

# 物理シミュレーション

宮下優一

## 1 概要

今迄に DX ライブラリで作成してきたシミュレーションをまとめた. 数値解析の手法として物理法則であるエネルギー保存則を精度よく再現する Symplectic 性を持つ数値積分法を適用したため, ある程度長時間のシミュレーションが可能となった. 系の Hamiltonian が運動量の関数と座標の関数に分離できるときには 2 次の Symplectic 積分を, 出来ないときには 4 次の陰的 Gauss 法を用いている.

## 2 シミュレーションの概要

### 2.1 Fermi-Pasta-Ulam の問題

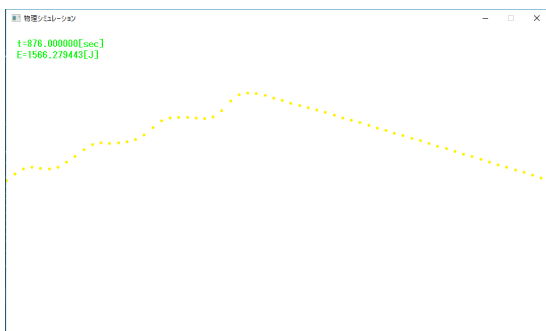


図 1 FPU シミュレーション

Fermi-Pasta-Ulam 問題 (以後 FPU 問題) とは, 「何個かある格子点を弦のように繋いで両端を固定させたときに隣り合う格子点同士の引っ張り合い方を複雑化 (非線形化) させて, ある 1 つのモードにエネルギーを与えて動かすとモード毎のエネルギー

がどのように分配されていくか」といったある種のエネルギー分配問題で, 現代的なコンピュータが登場して間もない 1950 年頃に計算機を物理学の問題に活用した有名な事例である. この研究で用いられた簡単なモデルを Symplectic 数値積分法で解き, 同時に視覚化している. 用いるのは 2 次の Symplectic 法.

### 2.2 単振り子

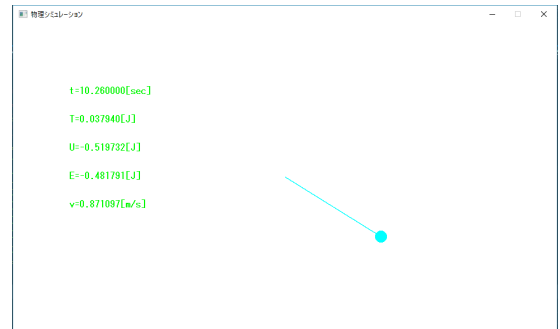


図 2 単振り子シミュレーション

高校物理で御馴染みの単振り子のシミュレーション. このシミュレーションでは瞬間的に角運動量を変更でき, 系は Symplectic 数値積分法によりその度に新しいエネルギーを保存する. 用いるのは 2 次の Symplectic 法.

### 2.3 2重振り子

カオス現象の簡単な例として有名な 2 重振り子のシミュレーション. 2 つの 2 重振り子を僅かな初期値差をつけてシミュレーションし, その軌跡の違いが時間の経過とともに大きくなっていく様を再現する. 用いるのは 4 次の陰的 Gauss 法.

### 2.4 三体問題

太陽・地球・月など 3 つの天体の相互作用による運動の問題である三体問題のシミュレーション. スケールを計算機で扱える範囲に抑えるため, 変数を無次元化した上で数値解析を行う. 用いるのは 4 次の陰的 Gauss 法.

## 参考文献

- [1] E.Fermi, J.Pasta, S.Ulam and M. Tsingou (1955), "Studies of nonlinear problems I", Los Alamos preprint LA-1940
- [2] Joseph Ford (1992), "THE FERMI-PASTA-ULAM PROBLEM: TURNS DISCOVERY", School of Physics, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Ca 30332, USA
- [3] Haruo Yoshida (1990), "Construction of higher order symplectic integrators", Physics Letters A, Volume 150, number 5,6,7
- [4] 渡辺尚貴, 計算物理のための C/C++ 言語入門 - Symplectic 数値積分法入門 (<http://www-cms.phys.s.u-tokyo.ac.jp/~naoki/CIPINTRO/SYMP/index.html>)
- [5] 牧野淳一郎, システム数理 IV(1999) 講義資料 ([http://jun.artcompsci.org/kougi/system\\_suuri4\\_1998/all/all.html](http://jun.artcompsci.org/kougi/system_suuri4_1998/all/all.html))
- [6] 牧野淳一郎, 計算天文学 II(2006) 講義資料 ([http://jun.artcompsci.org/kougi/keisan\\_tenmongakuII/index.html](http://jun.artcompsci.org/kougi/keisan_tenmongakuII/index.html))