Exo 1

1. Soit une source discrète émettant 2 messages de probabilités respectives p et q.

Quelle est l'expression de son entropie ? On la notera H(p,q).

$H(x) = E(i(x)) = -\sum(p(x)\log_2(p(x))) = -p * \log_p(p) - q * \log_2(q)$

2. Évaluer l'entropie de la source binaire pour p=0, p=1/2, p=1. Commentaires.

- $H(0, 1) = 0 \text{ bit}$
- $H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right) * \log_2\left(\frac{1}{2}\right) * 2 = 1 \text{ bit}$
- $H(1, 0) = 0 \text{ bit}$

3. Quelle est l'entropie d'une source à N messages équiprobables ? Application pour N=8.

$H(x) = -\sum(p(x)\log_2(p(x))) = -\sum_{k=1}^{N}\left(\left(\frac{1}{N}\right) * \log_2\left(\frac{1}{N}\right)\right) = \log_2(N)$

Pour N = 8 : $H(x) = \log_2(8) = 3 \text{ bits}$

Exo 2

Soit une source à 3 messages de probabilités : P(a) = 0.6 ; P(b) = 0.3 ; P(c) = 0.1.

1- Calculer l'entropie de la source.

$H(x) = -0.6 * \log_2(0.6) - 0.3 * \log_2(0.3) - 0.1 * \log_2(0.1) = 1.29$

2- Quelle est l'efficacité d'un code binaire à longueur fixe ?

$E_{\text{fixe}} = \frac{H(x)}{2} = 65\%$

3- Quelle est l'efficacité d'un code binaire d'Huffman ?

code de Huffman : cf j'ai la flemme

$n = 1 * 0.6 + 2 * (0.3 + 0.1) = 1.4$

$E_{\text{Huffman}} = \frac{H(x)}{n} = \frac{1.29}{1.4} = 92\%$

4- Comment peut-on augmenter cette efficacité ?

On code le messages par blocs de 2 messages.

$n = 1 * 0.36 + 3 * 0.18 * 2 + 4 * (0.09 + 0.06 + 0.06) = 2.67$

$n_{\text{moy}} = \frac{n}{2} = 1.335$

$E = 97.38\%$

Exo 3

1- Calculer la matrice prédite et la matrice d'erreur de prédiction

matrice de prédiction :

$$\begin{pmatrix} 100 & 102 & 106 & 92 \\ 98 & 100 & 103 & 98 \\ 70 & 85 & 92 & 96 \\ 72 & 76 & 84 & 9 \end{pmatrix}$$

matrice d'erreur de prédiction :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$