frac{dv_r}{d\lambda} - \text{формула Рэлея}$$

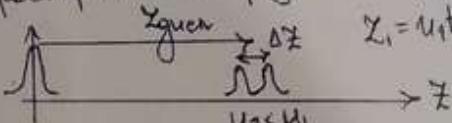
Дисперсионное распространение волнового пакета.



узкополосное пакеты  
с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , где  
их диспергирующая среда I  
порядка

Эти пакеты будут распространяться с различными групповыми скоростями:  $v_1$  и  $v_2$

Приходящее распространение



$$\Delta t = \frac{\Delta z}{v_g} = \frac{v_1 - v_2}{c} t - \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) z, = (k_2 - k_1) z \approx \frac{k''}{c} \Delta \omega z = \frac{2\pi k_0}{c} z,$$

$z_{\text{груп}} = \frac{c^2}{2\pi k_0} -$  дисперсионная длина импульса