

# Λύσεις Σεντ. 23

a). Για ρο FM:

$$\cdot \beta = \frac{K_f \cdot \max|m(t)|}{f_m} = \frac{30 \cdot 1}{80} = \frac{3}{8}$$

$$\cdot B = 2f_m(\beta + 1) = 2 \cdot 80 \cdot \left(\frac{3}{8} + 1\right) = 220 \text{ kHz} > 200$$

• Για ρο AM:

$$B = 2 \cdot 80 = 160 \text{ kHz} < 200 \text{ kHz}$$

Αρχικά σωστό

$$\beta) \cdot m(t) = 0,5 \cos(2\pi t) + 0,2 \cos(2\pi t - \pi) = 0,5 \cos(2\pi t) - 0,2 \cos(2\pi t) \Leftrightarrow m(t) = 0,3 \cos(2\pi t)$$

$$\text{Αρχικά } \mu = \frac{|\min(m(t))|}{A_c} = \frac{0,3}{1} \Leftrightarrow \underline{\mu = 0,3}$$

Αρχικά Δάθος

Θέμα 1ο (20)

Να χαρακτηρίσετε τις παραχάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ) και να δικαιολογήσετε σύντομα τις απαντήσεις σας.

α-10) Ημιτονοειδές σήμα πληροφορίας μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας 80 KHz διαμορφώνεται με φέρον 560 MHz. Σύμφωνα με το ακολουθούμενο πρότυπο, το διατιθέμενο εύρος ζώνης καναλιού γύρω από τη συχνότητα φέροντος είναι 200 KHz. Η επιλογή DSB-AM διαμόρφωσης θα προτιμηθεί από διαμόρφωση FM με ευαισθησία συχνότητας 30 KHz/V.

β-10) Αν το σήμα πληροφορίας  $m(t) = 0.5 \cos(2\pi t) + 0.2 \cos(2\pi t - \pi)$  διαμορφωθεί κατά AM από φέρον μοναδιαίου πλάτους, τότε ο δείκτης διαμόρφωσης θα είναι  $\mu = 0.7$ .

$$\alpha) x(t) = m(t) + c(t) = 2W \operatorname{sinc}(2Wt) + \cos(2\pi f_c t)$$

$$y(t) = x^2(t) + x(t) = 4W^2 \operatorname{sinc}^2(2Wt) + 4W \operatorname{sinc}(2Wt) \cos(2\pi f_c t)$$

$$+ \cos^2(2\pi f_c t) + 2W \operatorname{sinc}(2Wt) + \cos(2\pi f_c t)$$

$$= 4W^2 \operatorname{sinc}^2(2Wt) + 4W \operatorname{sinc}(2Wt) \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}$$

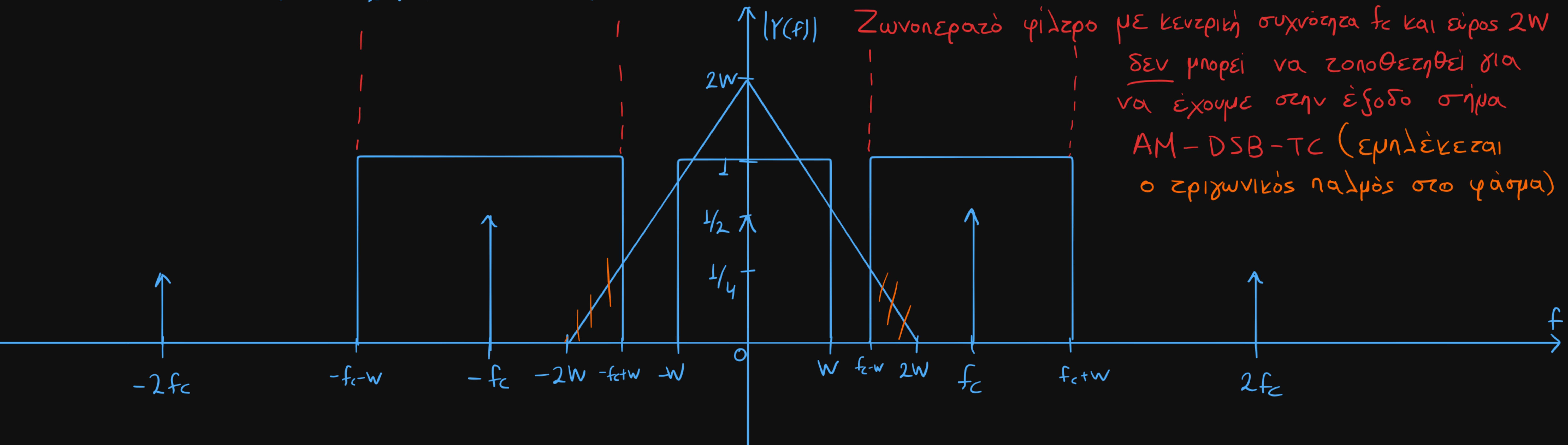
$$+ \frac{1}{2} \cos(4\pi f_c t) + 2W \operatorname{sinc}(2Wt) + \cos(2\pi f_c t)$$

$$\gamma(f) = \frac{4W^2}{2W} \Lambda\left(\frac{f}{2W}\right) + \frac{4W}{2W \cdot 2} \Pi\left(\frac{f-f_c}{2W}\right) + \frac{4W}{2W \cdot 2} \Pi\left(\frac{f+f_c}{2W}\right)$$

$$+ \frac{1}{2} \delta(f) + \frac{1}{4} \delta(f-2f_c) + \frac{1}{4} \delta(f+2f_c) + \frac{2W}{2W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right)$$

$$+ \frac{1}{2} \delta(f-f_c) + \frac{1}{2} \delta(f+f_c)$$

$$\Leftrightarrow Y(f) = 2W \cdot \Lambda\left(\frac{f}{2W}\right) + \Pi\left(\frac{f-f_c}{2W}\right) + \Pi\left(\frac{f+f_c}{2W}\right) + \frac{1}{2} \delta(f) + \frac{1}{4} \delta(f-2f_c) + \frac{1}{4} \delta(f+2f_c) + \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) + \frac{1}{2} \delta(f-f_c) + \frac{1}{2} \delta(f+f_c)$$



$$\beta) \text{Στην εξής θα εχουμε το } \underbrace{\text{ιδανικό διαμορφωμένο σήμα}}_{\Pi\left(\frac{f-f_c}{2W}\right) + \frac{1}{2} \delta(f-f_c)}$$

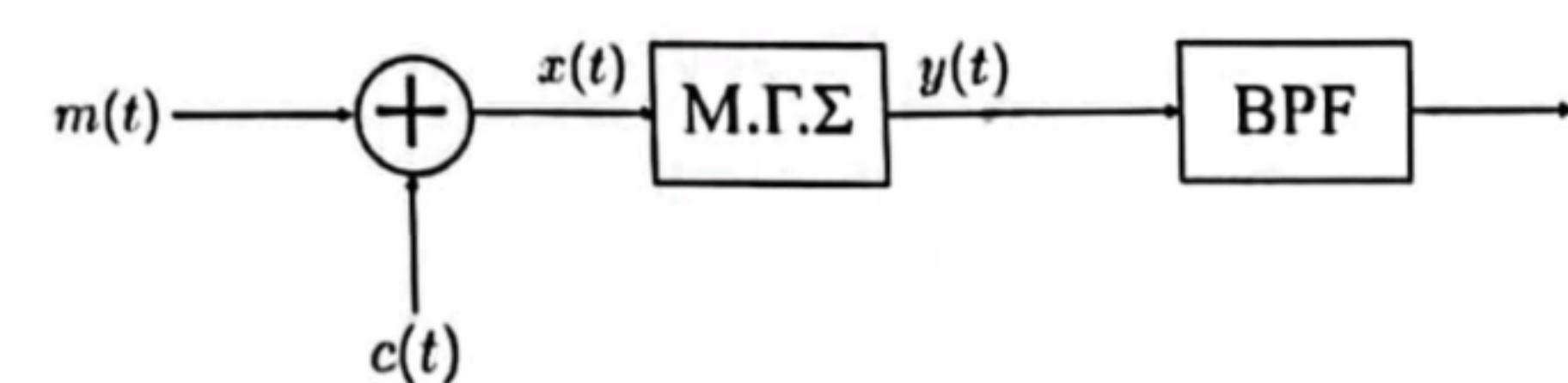
$$\cdot \text{Το } 2W \cdot \Lambda\left(\frac{f}{2W}\right) \text{ γράψεται και } 2W - |f|, \text{ οπότε } E = \int_{-2W}^{-1,5W} (2W+f)^2 df + \int_{1,5W}^{2W} (2W-f)^2 df = 2 \cdot \int_{1,5W}^{2W} (2W-f)^2 df \left( \begin{array}{l} \text{δόχω} \\ \text{συμμετρία} \end{array} \right)$$

$$\Leftrightarrow E = 2 \int_{1,5W}^{2W} (4W^2 - 4Wf + f^2) df = 2 \cdot 4W^2 \left[ f \right]_{1,5W}^{2W} - 2 \cdot 4W \cdot \left[ \frac{f^2}{2} \right]_{1,5W}^{2W} + 2 \cdot \left[ \frac{f^3}{3} \right]_{1,5W}^{2W} = 8W^2 \cdot 0,5W - \frac{8W}{2} \cdot 1,75W^2 + \frac{2}{3} \cdot 4,625W^3$$

$$\Leftrightarrow E = 4W^3 - 7W^3 + 3,083W^3 \Leftrightarrow \boxed{E = 0,083W^3} \quad (\text{Joule})$$

### Θέμα 2o (25)

Το σήμα πληροφορίας  $m(t) = 2W \operatorname{sinc}(2Wt)$  διαμορφώνεται κατά AM-DSB-TC με τη βοήθεια της διάταξης του Σχήματος 1, όπου Μ.Γ.Σ. είναι ένα μη γραμμικό στοιχείο, του οποίου η χαρακτηριστική εξίσωση εξόδου-εισόδου δίνεται από τη σχέση  $y(t) = x^2(t) + x(t)$ . Το φέρον δίνεται ως  $c(t) = \cos(2\pi f_c t)$  και ισχύει  $2W < f_c < 3W$ .



Σχήμα 1: Διάταξη διαμορφωτή.

α-15) Να υπολογισθεί αναλυτικά και να σχεδιασθεί το φάσμα  $Y(f)$ , στην έξοδο του Μ.Γ.Σ. Αιτιολογήστε αν θα είναι επιτυχής η διαμόρφωση για οποιοδήποτε ζωνοπερατό φίλτρο (BPF) της επιλογής σας.

β-10) Επιλέγεται  $f_c = 2.5W$ . Η απόχριση συχνότητας του BPF δίνεται ως

$$H(f) = \begin{cases} 1, & f_c - W \leq |f| \leq f_c + W \\ 0, & \text{αλλού.} \end{cases}$$

Να υπολογισθεί η ενέργεια του τιμήματος του φάσματος του όρου  $m^2(t)$  που προκύπτει κατά τη διαμόρφωση, που παρεμβάλλει το (επικαλύπτεται με το) φάσμα του ιδανικά διαμορφωμένου AM-DSB-TC σήματος.

$$\begin{aligned}
 a). f_i(t) &= f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d(K_p m(t))}{dt} \\
 &= f_c + \frac{K_p}{2\pi} 2\pi f_m \alpha (-\sin(2\pi f_m t)) \\
 \Leftrightarrow f_i(t) &= f_c - \underbrace{K_p \cdot \alpha}_{\beta} f_m \sin(2\pi f_m t)
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow f_i(t) = f_c - \beta f_m \sin(2\pi f_m t)$$

- Για  $\sin(2\pi f_m t) = 1$  έχουμε  $f_{\min} = f_c - \beta f_m$
- Για  $\sin(2\pi f_m t) = -1$  έχουμε  $f_{\max} = f_c + \beta f_m$

$$\text{Από } B = 2f_m (\beta + 1) \xrightarrow{\beta \gg 1} 2f_m \beta = 2f_m \cdot \frac{300}{f_m} \Leftrightarrow \boxed{B = 600 \text{ kHz}}$$

**Θέμα 3ο (20)**  
Δίνεται το σήμα πληροφορίας  $m(t) = a \cos(2\pi f_m t)$ .

**α-10)** Το σήμα  $m(t)$  διαμορφώνεται κατά PM από φέρον συχνότητας  $f_c$ . Η διαφορά μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης στιγμιαίας συχνότητας είναι ίση με 600 KHz. Βρείτε το ενεργό εύρος ζώνης του διαμορφωμένου σήματος, δεδομένου ότι για τον δείκτη διαμόρφωσης ισχύει  $\beta_p \gg 1$ .

**β-10)** Το σήμα  $m(t)$ , με  $f_m = 2\text{kHz}$ , διαμορφώνεται κατά FM από φέρον συχνότητας  $f_c$  και ευαισθησία συχνότητας ίση με 12 KHz/V. Η ισχύς του σήματος  $m(t)$  ικανοποιεί την συνθήκη  $2W \leq P_m \leq 8W$ . Να προσδιορισθεί το σύνολο τιμών του ενεργού εύρους ζώνης του διαμορφωμένου σήματος.

$$\left. \begin{array}{l} f_{\max} - f_{\min} = 600 \Leftrightarrow 2\beta f_m = 600 \Leftrightarrow \beta = \frac{300}{f_m} \\ f_{\max} = f_c + \beta f_m \\ f_{\min} = f_c - \beta f_m \end{array} \right\} \quad \text{Από } P_m = \frac{1}{T} \int_0^T |m(t)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T a^2 \cos^2(4\pi f_m t) dt = \frac{a^2}{T} \int_0^T \frac{1 + \cos(4\pi f_m t)}{2} dt = \frac{a^2}{2T} [t]_0^T + \frac{a^2}{2T} \cdot \frac{1}{4\pi f_m} [\sin(4\pi f_m t)]_0^T$$

$$\Leftrightarrow P_m = \frac{a^2 T}{2T} + \frac{a^2}{8\pi f_m} \sin\left(4\pi f_m \frac{T}{f_m}\right) = \frac{a^2}{2} + 0 \Leftrightarrow P_m = \frac{a^2}{2} \quad \text{Από } 2 \leq P_m \leq 8 \Leftrightarrow 2 \leq \frac{a^2}{2} \leq 8 \Leftrightarrow 4 \leq a^2 \leq 16 \Leftrightarrow 2 \leq |a| \leq 4$$

$$\cdot \beta = \frac{K_f \cdot \max|m(t)|}{f_m} = \frac{12|a|}{2} \Leftrightarrow \beta = 6|a|$$

$$\cdot B = 2f_m (\beta + 1) = 2f_m (6|a| + 1) \Leftrightarrow \frac{B}{2f_m} = 6|a| + 1 \Leftrightarrow |a| = \frac{B}{12f_m} - \frac{1}{6} = \frac{B}{24} - \frac{1}{6} = \frac{B-4}{24} \Leftrightarrow |a| = \frac{B-4}{24}$$

$$\cdot \text{Έχουμε } 2 \leq |a| \leq 4 \Leftrightarrow 2 \leq \frac{B-4}{24} \leq 4 \Leftrightarrow 48 \leq B-4 \leq 96 \Leftrightarrow \boxed{52 \text{ kHz} \leq B \leq 100 \text{ kHz}}$$

$$a) \text{Exousiue } f_X(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{2}(x+4), & -4 \leq x \leq -2 \\ \alpha, & -2 \leq x \leq 2 \\ -\frac{\alpha}{2}(x-4), & 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{allou} \end{cases}$$

λόγω συμμετρίας

$$\text{Onote} \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1 \Leftrightarrow 2 \cdot \int_2^2 -\frac{\alpha}{2}(x-4) dx + \int_{-2}^{-2} \alpha dx = 1$$

$$\Leftrightarrow -\alpha \left[ \frac{x^2}{2} \right]_2^4 + 4\alpha [x]_2^4 + \alpha [x]_{-2}^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\alpha}{2} (16-4) + 4\alpha (4-2) + \alpha (2+2) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -6\alpha + 8\alpha + 4\alpha = 1 \Leftrightarrow 6\alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{6}$$

$$\beta) \cdot \Delta = \frac{V_{pp}}{2^R} = \frac{4-(-4)}{2^2} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow \underline{\Delta=2}$$

•  $\mu_X = 0$  (υπολογίζεται ανά  $\int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx$ , βγαίνει και ανευθείας επειδή η  $f_X(x)$  είναι άρτια)

$$\text{Onote} \sigma_{X^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_X(x) dx = 2 \cdot \int_2^4 x^2 \left( -\frac{\alpha}{2}(x-4) \right) dx + \int_{-2}^2 x^2 \alpha dx = -\alpha \left[ \frac{x^4}{4} \right]_2^4 + 4\alpha \left[ \frac{x^3}{3} \right]_2^4 + \alpha \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^2$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{X^2} = -\frac{\alpha}{4} (256-16) + \frac{4\alpha}{3} (64-8) + \frac{\alpha}{3} (8+8) = -10 + \frac{112}{9} + \frac{8}{9} \Leftrightarrow \underline{\sigma_{X^2} = \frac{10}{3}}$$

$$\text{Apa } (SNR)_{0,9} = \frac{12\sigma_{X^2}}{\Delta^2} = \frac{12 \cdot \frac{10}{3}}{4} = 3 \cdot \frac{10}{3} \Leftrightarrow \boxed{(SNR)_{0,9} = 10} \text{ ή } 10 \log(10) = 10 \text{ dB}$$

γ) Exousiue  $2^R = 4$  επιπέδα κβάντισης με τιμές  $\pm \frac{\Delta}{2}, \pm \frac{3\Delta}{2}$  δηλαδή  $\pm 1$  και  $\pm 3$

• Ta εξωτερικά επιπέδα κβάντισης είναι τα  $\pm 3$ , για να λεσει κάποιο δείγμα σε ένα ανά αυτά πρέπει να λαφει τιμή στο σύνολο  $\left[ -3 - \frac{\Delta}{2}, -3 + \frac{\Delta}{2} \right] \cup \left[ 3 - \frac{\Delta}{2}, 3 + \frac{\Delta}{2} \right] = \underline{\left[ -4, -2 \right] \cup \left[ 2, 4 \right] = A}$

$$\text{Onote} \Pr(X \in A) = \int_{-4}^{-2} f_X(x) dx + \int_2^4 f_X(x) dx = 2 \cdot \int_2^4 f_X(x) dx = 2 \int_2^4 -\frac{\alpha}{2}(x-4) dx = \dots = 2\alpha = \frac{2}{6} \Leftrightarrow \boxed{\Pr(X \in A) = \frac{1}{3}}$$

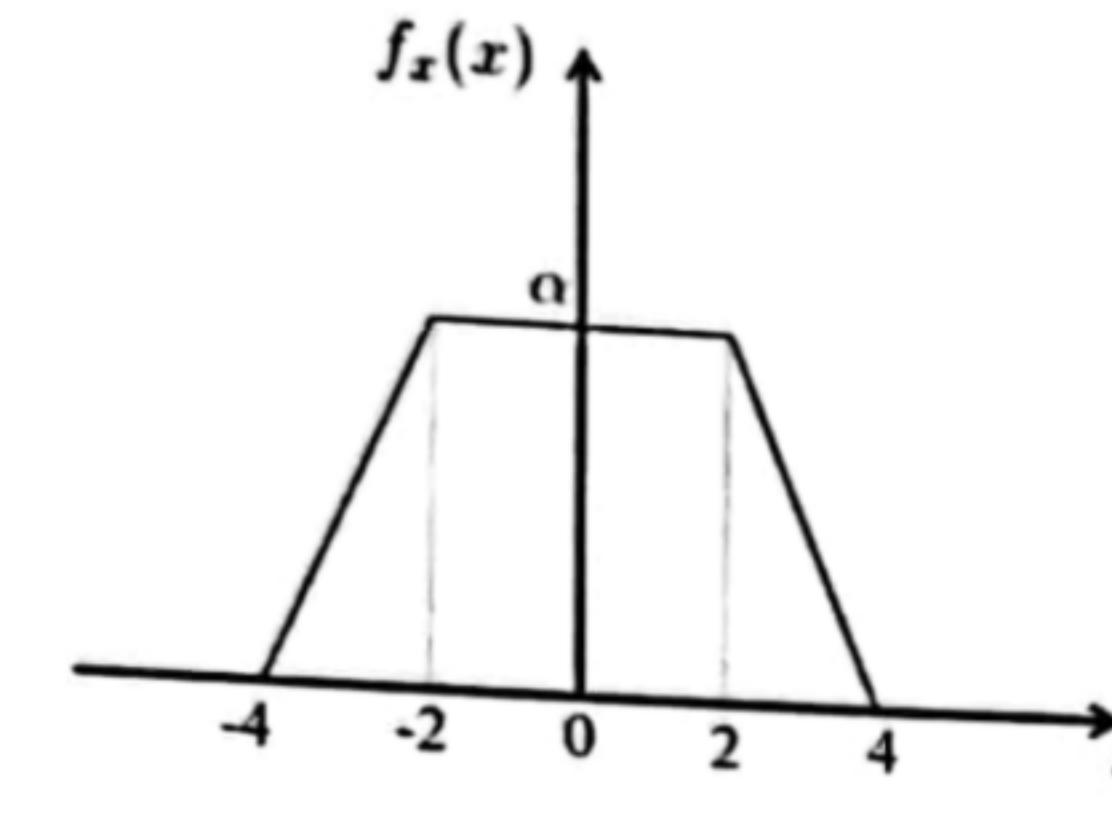
$$\delta) \text{Exousiue } R^1 \cdot f_S = C \Leftrightarrow R^1 \cdot 4 \cdot 10^6 = 21 \cdot 10^6 \Leftrightarrow R^1 = \frac{21}{4} = 5,25 \xrightarrow{\text{ακέραιος}} \underline{R^1 = 5}$$

$$\cdot (SNR)_{0,9}^{-1} = \frac{12\sigma_{X^2}}{\Delta^2} = \frac{12 \cdot \frac{10}{3}}{\left(\frac{V_{pp}}{2^{R^1}}\right)^2} = \frac{4 \cdot 10}{\left(\frac{8}{32}\right)^2} = \frac{40}{\frac{1}{16}} = 16 \cdot 40 \Leftrightarrow \underline{(SNR)_{0,9}^{-1} = 640}$$

$$\text{Apa } 10 \log \frac{(SNR)_{0,9}^{-1}}{(SNR)_{0,9}} = 10 \log \frac{640}{10} = 10 \log 64 \boxed{= 18,06 \text{ dB}} \text{ αύξηση}$$

### Θέμα 4ο (35)

Ένα σήμα πληροφορίας  $x(t)$  μοντελοποιείται σαν δείγμα μιας τυχαίας διαδικασίας με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που δίνεται στο Σχήμα 2. Το σήμα εισάγεται σε ομοιόμορφο κβαντιστή τύπου mid-rise, ο οποίος καλύπτει όλο το εύρος τιμών του σήματος. Η έξοδος του κβαντιστή είναι κωδικολέξη αποτελουμένη από  $R = 2$  bits. Θεωρείται ότι το σφάλμα κβάντισης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στο διάστημα  $[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}]$ , όπου  $\Delta$  είναι το βήμα κβάντισης.



Σχήμα 2: Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_x(x)$ .

α-10) Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου  $\alpha$ .

β-10) Να υπολογισθεί η σηματοθορυβική σχέση κβάντισης.

γ-7) Να βρεθεί η πιθανότητα κάποιο λαμβανόμενο δείγμα να πέσει σε ένα από τα δύο εξωτερικά επίπεδα κβάντισης.

δ-8) Το κανάλι μετάδοσης έχει χωρητικότητα  $21 \text{Mbps}$  και η συχνότητα δειγματοληψίας ισούται με  $4 \cdot 10^6 \text{ samples/sec}$ . Χρησιμοποιείται ένας νέος κβαντιστής με κωδικολέξη αποτελουμένη από  $R'$  bits, ώστε να αξιοποιείται προκύπτει από τη χρήση του νέου κβαντιστή σε σχέση με τον κβαντιστή της εκφώνησης.

α) Στην έξοδο έχουμε:

$$y_1(t) = \underbrace{A_{cm}(t) \cos(2\pi f_c t)}_{AM-DSB-SC} \cdot \cos\left(2\pi f_c t + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} A_{cm}(t) \left[ \cos\left(4\pi f_c t + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} A_{cm}(t) \left[ \cos\left(4\pi f_c t + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y_1(t) = \underbrace{\frac{1}{2} A_{cm}(t) \cos\left(4\pi f_c t + \frac{\pi}{4}\right)}_{(1)} + \frac{\sqrt{2}}{4} A_{cm}(t) \xrightarrow[\text{ψεύτικός}\\ \text{όπος (1)}]{LPF} y_1'(t) = \frac{\sqrt{2}}{4} A_{cm}(t)$$

• Στην διανική περίπτωση έχουμε:  $y_2(t) = A_{cm}(t) \cos^2(2\pi f_c t) = \frac{1}{2} A_{cm}(t) \cdot (1 + \cos(4\pi f_c t)) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow y_2(t) = \frac{1}{2} A_{cm}(t) + \underbrace{\frac{1}{2} A_{cm}(t) \cdot \cos(4\pi f_c t)}_{(2)} \xrightarrow[\text{ψεύτικός}\\ \text{όπος (2)}]{LPF} y_2'(t) = \frac{1}{2} A_{cm}(t)$$

$$\text{Αρ} \quad P_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |y_1'(t)|^2 dt = \frac{1}{16} A_{cm}^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |m(t)|^2 dt = \frac{1}{8} A_{cm}^2 \cdot P_m$$

$$\text{Και} \quad P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |y_2'(t)|^2 dt = \frac{1}{4} A_{cm}^2 P_m$$

$$\text{Οπότε} \quad 10 \log \frac{P_1}{P_2} = 10 \log \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = 10 \log \frac{1}{2} = -3 \text{dB} \quad (\wedge)$$

β) Η διότι θα έχουμε υπερδιαμόρφωση ( $\mu > 1$ )

γ) Η διαμόρφωση FM δεν είναι γραμμική διαδικασία (δεν ισχεί η αρχή της υπέρθεσης)

Θέμα 1ο(15)

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) και να δικαιολογήσετε σύντομα τις απαντήσεις σας.

α-5) Ένα σήμα διαμορφωμένο κατά AM-DSB-SC εισάγεται σε έναν σύμφωνο αποδιαμορφωτή. Αν το φέρον του τοπικού ταλαντωτή του σύμφωνου αποδιαμορφωτή παρουσιάζει απόκλιση φάσης ίση με  $\phi = 45^\circ$ , σε σχέση με το φέρον της διαμόρφωσης, η ισχύς στην έξοδο του αποδιαμορφωτή είναι υποβαθμισμένη κατά 5 dB σε σχέση με την ιδανική περίπτωση.

β-5) Για ένα AM-DSB-TC διαμορφωμένο σήμα με την συνθήκη  $A_c < |m(t)|, \forall t$ , ο ανιχνευτής περιβάλουσας είναι ο απλούστερος τρόπος αποδιαμόρφωσης.

γ-5) Έστω ότι το σήμα πληροφορίας  $m(t)$  που προκύπτει από την άθροιση δύο σημάτων  $m_1(t)$  και  $m_2(t)$ , βρίσκεται στην έξοδο ενός FM διαμορφωτή. Η έξοδος του διαμορφωτή είναι ίση με

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t)$$

όπου  $s_1(t)$  και  $s_2(t)$  είναι οι έξοδοι του διαμορφωτή όταν οι έξοδοι είναι  $m_1(t)$  και  $m_2(t)$ , αντίστοιχα.

$$\alpha) \quad y(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi(f_c + f_0)t) \quad , \text{ αρι}$$

$$Y(f) = X(f) * \frac{1}{2} [\delta(f + f_c + f_0) + \delta(f - f_c - f_0)]$$

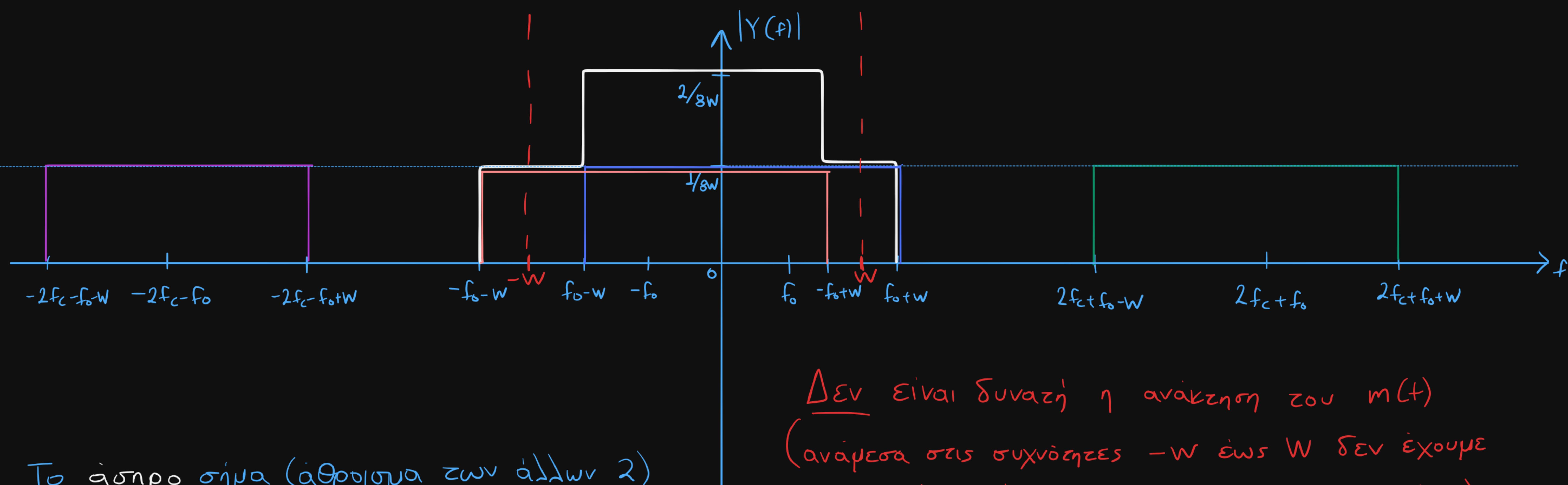
$$= \frac{1}{2} X(f + f_c + f_0) + \frac{1}{2} X(f - f_c - f_0)$$

$$\text{όπου } X(f) = M(f) * \frac{1}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)]$$

$$= \frac{1}{2} M(f + f_c) + \frac{1}{2} M(f - f_c)$$

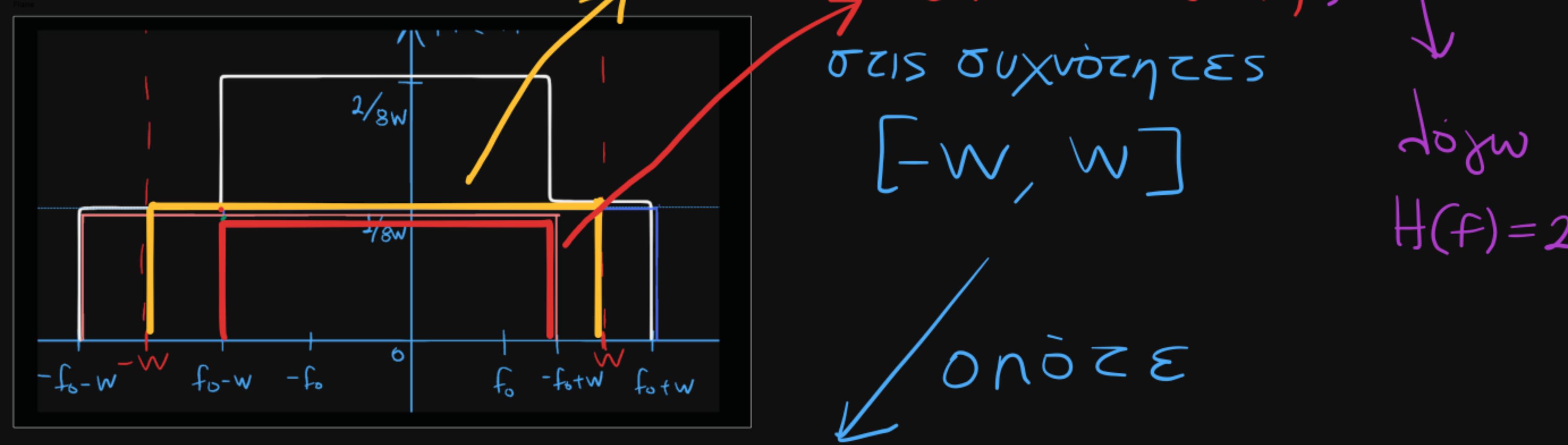
$$\Leftrightarrow M(f) = \frac{1}{2W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) \quad X(f) = \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f+f_c}{2W}\right) + \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f-f_c}{2W}\right)$$

$$\text{οπότε } Y(f) = \underbrace{\frac{1}{8W} \Pi\left(\frac{f+2f_c+f_0}{2W}\right)}_{-\infty < f < -f_0-W} + \underbrace{\frac{1}{8W} \Pi\left(\frac{f+f_0}{2W}\right)}_{-f_0-W < f < -f_0} + \underbrace{\frac{1}{8W} \Pi\left(\frac{f-f_0}{2W}\right)}_{-f_0 < f < f_0} + \underbrace{\frac{1}{8W} \Pi\left(\frac{f-2f_c-f_0}{2W}\right)}_{f_0 < f < \infty}$$



Το άσημο σήμα (άθροισμα των διώνυ 2)

γράφεται και  $\left( \frac{1}{8W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) + \frac{1}{8W} \Pi\left(\frac{f}{-2f_0+2W}\right) \right) \cdot 2$



ΔΕΥ Είναι δυνατή η ανάκτηση του  $m(t)$   
(ανάμεσα στις συντονήσεις  $-W$  έως  $W$  δεν έχουμε συστηματική γέφυρα, δεν έχουμε δηλ.  $\text{rect}(f/2W)$ )

$$\beta). \text{Έχουμε } M'(f) = \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) + \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f}{-2f_0+2W}\right)$$

$$\text{οπότε } Z(f) = M(f) - M'(f) = \frac{1}{2W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) - \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) - \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f}{2W-2f_0}\right) = \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) - \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f}{2W-2f_0}\right)$$

$$\text{Άρα } E = \int_{-\infty}^{+\infty} |Z(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{16W^2} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) - 2 \cdot \frac{1}{4W} \cdot \frac{1}{4W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) \cdot \Pi\left(\frac{f}{2W-2f_0}\right) + \frac{1}{16W^2} \Pi\left(\frac{f}{2W-2f_0}\right) df =$$

$$= \int_{-W}^W \frac{1}{16W^2} df - \int_{f_0-W}^{-f_0+W} \frac{1}{8W^2} df + \int_{f_0-W}^{-f_0+W} \frac{1}{16W^2} df = \frac{1}{16W^2} \left[ f \right]_W^{-W} - \frac{1}{16W^2} \left[ f \right]_{f_0-W}^{-f_0+W} = \frac{2W}{16W^2} - \frac{-2f_0+2W}{16W^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{8W} + \frac{f_0-W}{8W^2} = \frac{1}{16W} \Leftrightarrow \frac{f_0-W}{8W^2} = -\frac{1}{16W} \Leftrightarrow \frac{f_0-W}{W} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -2f_0+2W=W \Leftrightarrow f_0 = \frac{W}{2}$$

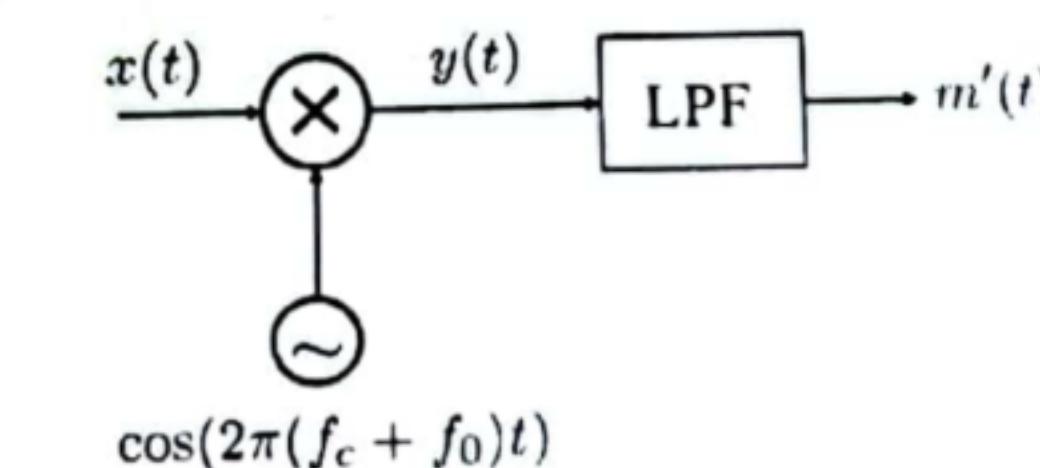
### Θέμα 20 (25)

Δίνεται το διάμορφωμένο κατά AM-DSB-SC σήμα

$$x(t) = m(t) \cos(2\pi f_c t),$$

όπου  $m(t) = \text{sinc}(2Wt)$  είναι το μήνυμα πληροφορίας και  $f_c$  η συχνότητα φέροντος, με  $f_c \gg W$ . Για την απόδοση μόρφωσης του  $x(t)$ , έχετε στη διάθεση σας τη διάταξη του Σχήματος 1. Για τη συχνότητα  $f_0$ , ισχύει  $f_0 \in (0, W)$  Η απόκριση συχνότητας του χαμηλούτερου φίλτρου (LPF) δίνεται ως

$$H(f) = \begin{cases} 2, & |f| \leq W \\ 0, & \text{αλλού.} \end{cases}$$



Σχήμα 1: Διάταξη αποδιάμορφωσής

α-15) Υπολογίστε αναλυτικά και σχεδιάστε το φάσμα  $Y(f)$ . Είναι δυνατή η ανάκτηση του  $m(t)$  στην έξοδο **ου αποδιάμορφωσής;**

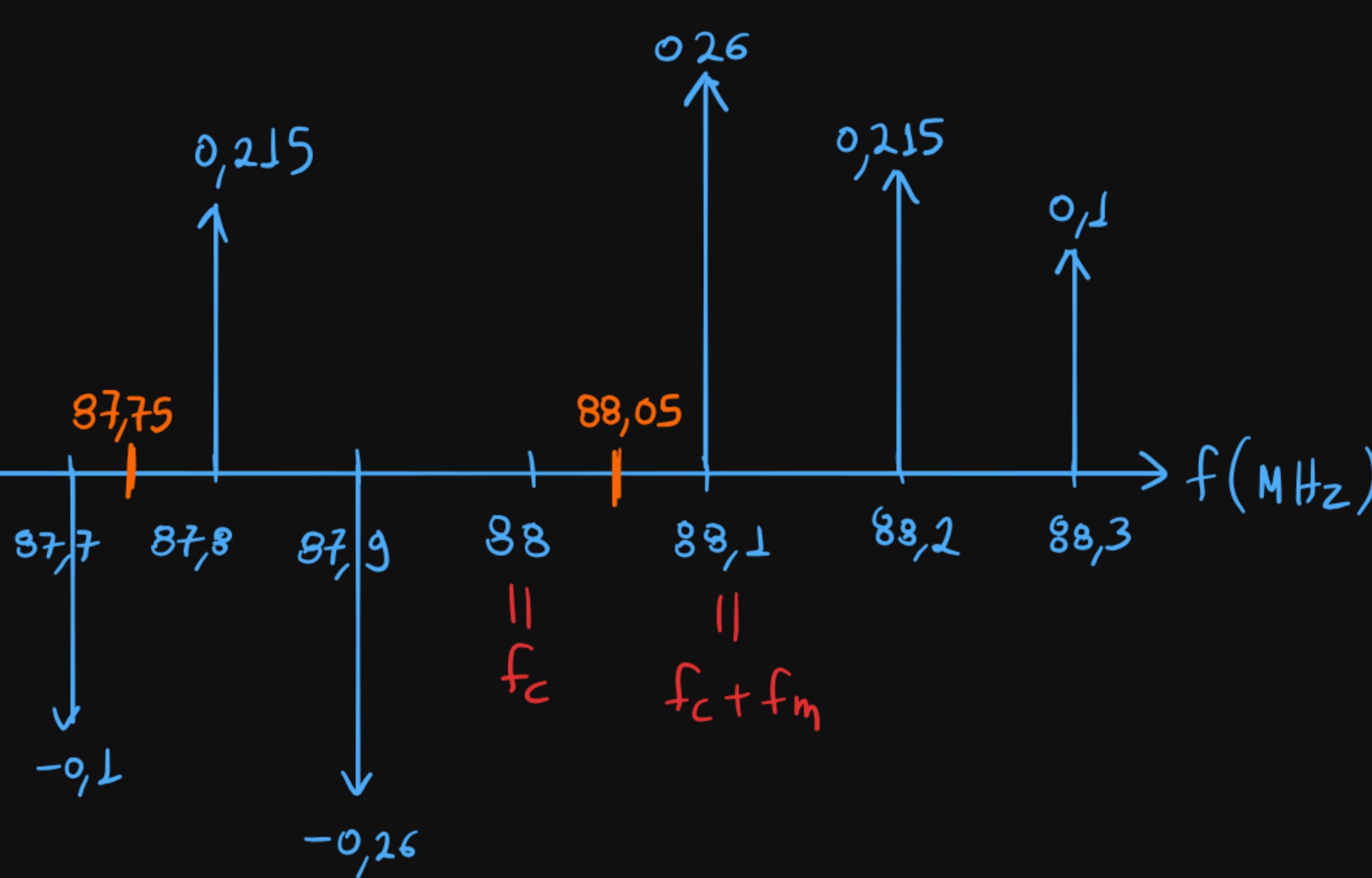
β-10) Θεωρήστε το σήμα  $z(t) = m(t) - m'(t)$ , όπου  $m'(t)$  το σήμα στην έξοδο του αποδιάμορφωσής. Η **ενέργεια** του σήματος  $z(t)$  ισούται με  $\frac{1}{16W}$  (Joule). Υπολογίστε τη συχνότητα  $f_0$ .

a) • Μηδενική ισχύς  $\rightarrow$  Μηδενικό μάτιο  $(J_0(\beta) = 0)$

Άρα απίστοι πίνακα τιμών  $J_n$  βρίσκουμε  $\boxed{\beta = 2,41}$

$$\bullet B = 2W(\beta + 1) = 2 \cdot 10^5 (2,41 + 1) \Leftrightarrow \boxed{B = 682 \text{ kHz}}$$

$X(f)$



### Θέμα 3ο (30)

Δίνεται το σήμα πληροφορίας  $m(t) = \cos(2\pi 10^5 t)$ . Το σήμα  $m(t)$  διαμορφώνεται κατά FM από φέρον μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας 88MHz.

α-10) Για το διαμορφωμένο σήμα γνωρίζουμε ότι η συνιστώσα που βρίσκεται στη συχνότητα φέροντος έχει μηδενική ισχύ, ενώ όλες οι συνιστώσες εκ των δεξιών αυτής, έχουν θετικό πλάτος. Προσδιορίστε το δείκτη διαμόρφωσης, το ενεργό εύρος ζώνης και σχεδιάστε το φάσμα του διαμορφωμένου σήματος εντός του ενεργού εύρους ζώνης.

β-10) Ένα σήμα βασικής ζώνης  $g$  με εύρος ζώνης  $B_g = 0.25\text{MHz}$ , διαμορφώνεται κατά AM με συχνότητα φέροντος 60MHz. Το AM σήμα εκπέμπεται ταυτόχρονα με το FM σήμα του ερωτήματος α). Για την αποδιαμόρφωση του AM σήματος, χρησιμοποιείται υπερετερόδυνος δέκτης με συχνότητα τοπικού ταλαντωτή  $f_t = 74\text{MHz}$ , έγχυση υψηλής ζώνης, και σταθερό RF φίλτρο εισόδου με ζώνη διέλευσης 50MHz - 88.05MHz. Να υπολογιστεί η συνολική ισχύς του FM σήματος που παρεμβάλει το διαμορφωμένο κατά AM σήμα.

γ-10) Το σήμα  $m(t)$  διαμορφώνεται κατά FM στενής ζώνης (NBFM) από φέρον μοναδιαίου πλάτους, συχνότητας  $f_c$  και δείκτη διαμόρφωσης  $\beta$ . Προσδιορίστε τη περιβάλλουσα του NBFM σήματος συναρτήσει του  $\beta$  και υπολογίστε τον λόγο της μεγίστης τιμής προς την ελάχιστη τιμή της περιβάλλουσας. Επιπλέον, υπολογίστε την ισχύ του NBFM σήματος. Ικανοποιείται η ιδιότητα της σταθερής ισχύος των FM σημάτων;

$$\left( \begin{array}{l} \text{• Ήψης υπολογίζεται από } \frac{Ac J_k(\beta)}{2} = \frac{J_k(2,41)}{2} \\ \text{• Πρόσημη των } J_{-k} \text{ από } \text{zùno } 4.152 \end{array} \right)$$

β) • Ερχομένη υψηλής ζώνης:  $f_i = f_c + f_{IF} \Leftrightarrow 74 = 60 + f_{IF} \Leftrightarrow f_{IF} = 14\text{MHz}$

$$\bullet f_{i,\min} = f_c - W + 2f_{IF} = 60 - 0,25 + 2 \cdot 14 \Leftrightarrow f_{i,\min} = 87,75\text{ MHz}$$

$$\bullet f_{i,\max} = f_c + W + 2f_{IF} = 60 + 0,25 + 2 \cdot 14 \Leftrightarrow f_{i,\max} = 88,25\text{ MHz}$$

• Από το εύρος  $[87,75, 88,25]$  θα περάσουν μόνο οι συχνότητες  $\underbrace{[87,75, 88,05]}$  λόγω του RF φίλτρου

$$\text{Από } P_{FM} = \frac{1}{2} Ac^2 [J_0^2(\beta) + J_1^2(\beta) + J_2^2(\beta)] = \frac{1}{2} \cdot 1^2 [0^2 + 0,52^2 + 0,43^2] \Leftrightarrow \boxed{P_{FM} = 0,227 \text{ W}}$$

$$\gamma) \cdot \varphi(t) = 2n k_f \int_{-\infty}^t m(z) dz = 2n \frac{\beta \cdot f_m}{\alpha} \int_{-\infty}^t \cos(2n 10^5 z) dz = 2n \cdot \frac{\beta \cdot 10^5}{1} \frac{1}{2n 10^5} [\sin(2n 10^5 z)]_{-\infty}^t \Leftrightarrow \varphi(t) = \beta \sin(2n 10^5 t)$$

$$\bullet \text{NBFM διαμόρφωση: } X(t) = \underbrace{\cos(2n f_c t)}_{\downarrow} - \underbrace{\beta \sin(2n 10^5 t)}_{\cdot \sin(2n f_c t)} \cdot \sin(2n f_c t) = \cos(2n f_c t) - \frac{\beta}{2} \cos(2n (10^5 - f_c) t) + \frac{\beta}{2} \cos(2n (10^5 + f_c) t)$$

$$\bullet \text{Περιβάλλουσα: } V(t) = \sqrt{1^2 + \beta^2 \sin^2(2n 10^5 t)}$$

$$\bullet \text{Για } \sin^2(2n 10^5 t) = 0 : V_{\min} = \sqrt{1} = 1$$

$$\bullet \text{Για } \sin^2(2n 10^5 t) = 1 : V_{\max} = \sqrt{1 + \beta^2}$$

$$\text{Από } \boxed{\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \sqrt{1 + \beta^2}}$$

$$\bullet \text{Ισχύς: } P = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |X(t)|^2 dt = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left[ \cos(2n f_c t) - \frac{\beta}{2} \cos(2n (10^5 - f_c) t) + \frac{\beta}{2} \cos(2n (10^5 + f_c) t) \right]^2 dt$$

$$= \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left[ \underbrace{\cos^2(2n f_c t)}_{=1} - \underbrace{2 \frac{\beta}{2} \cos(2n (10^5 - f_c) t) \cos(2n f_c t)}_{=0} + \underbrace{2 \frac{\beta}{2} \cos(2n (10^5 + f_c) t) \cos(2n f_c t)}_{=0} + \underbrace{\frac{\beta^2}{4} \cos^2(2n (10^5 + f_c) t)}_{= \frac{\beta^2}{4} T} \right] dt = \frac{\beta^2}{4} T$$

$$= \dots = \frac{1}{2T} \left( T + \frac{\beta^2}{4} T + \frac{\beta^2}{4} T \right) \Leftrightarrow P = \frac{1}{2} + \frac{\beta^2}{4} \quad \text{Για } \beta \ll 1 : P = \frac{1}{2} W = \frac{Ac^2}{2}$$

Από ναι διασημείζεται η διόρθωση της συναθερής ισχύος

$$\alpha) \cdot f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\frac{\alpha}{2} - (-\frac{\alpha}{2})}, & |x| \leq \frac{\alpha}{2} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}, & |x| \leq \frac{\alpha}{2} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

$$\Delta = \frac{V_{pp}}{2^R} = \frac{\frac{\alpha}{2} - (-\frac{\alpha}{2})}{2^R} \Leftrightarrow \Delta = \frac{\alpha}{2^R}$$

$$\sigma_X^2 = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} x^2 f_X(x) dx = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} x^2 \frac{1}{\alpha} dx = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\alpha} \cdot 2 \cdot \frac{\alpha^3}{24} \Leftrightarrow \sigma_X^2 = \frac{\alpha^2}{12}$$

$$\text{Αρχ} \quad (\text{SNR})_{o,q} = \frac{12\sigma_X^2}{\Delta^2} = \frac{12 \cdot \frac{\alpha^2}{12}}{\frac{\alpha^2}{2^{2R}}} \Leftrightarrow (\text{SNR})_{o,q} = 2^{2R}$$

$$\beta) \cdot 10 \log \frac{(\text{SNR})_{o,q}^1}{(\text{SNR})_{o,q}} = 15 \Leftrightarrow 10^{1.5} = \frac{(\text{SNR})_{o,q}^1}{(\text{SNR})_{o,q}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\text{SNR})_{o,q}^1 = 31,62 \cdot 2^{2R}$$

$$\cdot (\text{SNR})_{o,q}^1 = 2^{2R'} \Leftrightarrow 31,62 \cdot 2^{2R} = 2^{2R'} \Leftrightarrow \log_2 31,62 + 2R = 2R' \Leftrightarrow 5 + 2R = 2R' \Leftrightarrow R' = 2,5 + R$$

$\downarrow R \text{ ακεραίος}$

$$R' = 3 + R$$

$$\gamma) \cdot \Delta = \frac{V_{pp}}{L} = \frac{1 - (-1)}{L} \Leftrightarrow \Delta = \frac{2}{L}$$

$$\cdot |q(t_0)| = |x(t_0) - y_n| \Leftrightarrow o,1\Delta = |t_0 - (n - \frac{1}{2})\Delta| \Leftrightarrow o,1\Delta = |t_0 - n\Delta + \frac{1}{2}\Delta|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_0 = \Delta(o,1 + n - \frac{1}{2}) \\ t_0 = \Delta(-o,1 + n - \frac{1}{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_0 = \frac{2}{L}(n - o,4) \\ t_0 = \frac{2}{L}(n - o,6) \end{cases}$$

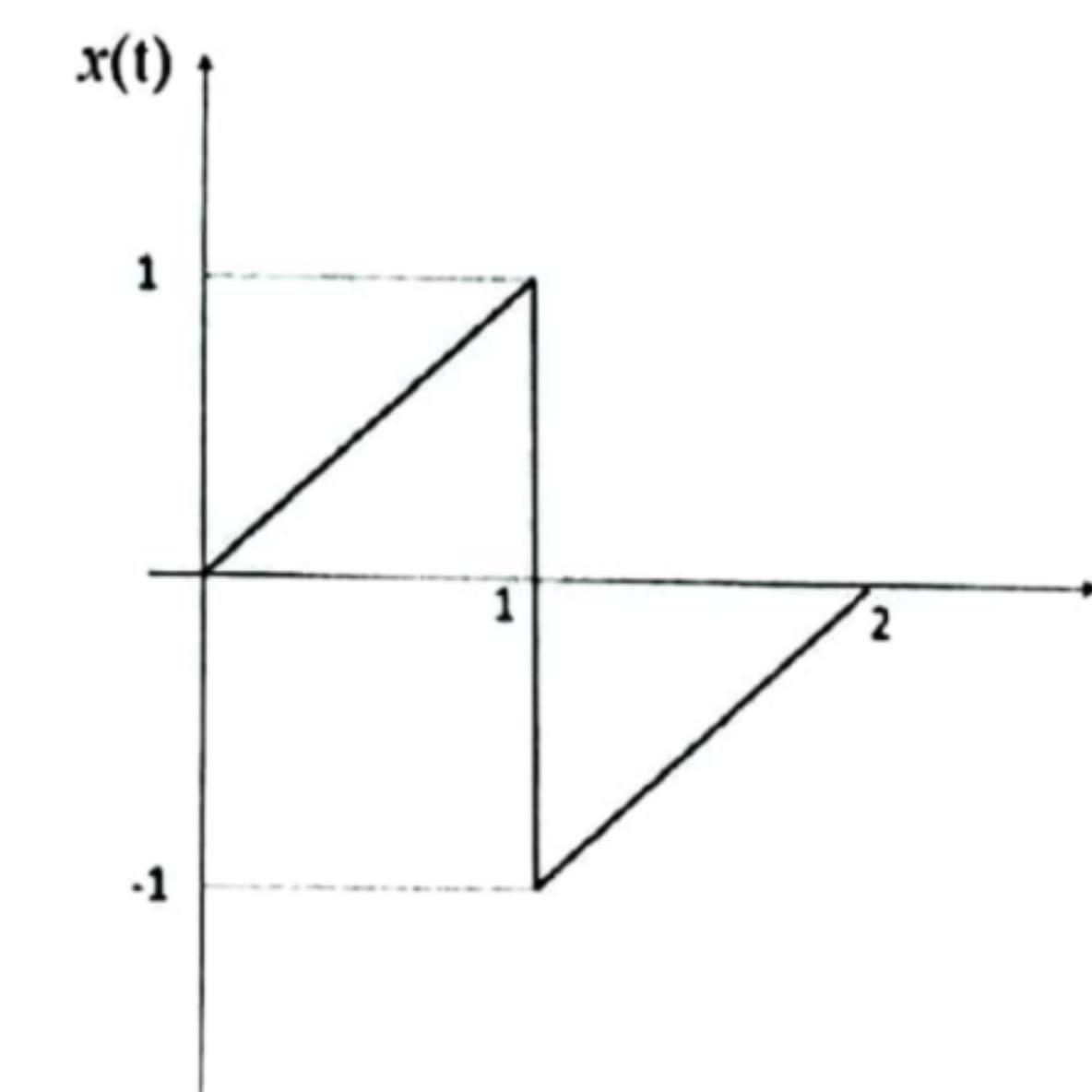
Θέμα 4ο (30)

Δίνεται σήμα πληροφορίας, του οποίου τα δείγματα ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}]$ . Το σήμα εισάγεται σε έναν ομοιόμορφο χβαντιστή, του οποίου η έξοδος είναι κωδικολέξη αποτελούμενη από  $R$  bits. Θεωρήστε ότι το σφάλμα χβαντισης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στο διάστημα  $[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}]$ , όπου  $\Delta$  το βήμα χβαντισης.

$\alpha$ -10) Αποδείξτε ότι η σηματοθορυβική σχέση χβαντισης ισούται με  $2^{2R}$ .

$\beta$ -10) Το σήμα πληροφορίας εισάγεται σε έναν νέο ομοιόμορφο χβαντιστή, του οποίου η έξοδος είναι κωδικολέξη αποτελούμενη από  $R'$  bits. Απαιτείται η σηματοθορυβική σχέση χβαντισης για τον νέο χβαντιστή να είναι τουλάχιστον κατά 15dB αυξημένη από αυτήν του χβαντιστή στο ερώτημα α). Υπολογίστε τον αριθμό των επιπλέον bits που θα πρέπει να περιέχει η κωδικολέξη του νέου χβαντιστή, σε σχέση με την κωδικολέξη του χβαντιστή στο ερώτημα α).

$\gamma$ -10) Το σήμα  $x(t)$  του Σχήματος 2, εισάγεται σε έναν ομοιόμορφο χβαντιστή τύπου mid-rise, του οποίου η έξοδος αποτελείται από  $L$  επίπεδα χβαντισης. Για το διάστημα  $t \in [0, 1]$ , προσδιορίστε όλες τις χρονικές στιγμές, ως συνάρτηση του  $L$ , για τις οποίες το απόλυτο σφάλμα χβαντισης ισούται με  $0.1\Delta$ .



Σχήμα 2

$$\begin{cases} 0,1\Delta = t_0 - n\Delta + \frac{1}{2}\Delta, & t_0 \geq (n - \frac{1}{2})\Delta \\ \vdots \\ 0,1\Delta = -t_0 + n\Delta - \frac{1}{2}\Delta, & t_0 < (n - \frac{1}{2})\Delta \end{cases}$$

Για κάθε  $n \in (0, \frac{L}{2}]$  τ.ω.  $t_0 \leq 1$   
( $n \in \mathbb{Z}$ )

# Λύσεις Ιουνίου 2022

a) Λάθος (?), όχι πάντα

b) Σωσό, ςo φίλαρo IF ενιοχήει την επιλεκτικότητα.

$$\gamma) \text{ Λάθος, } B = 2W(\beta + 1) = 2W(2,5 + 1) \\ = 7W > 5W$$

δ) Σωσό, ςo βασικά λεσευετήματα των AM δεκτών είναι το χαρηλό κόσος και η ελλειψη πολυπλοκότητας.

## Θέμα 1ο (20)

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) και να δικτυολογήσετε σύντομα τις απαντήσεις σας.

- α-5) Για τη δημιουργία ενός σήματος ΑΜ, χρησιμοποιείται πάντα ένα μη-γραμμικό στοιχείο που αποτελείται από μία δίοδο σε σειρά με πυκνωτή.
- β-5) Η λειτουργία ενός υπερετερόδυνου δέκτη απηρίζεται στη χρησιμοποίηση ενός ζωνοπερατού φίλτρου με μηνύτη επιλεκτικότητα.
- γ-5) Το εύρος ζώνης ενός σήματος FM με δεκτη διαμόρφωσης (σo 2.5 μπορεί να περιοριστεί χωρίς απόστρα πληροφορίας με τη χρήση ενός ζωνοπερατού φίλτρου με εύρος ζώνης 5W, όπου W το εύρος ζώνης του μηνύματος πληροφορίας.
- δ-5) Η μεγάλη εξάπλωση των DSB-AM-TC ραδιοδεκτών οφείλεται στη χαμηλή πολυπλοκότητα της υλοποίησής τους.

$$\text{a). } \log \frac{P_m}{P_c} = -1,9382 \Leftrightarrow \frac{P_m}{P_c} = 0,64 \Leftrightarrow P_m = 0,64 P_c$$

$$\Leftrightarrow \frac{\alpha^2}{2} = 0,64 \frac{A_c^2}{2} \Leftrightarrow \alpha = 0,8 A_c$$

$$\cdot \mu = \frac{|m(t)|}{A_c} = \frac{\alpha}{A_c} \Leftrightarrow \frac{0,8 A_c}{A_c} \Leftrightarrow \boxed{\mu = 0,8}$$

$$\cdot \eta = \frac{P_m}{A_c^2 + P_m} = \frac{\frac{\alpha^2}{2}}{A_c^2 + \frac{\alpha^2}{2}} = \frac{\alpha^2}{2A_c^2 + \alpha^2} = \frac{\frac{\alpha^2}{2}}{2 + \frac{\alpha^2}{A_c^2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \eta = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2} = \frac{0,64}{0,64 + 2} \Leftrightarrow \boxed{\eta = 0,242}$$

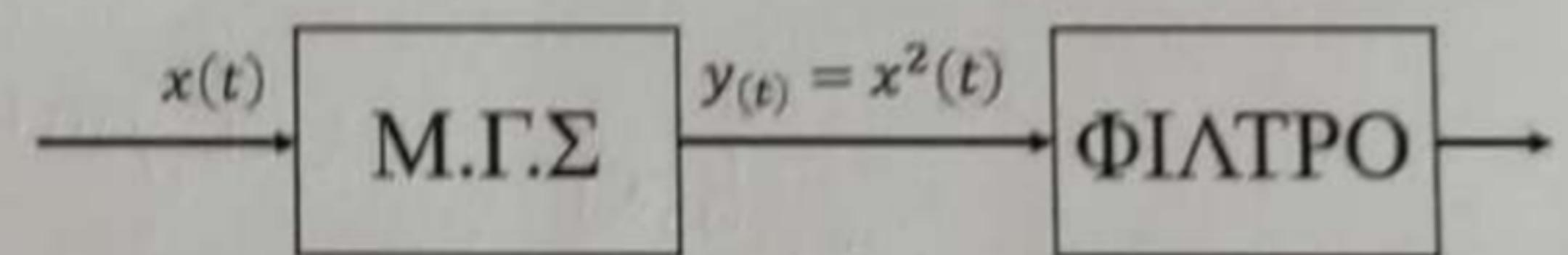
Θέμα 2ο (30)

Το σήμα πληροφορίας  $m(t) = a \cos(2\pi f_0 t)$  διαμορφώνεται κατά DSB-AM-TC με φέροντος πλάτους  $A_c$  και συχνότητας  $f_0$ .

α-5) Ο λόγος της ισχύος του μηνύματος πληροφορίας προς την ισχύ του φέροντος ισούται με  $-1.9382$  dB. Να υπολογιστεί ο δείκτης διαψιδρωσης και ο συντελεστής ισχύος.

β-5) Το πλάτος του φέροντος μεταβάλλεται με τέτοιο τρόπο, ώστε το διαμορφωμένο σήμα να μπορεί οριακά να αποδιαιρθεί με την χρήση ενός ανιχνευτή περιβάλλουσας. Να υπολογιστεί η σχέση μεταξύ της νέας ισχύος του φέροντος και αυτής του ( $\alpha$ ) ερωτήματος.

Για την αποδιαιρθρωση του διαμορφωμένου κατά DSB-AM-TC σήματος  $x(t)$  χρησιμοποιείται η διάταξη του σχήματος, όπου Μ.Γ.Σ. είναι ένα μη γραμμικό στοιχείο με χαρακτηριστική εξόδου-εισόδου  $y(t) = x^2(t)$ .



Σχήμα 1: Διάταξη αποδιαιρθρωτή.

γ-15) Να υπολογιστεί αναλυτικά και να σχεδιασθεί το φάσμα  $Y(f)$  στην έξοδο του Μ.Γ.Σ..

δ-5) Να προσδιοριστεί το φίλτρο και τα χαρακτηριστικά του, ώστε η αποδιαιρθρωση να είναι επιτυχής.

β) Για οριακή αποδιαιρθρωση ( $\mu=1$ ) έχουμε  $\underline{A_c' = \alpha}$ , οπότε  $P_c' = \frac{A_c'^2}{2} = \frac{\alpha^2}{2}$  και  $P_c = \frac{A_c^2}{2} = \frac{\alpha^2}{2 \cdot 0,64}$

$$\delta_{\eta \downarrow \alpha \delta \eta} \quad \frac{P_c'}{P_c} = \frac{\frac{\alpha^2}{2}}{\frac{\alpha^2}{2 \cdot 0,64}} = 0,64 \Leftrightarrow \boxed{P_c' = 0,64 P_c} \quad (\text{δογκή η μείωση αφού έχουμε ήτο "αδύναμο" φέροντα})$$

$$\gamma) \cdot y(t) = (A_c + m(t))^2 \cos^2(2\pi f_c t) = (A_c + a \cos(2\pi f_0 t))^2 \cos^2(2\pi f_c t) =$$

$$= [A_c^2 + 2A_c a \cos(2\pi f_0 t) + a^2 \cos^2(2\pi f_0 t)] \cdot \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(4\pi f_c t) \right] =$$

$$= \frac{A_c^2}{2} + \frac{A_c^2}{2} \cos(4\pi f_c t) + A_c a \cos(2\pi f_0 t) + A_c a \cos(2\pi f_0 t) \cos(4\pi f_c t) + \frac{a^2}{2} \cos^2(2\pi f_0 t)$$

$$+ \frac{a^2}{2} \cos^2(2\pi f_0 t) \cos(4\pi f_c t)$$

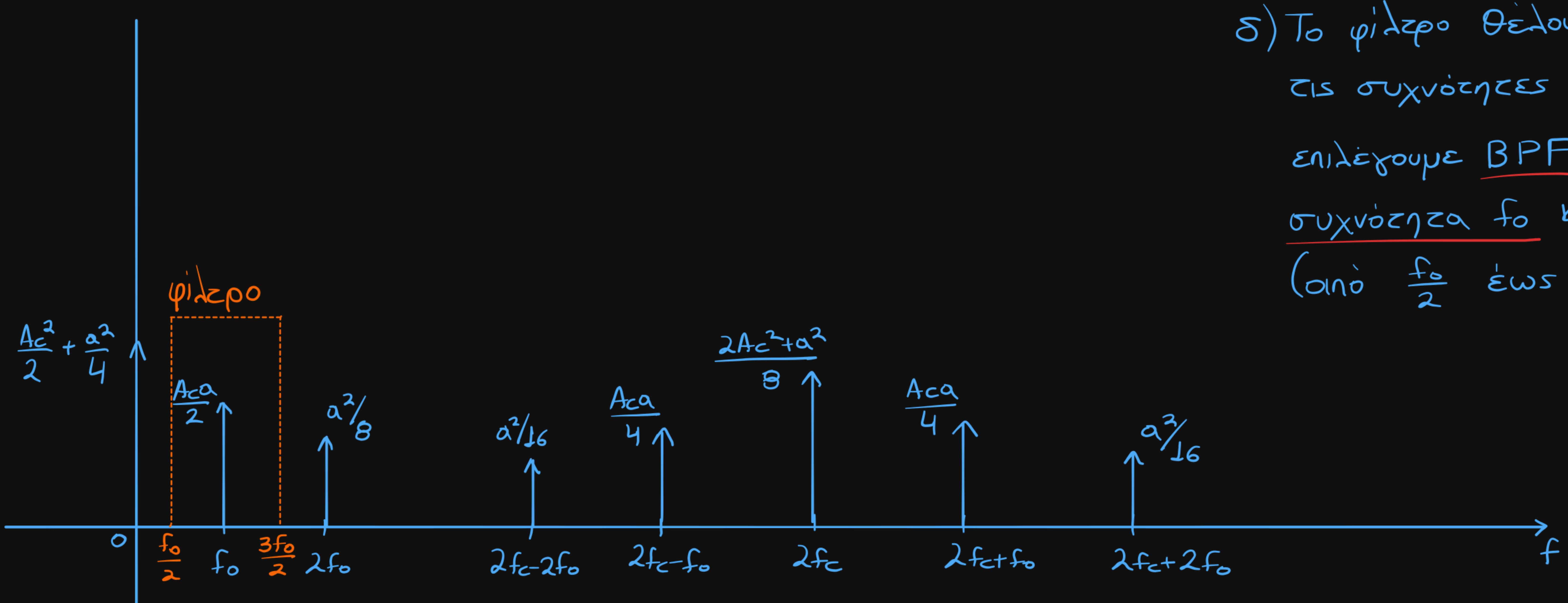
$$= \underbrace{\frac{A_c^2}{2}}_{+} + \underbrace{\frac{A_c^2}{2} \cos(4\pi f_c t)}_{+} + \underbrace{A_c a \cos(2\pi f_0 t)}_{+} + \underbrace{\frac{A_c a}{2} \cos(2\pi(2f_c - f_0)t)}_{+} + \underbrace{\frac{A_c a}{2} \cos(2\pi(2f_c + f_0)t)}_{+}$$

$$+ \underbrace{\frac{a^2}{4}}_{+} + \underbrace{\frac{a^2}{4} \cos(4\pi f_c t)}_{+} + \underbrace{\frac{a^2}{4} \cos(4\pi f_c t)}_{+} + \underbrace{\frac{a^2}{8} \cos(2\pi(2f_c + 2f_0)t)}_{+} + \underbrace{\frac{a^2}{8} \cos(2\pi(2f_c - 2f_0)t)}_{+}$$

$$\cdot Y(f) = \underbrace{\left( \frac{A_c^2}{2} + \frac{a^2}{4} \right) \delta(f)}_{+} + \underbrace{\frac{2A_c^2 + a^2}{8} \delta(f \pm 2f_c)}_{+} + \underbrace{\frac{A_c a}{2} \delta(f \pm f_0)}_{+} + \underbrace{\frac{a^2}{8} \delta(f \pm 2f_0)}_{+}$$

$$+ \underbrace{\frac{A_c a}{4} \delta(f \pm (2f_c - f_0))}_{+} + \underbrace{\frac{A_c a}{4} \delta(f \pm (2f_c + f_0))}_{+} + \underbrace{\frac{a^2}{16} \delta(f \pm (2f_c + 2f_0))}_{+} + \underbrace{\frac{a^2}{16} \delta(f \pm (2f_c - 2f_0))}_{+}$$

δ) Το φίλτρο θέλουμε να κρατήσει τις συχνότητες  $\pm f_0$  οπότε επιλέγουμε BPF με κεντρική συχνότητα  $f_0$  και εύρος  $f_0$  (οπότε  $\frac{f_0}{2}$  έως  $\frac{3f_0}{2}$ )



$$a) \cdot \beta = \frac{K_f \max|m(t)|}{f_m} = \frac{96 \cdot 10^3 \cdot \alpha}{6 \cdot 10^3} \Leftrightarrow \underline{\beta = 16\alpha}$$

$$\cdot B = 2f_m(\beta + 1) = 2 \cdot 6 \cdot 10^3 (16\alpha + 1)$$

$$\Leftrightarrow B = 12 \cdot 10^3 (16\alpha + 1)$$

$$\cdot \text{Πρέπει } B = 0,8 \cdot 75 \text{ kHz} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12(16\alpha + 1) = 60 \Leftrightarrow 16\alpha + 1 = 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\alpha = 0,25}$$

$$\beta \cdot N = 2 \lfloor \beta \rfloor + 3 = 2 \lfloor 16 \cdot 0,25 \rfloor + 3 = 2 \lfloor 4 \rfloor + 3 \Leftrightarrow \boxed{N = 11} \text{ αρμονικές σε συχνότητες } f_c + k f_m \\ (k = 0, 1, \dots, 5 \text{ σε έναρξη εύρος } j_0)$$

$$\gamma \cdot P = \frac{1}{2} A_c^2 \left[ J_0^2(4) + J_1^2(4) + J_2^2(4) \right] = \frac{A_c^2}{2} \left[ 0,16 + 5 \cdot 10^{-3} + 0,1296 \right] \Leftrightarrow P \simeq \underline{\frac{A_c^2}{2} \cdot 0,3}$$

$$\text{Όποιες αφού } P_{0,1} = \frac{A_c^2}{2}, \text{ τότε } \frac{P}{P_{0,1}} \cdot 100\% = 0,3 \cdot 100\% = \boxed{30\%}$$

To ποσοστό δευτεράρια θα αλλάξει αν επιλέξουμε  $A_c' = 2A_c$

Θέμα 3ο (25)

Έστω σήμα πληροφορίας

$$m(t) = \alpha \cos(2\pi 6 \times 10^3 t),$$

το οποίο διαμορφώνεται χατά FM με ευαισθησία συχνότητας 96 KHz/V, από φέρον συχνότητας  $f_c = 1$  MHz και πλάτους  $A_c$ . Το διαμορφωμένο σήμα μεταδίδεται από χανάλι εύρους 75 KHz.

α-8) Να βρεθεί το πλάτος α του σήματος πληροφορίας ώστε το διαμορφωμένο σήμα να καλύπτει το 80% του διαθέσιμου εύρους ζώνης.

β-7) Να βρεθεί ο αριθμός των αρμονικών στο ενεργό εύρος ζώνης, σύμφωνα με το ερώτημα α) και να προσθιοφυτθεί η συχνότητα τους.

γ-10) Να υπολογιστεί το ποσοστό της συνολικής ισχύος του διαμορφωμένου σήματος που εμπεριέχεται στη συλλογή της συχνότητας φέροντος και στις δύο συνιστώσες εκ δεξιών αυτής. Πώς μεταβάλλεται το προηγούμενο ποσοστό εάν επιλεχθεί νέο πλάτος φέροντος που ισούται με  $A'_c = 2A_c$ ;

συχνότητα ζων. ζω.

a) Εχουμε εγχυση χαρμηλης Ιωνης (LSI) αφού  $f_L < f_c$

$$\bullet B_{eff} = 2f_m(\beta + 1) = 2 \cdot 3(5+1) \Leftrightarrow B_{eff} = 36 \text{ kHz}$$

• Για  $f_{IF_1} = 7 \text{ MHz}$  έχουμε:

$$\bullet f_{im,min_1} = \left| f_{cmin} - \frac{B_{eff}}{2} - 2f_{IF_1} \right| = \left| 88 - 0,018 - 2 \cdot 7 \right| \approx 74 \text{ MHz}$$

$$\bullet f_{im,max_1} = \left| f_{cmax} + \frac{B_{eff}}{2} - 2f_{IF_1} \right| = \left| 104 + 0,018 - 2 \cdot 7 \right| \approx 90 \text{ MHz}$$

δηλαδή οι σειραι 88-90MHz μπορεί να παρεμβάλουν  
και άλλους σειραι συγχρόνησης (π.χ. 100-104MHz)

• Για  $f_{IF_2} = 9 \text{ MHz}$  έχουμε:

$$\bullet f_{im,min_2} = \left| f_{cmin} - \frac{B_{eff}}{2} - 2f_{IF_2} \right| = \left| 88 - 0,018 - 2 \cdot 9 \right| \approx 70 \text{ MHz}$$

$$\bullet f_{im,max_2} = \left| f_{cmax} + \frac{B_{eff}}{2} - 2f_{IF_2} \right| = \left| 104 + 0,018 - 2 \cdot 9 \right| \approx 86 \text{ MHz}$$

Θέμα 4o (25)

Απαιτείται ο σχεδιασμός έναν υπερετερόδυνο δέκτη για λήψη ραδιοφωνικών σταθμών FM στην περιοχή συχνοτήτων 88 MHz - 104 MHz με δείκτη διαμόρφωσης ίσο με 5. Οι σταθμοί βρίσκονται σε συχνότητες φέροντας 88 MHz, 88.4 MHz, 88.8 MHz, 89.2 MHz, κτλ. Μετά το φίλτρο IF ποιολουθεί αποδιαμορφωτής FM ο οποίος είναι συντονισμένος στη συχνότητα  $f_{IF}$ . Το ηχητικό φάσμα θεωρείται ότι περιέχει συχνότητες στη βασική ζώνη από 300 Hz ως 3 kHz.

α-10) Είναι διαθέσιμα δύο φίλτρα, ένα με ενδιάμεση συχνότητα  $f_{IF1} = 7 \text{ MHz}$  και ένα με ενδιάμεση συχνότητα  $f_{IF1} = 9 \text{ MHz}$ . Θεωρώντας ότι η συχνότητα τοπικού ταλαντωτή είναι μικρότερη από τη συχνότητα φέροντας, να επιλεγεί το κατάλληλο από τα δύο φίλτρα.

β-10) Να υπολογιστεί το ελάχιστο και το μέγιστο δυνατό εύρος ζώνης του φίλτρου ενδιάμεσης συχνότητας.

γ-5) Αν κάθε φίλτρο εισάγει απώλειες 2 dB, οι ταλαντωτές εισάγουν απώλεια 5 dB και μετά από κάθε ταλαντωτή υπάρχει ενισχυτής με κέρδος 9 dB, να υπολογιστεί η στάθμη ισχύος σε Watt στην έξοδο του ΤΔ αν η στάθμη του σήματος στην είσοδο του δέκτη είναι -99 dBm.

Δεν υπάρχουν παρεμβολές αν επιλέξουμε  
το φίλτρο με  $f_{IF_2}$

β) • Το ελάχιστο εύρος είναι  $B_{min} = B_{eff,min} \xrightarrow{f_m=300 \text{ Hz}} B_{min} = 3,6 \text{ kHz}$

• Το μέγιστο εύρος είναι  $B_{max} = B_{eff,max} \xrightarrow{f_m=3 \text{ kHz}} B_{max} = 36 \text{ kHz}$

Σημείωση: Θελουμε όσο σο δυνατόν πιο  
μικρό εύρος Ιωνης έτσι ώστε να έχει πιο  
μικρή ισχύ ο θόρυβος και άρα θα έχουμε  
αυξημένο SNR.

γ) Έχουμε  $-99 - 3 \cdot 2 + (9-5) \cdot 2 = -99 - 6 + 8 = -97 = 10 \log\left(\frac{P}{10^{-3}}\right) \Leftrightarrow 10^{-9,7} = \frac{P}{10^{-3}} \Leftrightarrow P = 2 \cdot 10^{-13} \text{ W}$

3 φίλτρα:  
RF, IF, LPF

2 παλατωσεις:  
TT και παλατωση PLL

Σημείωση: Μάλλον η εκφωνηση είναι διάθος, οι ενισχυσεις είναι μετα των φίλτρων και όχι μετα των παλατωσεις.

# Λύσεις Ιουνίου 2021

a). Αφού  $\eta = \frac{1}{33}$ , οπότε  $\frac{1}{2} P_m = \frac{1}{33} P_{o1}$   
 και  $P_c = \frac{32}{33} P_{o1}$ , δηλαδή  $P_c = 16 P_m$

• Οπότε  $10 \log \frac{P_c}{P_m} = 10 \log \frac{16 P_m}{P_m} = 10 \log 16 = 12,04 \text{ dB}$

$$\left( \begin{array}{l} \beta' \text{ ερώτηση: } \eta = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2} \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{4}, \text{ οπότε } A_c = 4a \\ \text{και } 10 \log \frac{\frac{1}{2} A_c^2}{\frac{1}{2} a^2} = 10 \log 16 = 12,04 \text{ dB} \end{array} \right)$$

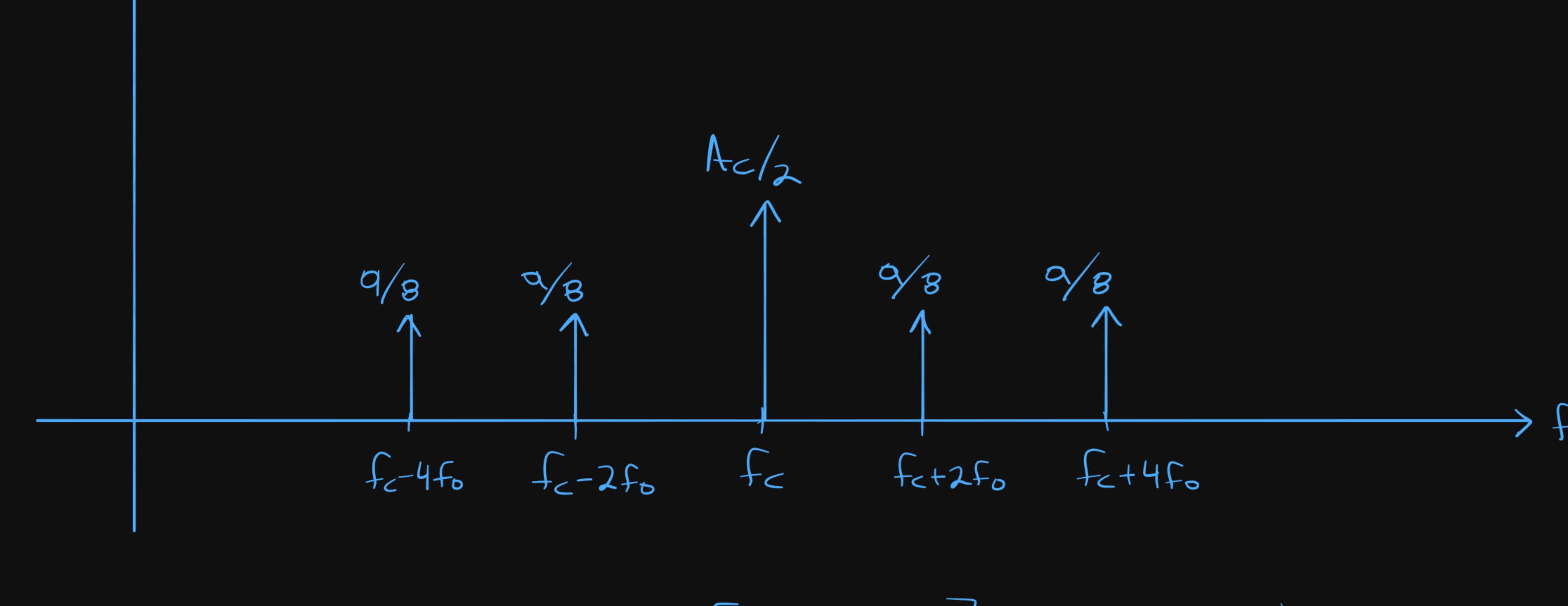
b). AM-DSB-TC:  $x(t) = [A_c + m(t)] \cos(2\pi f_c t) =$

$$= A_c \cos(2\pi f_c t) + a \underbrace{\cos(2\pi f_o t) \cos(2\pi 3f_o t)}_{\frac{1}{2} \cos(2\pi 2f_o t) + \frac{1}{2} \cos(2\pi 4f_o t)}$$

$$= A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{a}{2} \cos(2\pi 2f_o t) \cos(2\pi f_c t) + \frac{a}{2} \cos(2\pi 4f_o t) \cos(2\pi f_c t)$$

•  $X(f) = \frac{A_c}{2} \delta(f \pm f_c) + \frac{a}{8} \delta(f \pm 2f_o) * \delta(f \pm f_c) + \frac{a}{8} \delta(f \pm 4f_o) * \delta(f \pm f_c) \Leftrightarrow$

$$X(f) = \frac{A_c}{2} \left[ \delta(f + f_c) + \delta(f - f_c) \right] + \frac{a}{8} \left[ \delta(f + 2f_o + f_c) + \delta(f + 2f_o - f_c) + \delta(f - 2f_o + f_c) + \delta(f - 2f_o - f_c) \right] + \frac{a}{8} \left[ \delta(f + 4f_o + f_c) + \delta(f + 4f_o - f_c) + \delta(f - 4f_o + f_c) + \delta(f - 4f_o - f_c) \right]$$



c).  $y(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) = [A_c + m(t)] \cos^2(2\pi f_c t) =$

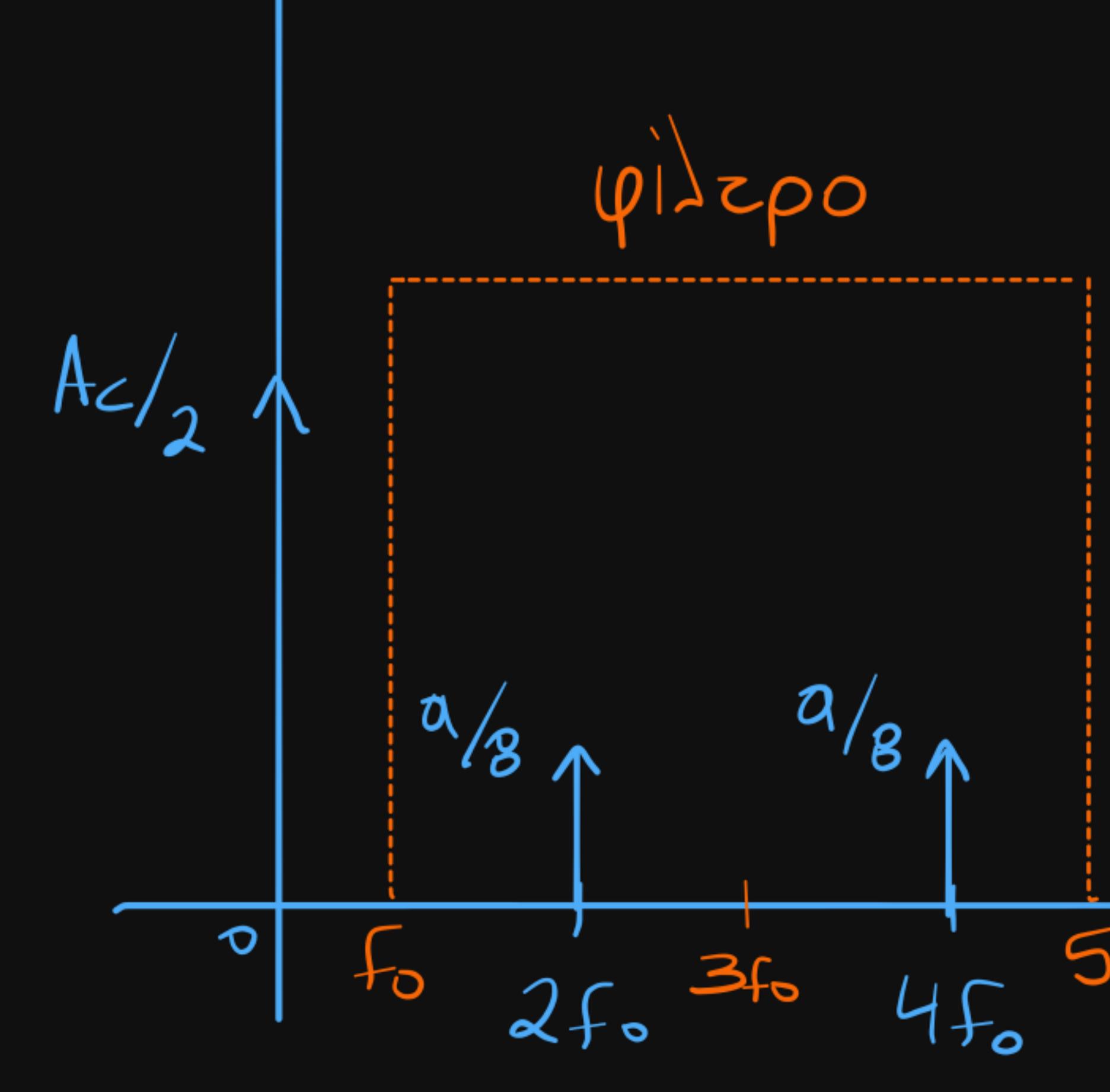
$$= \left[ A_c + \frac{a}{2} \cos(2\pi 2f_o t) + \frac{a}{2} \cos(2\pi 4f_o t) \right] \cdot \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi 2f_c t) \right] =$$

$$= \frac{A_c}{2} + \frac{A_c}{2} \cos(2\pi 2f_c t) + \frac{a}{4} \cos(2\pi 2f_o t) + \frac{a}{4} \cos(2\pi 2f_o t) \cos(2\pi 2f_c t)$$

$$+ \frac{a}{4} \cos(2\pi 4f_o t) + \frac{a}{4} \cos(2\pi 4f_o t) \cos(2\pi 2f_c t)$$

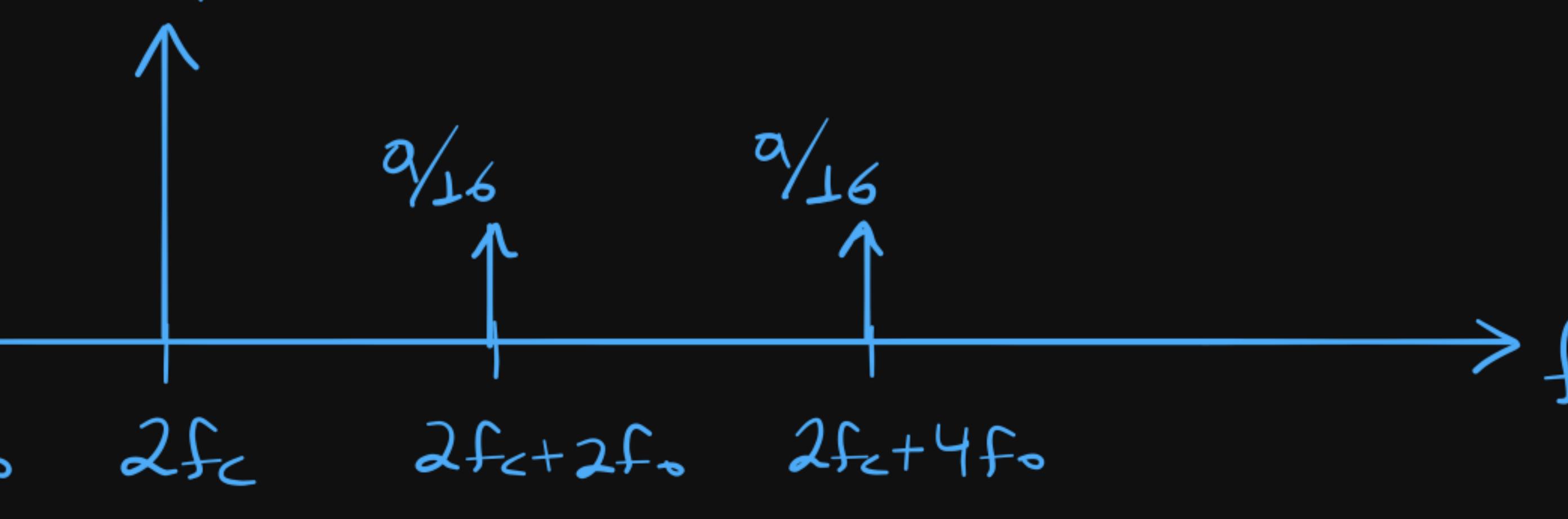
•  $Y(f) = \frac{A_c}{2} \delta(f) + \frac{A_c}{4} \delta(f \pm 2f_o) + \frac{a}{8} \delta(f \pm 2f_o) + \frac{a}{16} \delta(f \pm 2f_o \pm 2f_c)$

$$+ \frac{a}{8} \delta(f \pm 4f_o) + \frac{a}{16} \delta(f \pm 4f_o \pm 2f_c)$$



• Θα χρησιμοποιήσουμε BPF με κεντρική συχνότητα 3f\_o και εύρος 4f\_o

(αν -f\_o έως 5f\_o)



Θυμίζουμε νως  $m(t) = \frac{a}{2} \cos(2\pi 2f_o t) + \frac{a}{2} \cos(2\pi 4f_o t)$

a) • Εύρος ζώνης AM:  $2 \cdot 1 \text{ kHz} = 2 \text{ kHz}$

•  $\Delta f = 2 \cdot 2 \text{ kHz} \Leftrightarrow \Delta f = 4 \text{ kHz}$

$\nearrow$   
μεγιστη απόκλιση συχνότητας  $\Leftrightarrow f_{i,\max} - f_c = 4 \text{ kHz}$

$$\Leftrightarrow f_c + K_f \cdot \max(m(t)) - f_c = 4 \text{ kHz}$$

$$\Leftrightarrow K_f \cdot \max(m(t)) = 4 \text{ kHz} \Leftrightarrow \frac{K_f \cdot \max(m(t))}{f_m} = \frac{4 \text{ kHz}}{1 \text{ kHz}} \Leftrightarrow \beta_f = 4$$

• Το  $m(t)$  είναι η μικροειδές σήμα σης μορφής  $\alpha \cos(2\pi f_m t)$ , οπότε

$$x(t) = [A_c + m(t)] \cos(2\pi f_c t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \alpha \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t) \quad \text{kai}$$

$$X(f) = \frac{A_c}{2} \delta(f \pm f_c) + \frac{\alpha}{4} \delta(f \pm f_m \pm f_c) \rightarrow \text{στη συχνότητα } f_c + f_m \text{ έχουμε} \\ \frac{\alpha}{4} \delta(f - f_m - f_c)$$

$$\mu \in 10^{-6} \frac{\alpha^2}{16}$$

$$\cdot Για το FM έχουμε P = \frac{A_c^2 \cdot J_1^2(4)}{4} = \frac{A_c^2}{4} \cdot 0,07^2$$

$$\text{Άρα } \frac{\alpha^2}{16} = \frac{A_c^2}{4} \cdot 0,07^2 \Leftrightarrow \frac{\alpha^2}{A_c^2} = 4 \cdot 0,07^2 \Leftrightarrow \mu^2 = 0,0196 \Leftrightarrow \mu = 0,14$$

Για την τοπική χλεύη υπόσχημα της συνάρτησης δ μόνο στα θετικά. Αν λάβεις υπόσχημα και στην αντίστοιχη στα αρνητικά  $-f_c - 1000$ , τότε είναι επί 2.

β)  $\alpha = 1V, 4f_m$  και  $2B$   $\mu \in K_f = \text{const.}, \beta' = ?$  και  $\alpha' = ?$

$$\cdot B = 2f_m(\beta + 1) \quad \text{kai} \quad 2B = 8f_m(\beta' + 1) \Leftrightarrow 4f_m(\beta + 1) = 8f_m(\beta' + 1)$$

$$\Leftrightarrow \beta + 1 = 2\beta' + 2 \Leftrightarrow \beta' = \frac{\beta}{2} - \frac{1}{2} \xrightarrow{\beta = 4} \beta' = 1,5$$

$$\cdot K_f' = K_f \Leftrightarrow \frac{\beta' \cdot 4f_m}{\alpha'} = \frac{\beta \cdot f_m}{\alpha} \Leftrightarrow 4\beta' = \alpha' \beta \Leftrightarrow \alpha' = \frac{4\beta'}{\beta} = \frac{4 \cdot 1,5}{4} \Leftrightarrow \alpha' = 1,5V$$

### Θέμα 20 (50)

α-30) Ένα ημιτονοειδές σήμα πληροφορίας με συχνότητα 1000 Hz διαμορφώνεται κατά AM-DSB-TC και κατά FM. Το πλάτος του φέροντος είναι το ίδιο και στα δύο συστήματα. Η μέγιστη απόκλιση συχνότητας στο FM είναι ίση με το διπλάσιο του εύρους ζώνης του AM και η ισχύς της φασματικής συνιστώσας  $f_c + 1000$  Hz είναι ίδια και στα δύο συστήματα, όπου  $f_c$  η συχνότητα φέροντος. Να υπολογιστεί ο δείκτης διαμόρφωσης των συστημάτων AM και FM.

β-20) Στο σύστημα FM θεωρείται ότι το πλάτος του σήματος πληροφορίας είναι 1 V. Αν τετραπλασιαστεί η συχνότητα του σήματος πληροφορίας με ταυτόχρονο διπλασιασμό του ενεργού εύρους ζώνης του διαμορφωμένου σήματος, χρησιμοποιώντας διαμορφωτή με την ίδια ευαισθησία συχνότητας, να υπολογιστούν, αν μεταβάλλονται, ο δείκτης διαμόρφωσης και το πλάτος του σήματος πληροφορίας.