TD 3 – Coloration de Graphe

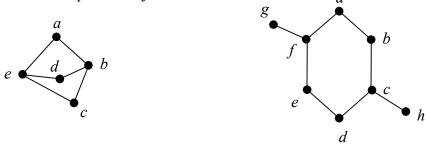
Exercice 1

On ne sait pas toujours trouver le nombre minimum de couleurs pouvant colorer un graphe (le « nombre chromatique » du graphe) ; des algorithmes existent qui donnent un nombre de couleurs possible, ce nombre n'étant pas forcément le plus petit.

Nous considérons l'algorithme de coloration de graphes suivant :

On range les sommets dans l'ordre décroissant de leurs degrés : $s_1, s_2, s_3 \dots s_n$.

On colorie ces sommets dans l'ordre précédemment défini avec pour règle de donner à chaque sommet la couleur la plus petite (on suppose les couleurs numérotées dans l'ordre croissant), en fonction des sommets voisins qui sont déjà colorés.



- 1. Donner les bornes sup et inf sur le nombre chromatique de chacun de ces deux graphes.
- 2. Appliquer cet algorithme aux deux graphes représentés ci-dessous.
- 3. Comparer, pour chaque graphe, le nombre de couleurs obtenues avec son nombre chromatique.

Exercice 2 (coloration d'un graphe de Petersen)

On cherche à colorier le graphe ci-dessous en utilisant des entiers positifs de façon telle que deux sommets voisins ont des couleurs dont la différence, en valeur absolue, est au moins égale à trois.

- Proposez une coloration de ce graphe. Quel est le plus grand entier utilisé ?
- Peut-on faire mieux ?
- Maintenant, on souhaite que, de plus, deux sommets à distance deux aient des couleurs dont la différence, en valeur absolue, est au moins égale à deux. Quelle est la meilleure coloration possible de ce graphe ?

