绝密★启用前

2017年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

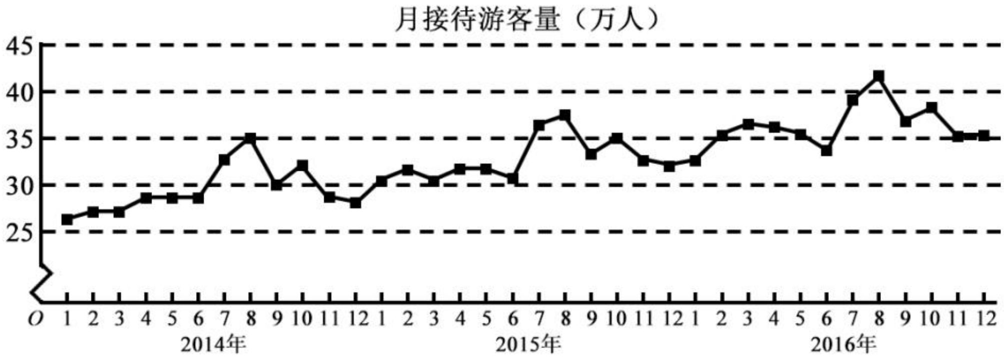
1. 已知集合 $A=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$，$B=\{(x,y)|y=x\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为

   A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

2. 设复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=2\mathrm{i}$，则 $|z|=$

   A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

3. 某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图.



   根据该折线图，下列结论错误的是

   A. 月接待游客量逐月增加

   B. 年接待游客量逐年增加

   C. 各年的月接待游客量高峰期大致在7,8月份

   D. 各年1月至6月的月接待游客量相对7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

4. $(x+y)(2x-y)^5$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为

   A. -80　　B. -40　　C. 40　　D. 80

5. 已知双曲线 C: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，且与椭圆 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$ 有公共焦点，则 C 的方程为

A. $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{10}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$

6. 设函数 $f(x)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，则下列结论错误的是

A. $f(x)$ 的一个周期为 -2π　　B. $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=\dfrac{8\pi}{3}$ 对称

C. $f(x+\pi)$ 的一个零点为 $x=\dfrac{\pi}{6}$　　D. $f(x)$ 在 $\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ 单调递减

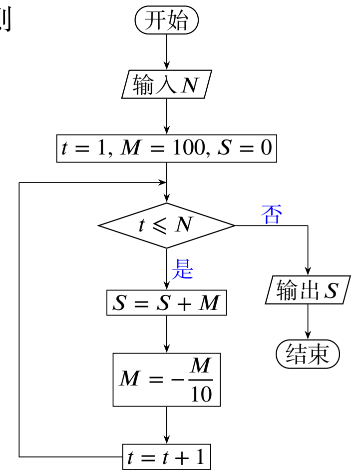
7. 执行右面的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2



8. 已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为

A. π　　B. $\dfrac{3\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{2}$　　D. 0

9. 等差数列的首项为 1，公差不为 0. 若 a_2，a_3，a_6 成等比数列，则前 6 项的和为

A. -24　　B. -3　　C. 3　　D. 8

10. 已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$，的左、右顶点分别为 A_1，A_2，且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx-ay+2ab=0$ 相切，则 C 的离心率为

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

11. 已知函数 $f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 $a=$

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

12. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=1$，$AD=2$，动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相切的圆上. 若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则 $\lambda+\mu$ 的最大值为

A. 3　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 2

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y\geqslant 0, \\ x+y-2\leqslant 0, \\ y\geqslant 0, \end{cases}$，则 $z=3x-4y$ 的最小值为 ______________.

14. 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2=1$，$a_1a_3=3$，则 $a_4=$ ______________.

15. 设函数 $\begin{cases} x+1, & x\leqslant 1 \\ 2^x, & x>0 \end{cases}$ 则满足的 $f(x)+f\left(x-\frac{1}{2}\right)>1$ 的 x 取值范围是______________。

16. a，b 为空间中两条互相垂直的直线，等腰直角三角形 ABC 的直角边 AC 所在直线与 a，b 都垂直，斜边 AB 以直线 AC 为旋转轴旋转，有下列结论：

① 当直线 AB 与 a 成 60° 角时，AB 与 b 成 30° 角；
② 当直线 AB 与 a 成 60° 角时，AB 与 b 成 60° 角；
③ 直线 AB 与 a 所称角的最小值为 45°；
④ 直线 AB 与 a 所称角的最小值为 60°；

其中正确的是______________.（填写所有正确结论的编号）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17 ～ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：60 分。

17. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，$a=2\sqrt{7}$，$b=2$.

(1) 求 c；
(2) 设 D 为 BC 边上一点，且 $AD\perp AC$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

18. (12 分)

某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处学科网理完. 根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：°C）有关. 如果最高气温不低于 25，需求量为 500 瓶；如果最高气温位于区间 $[25,30)$，需求量为 300 瓶；如果最高气温低于 20，需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	$[10,15)$	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率。

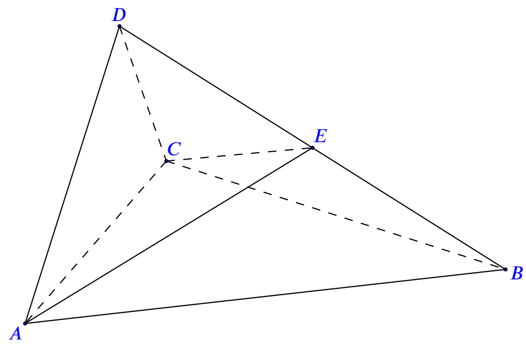
(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量 X（单位：瓶）的分布列；
(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量 n（单位：瓶）为多少时，Y 的数学期望达到最大值?

19. (12 分)

如图，四面体 $ABCD$ 中，$\triangle ABC$ 是正三角形，$\triangle ACD$ 是直角三角形，$\angle ABD=\angle CBD$，$AB=BD$.

(1) 证明：平面 $ACD\perp$ 平面 ABC；

(2) 过 AC 的平面交 BD 于点 E，若平面 AEC 把四面体 $ABCD$ 分成体积相等的两部分，求二面角 $D-AE-C$ 的余弦值.



20. (12 分)

已知抛物线 C：$y^2=2x$，过点 $(2,0)$ 的直线 l 交 C 与 A,B 两点，圆 M 是以线段 AB 为直径的圆.

(1) 证明：坐标原点 O 在圆 M 上；

(2) 设圆 M 过点 $P(4,-2)$，求直线 l 与圆 M 的方程.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=x-1-a\ln x$.

(1) 若 $f(x)\geqslant 0$，求 a 的值；

(2) 设 m 为整数，且对于任意正整数 n，$\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2^n}\right)<m$，求 m 最小值.

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 44：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t,\\ y=kt,\end{cases}$ (t 为参数)，直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+m,\\ y=\dfrac{m}{k},\end{cases}$ (m 为参数). 设 l_1 与 l_2 的交点为 P，当 k 变化时，P 的轨迹为曲线 C.

(1) 写出 C 的普通方程；

(2) 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 l_3：$\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$，$M$ 为 l_3 与 C 的交点，求 M 的极径.

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x)\geqslant 1$ 的解集；

(2) 若不等式 $f(x)\geqslant x^2-x+m$ 的解集非空，求 m 的取值范围.