

本节内容

二叉树

常考性质

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

二叉树的常考性质

常见考点1：设非空二叉树中度为0、1和2的结点个数分别为 n_0 、 n_1 和 n_2 ，则 $n_0 = n_2 + 1$ （叶子结点比二分支结点多一个）

假设树中结点总数为 n ，则

- ① $n = n_0 + n_1 + n_2$
- ② $n = n_1 + 2n_2 + 1$

树的结点数=总度数+1

② - ① $\Rightarrow n_0 = n_2 + 1$

上面可都是重点

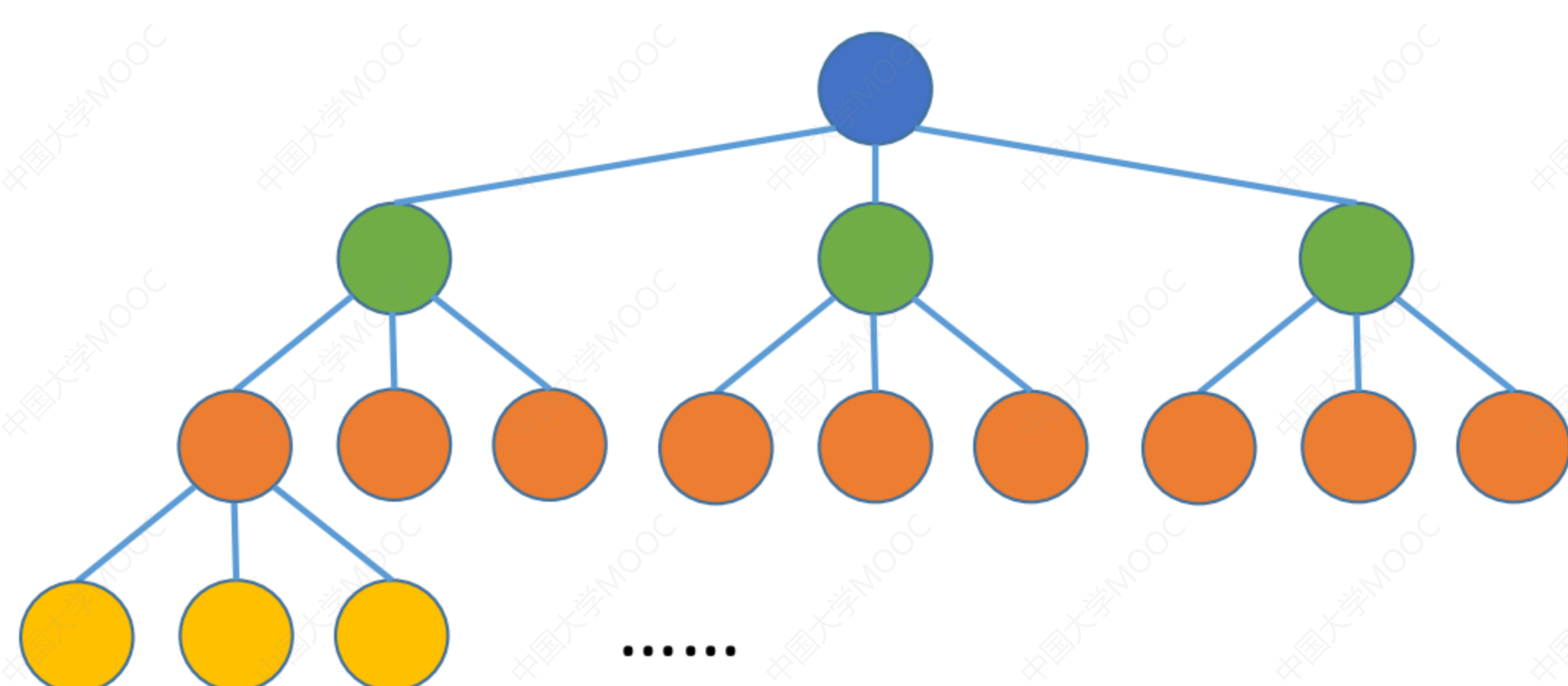
王道考研/CSKAOYAN.COM

2

二叉树的常考性质

常见考点2: 二叉树第 i 层至多有 2^{i-1} 个结点 ($i \geq 1$)

m 叉树第 i 层至多有 m^{i-1} 个结点 ($i \geq 1$)



第 1 层: m^0

第 2 层: m^1

第 3 层: m^2

第 4 层: m^3

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

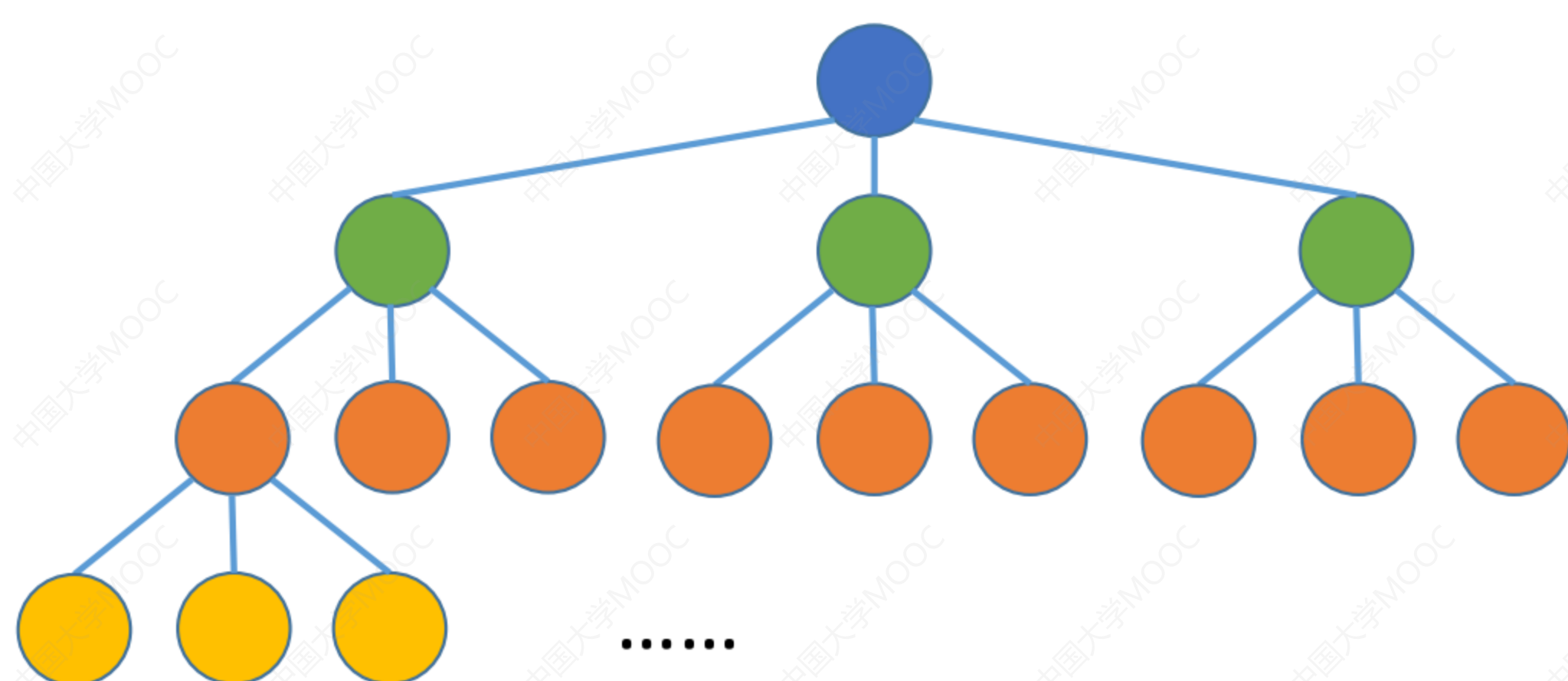
二叉树的常考性质

常见考点3: 高度为 h 的二叉树至多有 $2^h - 1$ 个结点 (满二叉树)

高度为 h 的 m 叉树至多有 $\frac{m^h - 1}{m - 1}$ 个结点

等比数列求和公式: $a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$

至少有多少个?



第 1 层: m^0

第 2 层: m^1

第 3 层: m^2

第 4 层: m^3

王道考研/CSKAOYAN.COM

4

完全二叉树的常考性质

常见考点1: 具有 n 个 ($n > 0$) 结点的完全二叉树的高度 h 为 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 或 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

高为 h 的满二叉树共有 $2^h - 1$ 个结点
高为 $h-1$ 的满二叉树共有 $2^{h-1} - 1$ 个结点

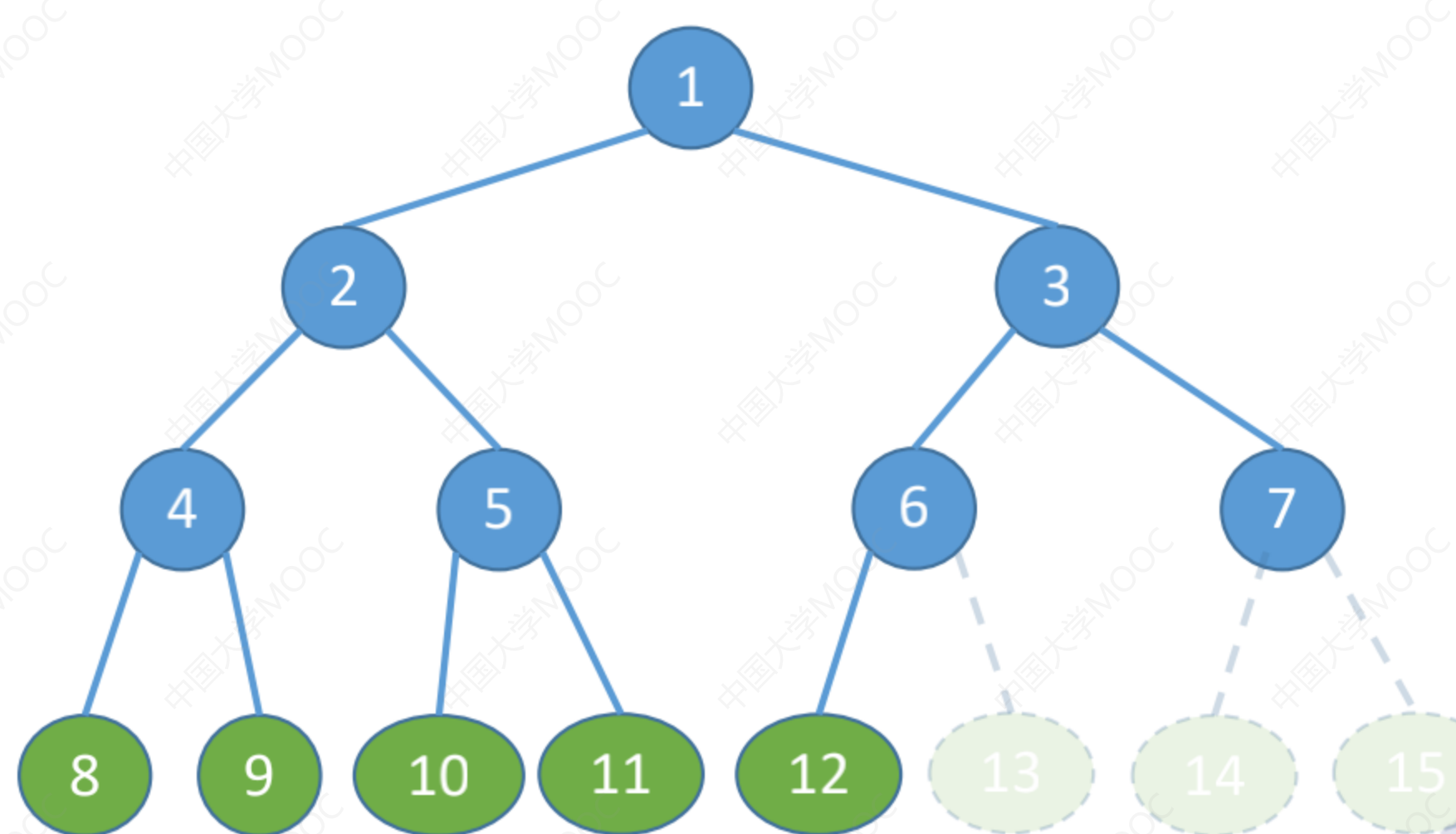


$$2^{h-1} - 1 < n \leq 2^h - 1$$

$$2^{h-1} < n + 1 \leq 2^h$$

$$h - 1 < \log_2(n + 1) \leq h$$

$$h = \lceil \log_2(n + 1) \rceil$$



王道考研/CSKAOYAN.COM

5

完全二叉树的常考性质

常见考点1: 具有 n 个 ($n > 0$) 结点的完全二叉树的高度 h 为 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 或 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

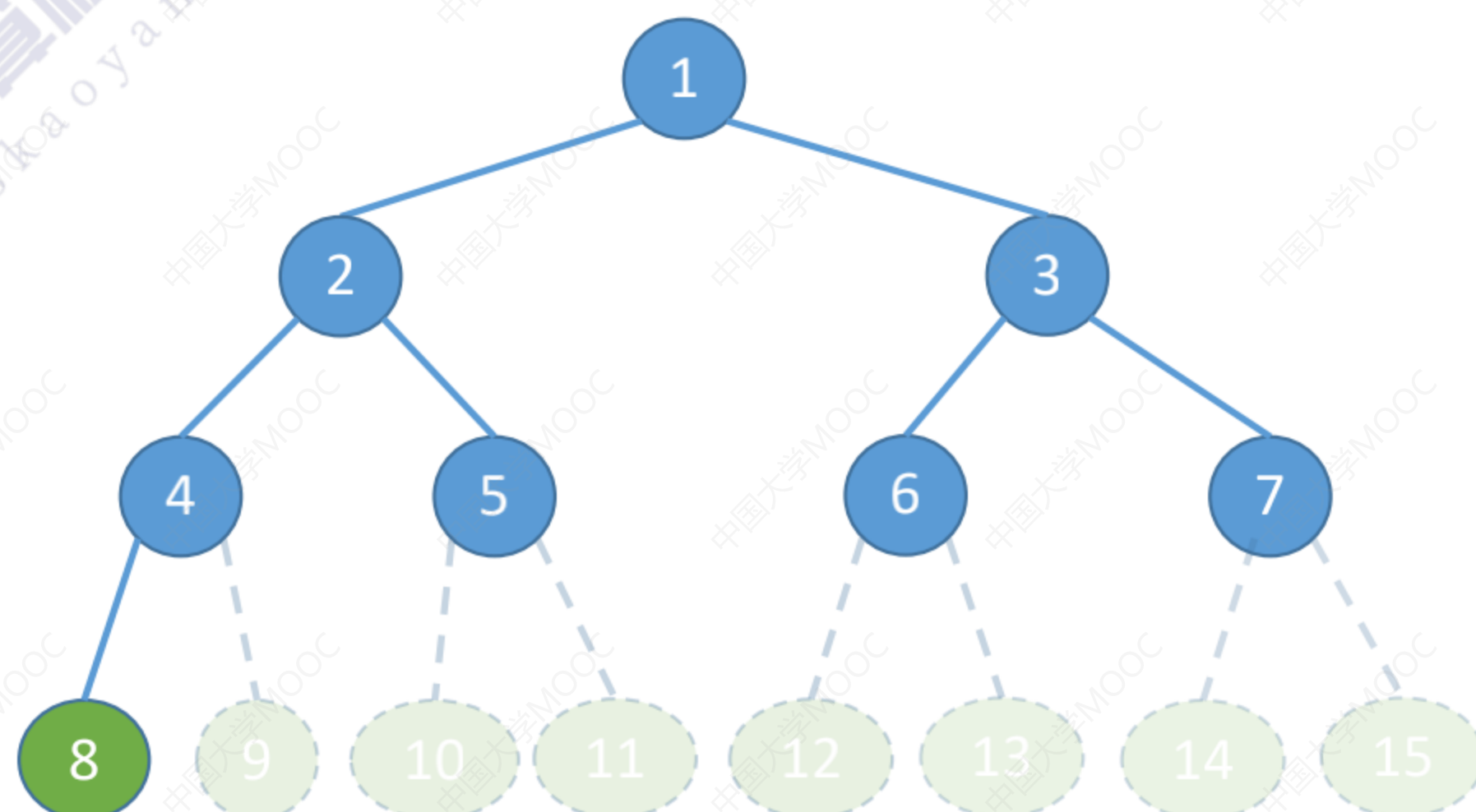
高为 $h-1$ 的满二叉树共有 $2^{h-1} - 1$ 个结点
高为 h 的完全二叉树至少 2^{h-1} 个结点
至多 $2^h - 1$ 个结点



$$2^{h-1} \leq n < 2^h$$

$$h - 1 \leq \log_2 n < h$$

$$h = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$



第 i 个结点所在层次为 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 或 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

完全二叉树的常考性质

常见考点2：对于完全二叉树，可以由的结点数 n 推出度为0、1和2的结点个数为 n_0 、 n_1 和 n_2

完全二叉树最多只有一个度为1的结点，即

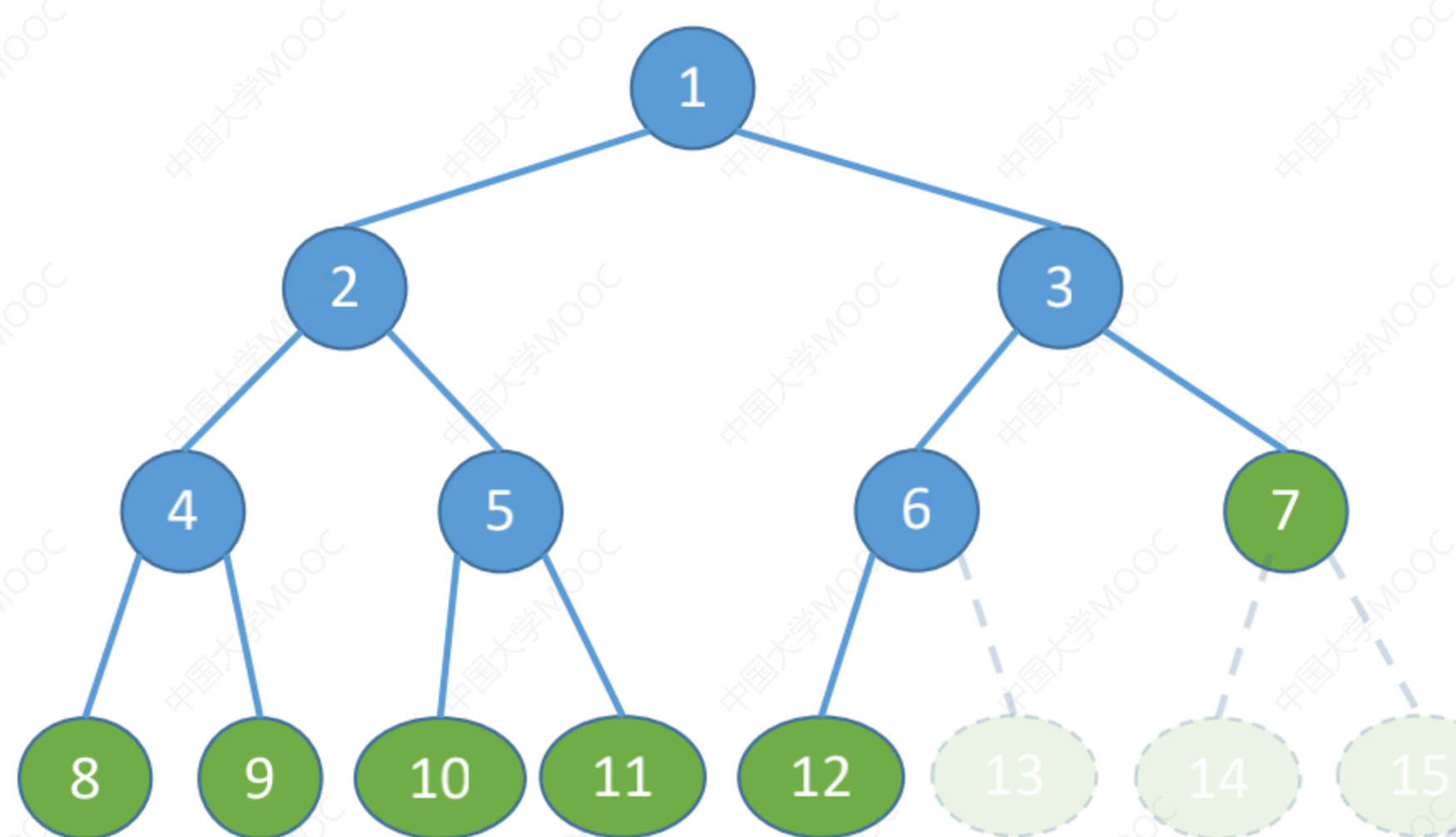
$n_1=0$ 或1

$n_0 = n_2 + 1 \rightarrow n_0 + n_2$ 一定是奇数



若完全二叉树有 $2k$ 个（偶数）个结点，则必有 $n_1=1$ ， $n_0=k$ ， $n_2=k-1$

若完全二叉树有 $2k-1$ 个（奇数）个结点，则必有 $n_1=0$ ， $n_0=k$ ， $n_2=k-1$



王道考研/CSKAOYAN.COM

7

知识回顾与重要考点

二叉树：

- $n_0 = n_2 + 1$
- 第 i 层至多有 2^{i-1} 个结点 ($i \geq 1$)
- 高度为 h 的二叉树至多有 $2^h - 1$ 个结点

完全二叉树：

- 具有 n 个 ($n > 0$) 结点的完全二叉树的高度 h 为 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 或 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$
- 对于完全二叉树，可以由的结点数 n 推出为0、1和2的结点个数为 n_0 、 n_1 和 n_2 （突破点：完全二叉树最多只会会有一个度为1的结点）

王道考研/CSKAOYAN.COM

8