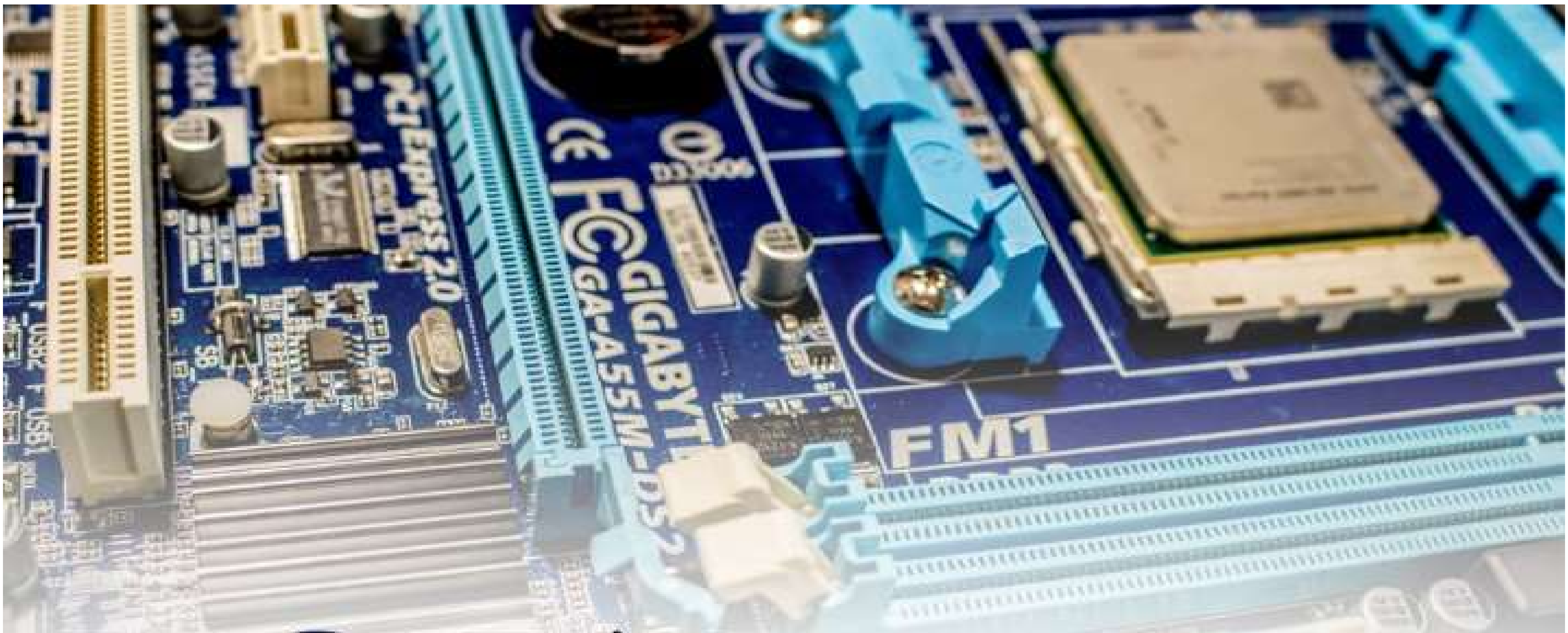


DIGITAL
LOGIC DESIGN

CHAPTER 2

إعداد : حسن ابو صعيليك

JSNE GROUP

بسم الله الرحمن الرحيم

تصميم المنطق الرقمي 231

JSNE TEAM

❖ Chapter 2: Boolean Algebra and Logic Gates

❖ الفصل 2 : الجبر البوولي والبوابات المنطقية

➢ 2.1 INTRODUCTION

لأنه بنسخدم الجبر المنطقي في كل الاجهزة حوالينا، ولأنه تكلفتها شي مهم وأساسي للي بصمم هاي الدارات، وبيحاول انه يقلل من التكلفة لهيك بنحاول نلاقي طرق نخفف فيها هاي التكلفة، الطرق الرياضية كانت هي الحل، التشابتر هاذ راح يعطينا اساسيات الجبر المنطقي والي راح تساعدنا في تبسيط الدوائر الكهربائية وتخفيف التكلفة قدر المستطاع

➢ 2.2 BASIC DEFINITIONS

تعرفنا في السكشن الأخير من التشابتر الأول على أساسيات الجبر المنطقي
حكينا عن العمليات المنطقية الثلاثة : AND, OR, NOT وحكينا عن الtruth table تبع كل واحد منهم
وبرضه تعرفنا على رسمة كل بوابة gate منهم
وحكينا انه ال AND, OR بتقبل أقل شي متغيرين **وممكن تقبل أكثر** ، وحكينا انه الNOT ما بيقبل الا متغير واحد **فقط**

هسه راح نوضح مجموعة من المفاهيم الي تعتبر أساسية ومهمة في باقي شغلنا بالمادة وهي أساس لباقي المادة

عنا مجموعة من الpostulates او المسلّمات في هاذ النظام الرياضي (احفظ اسمائهم مش بس تكتفي بالتطبيق)

1. Associative law قانون التجميع

معناه انه $(xy)z = x(yz)$ ،،، لا تنسى انه اذا ما في بينهم اي اشارة معناته العملية and
يعني ما بهمني لو كان اكثر من عنصر بينهم نفس العملية، لو ابلش بأي اثنين منهم فش مشكلة ما راح يفرق الجواب

2. Commutative law قانون التوزيع

$xy = yx$
معناته ترتيب المتغيرات مش مهم ، يعني abc او acb او cba كلهم نفس الشي (كلهم بينهم نفس العملية انتبه)

3. Identity element العنصر المحايد (ما اخذناه بس مهم بالحل وراح تلاقيه مستخدم)

$x+0 = x$ وكمان $x.1 = x$
بعبارة اوضح ، ال0 في الor ما بيأثر على النتيجة، ونفس الشي and لما اعملها مع 1 ما بيأثر على النتيجة
حتى بيسمو **ال1 محايد الضرب وال0 محايد الجمع** لأنهم ما بيأثرو على النتيجة تبعت المعادلة
هون اخذت محايد الجمع ومحايد الضرب

في شي اسمه مدمر الضرب الي هو $x.0 = 0$ ، لانه عملية الضرب خلص ناتجها معروف

وفي كمان مدمر الجمع الي هو $x+1 = 1$ ، وهون عملية الor مش مفيدة لانه عارفين الناتج

4. Distributive law قانون التوزيع

$x(y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$

نفس فكرة لما ادخل رقم على قوس في متغيرين بينهم جمع بالرياضيات زي هيك 5(س+ص) = 5س + 5ص

ونفس الشي $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$

➢ 2.3 Axiomatic Definition of Boolean Algebra

راح نجرب نثبت الافتراضات السابقة من خلال الtruth table لبعض الافتراضات

x	y	z
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

$y + z$	$x \cdot (y + z)$
0	0
1	0
1	0
1	0
0	0
1	1
1	1
1	1

$x \cdot y$	$x \cdot z$	$(x \cdot y) + (x \cdot z)$
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

من خلال الجدول ع اليسار بقدر اجرب واتأكد انه الافتراض الأول صحيح 100% وبرضه من خلال نفس الجدول بقدر اتأكد انه الافتراض الثاني برضو صحيح

ومن خلال الجدولين الي ع اليمين والي بالنص بقدر اتأكد من الفرضية الرابعة انها صحيحة

وبتقدر تجرب لحالك تعمل truth table تثبت فيه صحة الفرضية الثالثة

➢ 2.4 Basic Theorems and Properties of Boolean Algebra

زي مهو واضح من عنوان السكشن، راح نتعرف بالجزء الجاي النظريات والخصائص الأساسية للجبر البوولي

عنا خاصية مهمة اسمها ال**duality الدواليتي** او الازدواجية (ما شرحها الدكتور فهي مش مطلوبة لحد الان)

باختصار انه لما يكون عندي جملة منطقية معينة ابدل كل and بـor وابدل كل or بـand

واذا كان في بالسؤال 0 ابدله ب1 واذا كان في 1 ابدله ب0

وبس كده يا مؤمن...

مثلا الدواليتي لهاي الجملة (y+z) . (x’+z) . (x+y) راح يكون هيك

(x . y) + (x’ . z) + (y . z) بدلت كل اند بـ اور وكل اور بــ اند ، وما كان في 0 و 1 ابدلهم ،،،، ان شاء الله تكون وضحت

النظريات الأساسية :

هاي الصورة فيها كل النظريات والافتراضات الي كتبناها فوق وهسه راح نثبت الي مطلوب اثباته

ممكن يحكيلك اثبتلي الطرف الايمن Right Hand Side (R.H.S) او الطرف الايسر Left Hand Side (L.H.S) فلا تتعجق من الرموز يا صديقي

Table 2.1
Postulates and Theorems of Boolean Algebra

Postulate 2	(a)	$x + 0 = x$	(b)	$x \cdot 1 = x$
Postulate 5	(a)	$x + x' = 1$	(b)	$x \cdot x' = 0$
Theorem 1	(a)	$x + x = x$	(b)	$x \cdot x = x$
Theorem 2	(a)	$x + 1 = 1$	(b)	$x \cdot 0 = 0$
Theorem 3, involution		$(x')' = x$		
Postulate 3, commutative	(a)	$x + y = y + x$	(b)	$xy = yx$
Theorem 4, associative	(a)	$x + (y + z) = (x + y) + z$	(b)	$x(yz) = (xy)z$
Postulate 4, distributive	(a)	$x(y + z) = xy + xz$	(b)	$x + yz = (x + y)(x + z)$
Theorem 5, DeMorgan	(a)	$(x + y)' = x'y'$	(b)	$(xy)' = x' + y'$
Theorem 6, absorption	(a)	$x + xy = x$	(b)	$x(x + y) = x$

راح تلاقي العبارة statement مع تبرير الشرح جنبها justification

لو حكا نفرض theorem 1 (a) اعرف مكانها من الجدول، وبالتبرير راح يستخدم شي من الفرضيات postulate الي حكينا عنهم قبل شوي بترميزهم الموجود بالجدول زي (B) 5 مثلا ،،،، عشان تكون الامور واضحة

THEOREM 1(a): $x + x = x$.

Statement	Justification
$x + x = (x + x) \cdot 1$	postulate 2(b)
$= (x + x)(x + x')$	5(a)
$= x + xx'$	4(b)
$= x + 0$	5(b)
$= x$	2(a)

THEOREM 1(b): $x \cdot x = x$.

Statement	Justification
$x \cdot x = xx + 0$	postulate 2(a)
$= xx + xx'$	5(b)
$= x(x + x')$	4(a)
$= x \cdot 1$	5(a)
$= x$	2(b)

لاحظ انه اثبات theorem 1 (a) نفس اثبات theorem 1 (b) بالضبط بكل تفاصيله ، بس الفرق انه عملت للثانية دواليتي

THEOREM 2(a): $x + 1 = 1.$

Statement	Justification
$x + 1 = 1 \cdot (x + 1)$	postulate 2(b)
$= (x + x')(x + 1)$	5(a)
$= x + x' \cdot 1$	4(b)
$= x + x'$	2(b)
$= 1$	5(a)

THEOREM 2(b): $x \cdot 0 = 0$ by duality.

اثبات نظرية absorption نظرية الامتصاص او نظرية covering نظية التغطية ، واسمها هيك لانه بتمتص واحد من الحدود الزائدة

THEOREM 6(a): $x + xy = x.$

Statement	Justification
$x + xy = x \cdot 1 + xy$	postulate 2(b)
$= x(1 + y)$	4(a)
$= x(y + 1)$	3(a)
$= x \cdot 1$	2(a)
$= x$	2(b)

THEOREM 6(b): $x(x + y) = x$ by duality.

كل الي شفناه بالصفحتين السابقات هو طريقة واحدة من طرق الاثبات الي هي algebraic proof
ممكن يطلب منك الاثبات بواسطة الtruth table او اسمها طريقة الenumeration او العد والسرد
هون بدك تكتب كل الاحتمالات لكل رقم وتعوضها في المعادلة وتتأكد انه نفس الجواب طلع معه وتكتبله انه بما انه حدث كذا فهذا يعني كذا

- طريقة تعبئة ال truth table

بتحدد عدد الاحتمالات الي بتلزمك

عدد الاحتمالات = $2^{\text{عدد المتغيرات}}$

مثلا لو كان عندي 4 متغيرات فانا محتاج 16 احتمال
الاحتمال الاول 0000 بيشكل الرقم 0 بالنظام العشري والاخير 1111 بيشكل رقم 15 بالنظام العشري، والي بينهم هيهم 16 احتمال
بعبي اول عمود ع اليمين (A0) بالطريقة التالية (خانة 0 وخانة 1) 0 1 0 1 0 1 0 1 0 ......الخ الخ الخ لحتى اخلص عدد الاحتمالات الي لازم اعملها وبمثالي عندي 16 احتمال ،،،، لا تنسى بعبي اول شي 0 مش 1 وبعبي من اليمين
طبعا بعبي الأعمدة بشكل عمودي ما بروح اعبي الصفوف

ترتيب الخانة \ تمثيل عشري	A3	A2	A1	A0
0				0
1				1
2				0
3				1
4				0
5				1
6				0
7				1
8				0
9				1
10				0
11				1
12				0
13				1
14				0
15				1

الخانة الي بعدها (A1) راح اعبي زي هيك (خانتين 0 وخانتين 1) 0 0 1 1 0 0 1 1 ......الخ
والي بعدها (A2) راح اعبي هيك (اربع خانات 0 واربع خانات 1) 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 ....الخ
واضح انه A3 راح اعبي 8 خانات 0 و8 خانات 1
ولو كان عندي A4 راح اعبي 16 خانة 0 و16 خانة 1

الجدول راح يطلع هيك

ترتيب الخانة / تمثيل عشري	A3	A2	A1	A0
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

شوف اي سطر افقي وشوف التمثيل العشري
مثلا نوخذ السطر 10، طلع تمثيله 1010 الي هو بالعشري 10
يعني طلعو مرتبات جاهزات

احنا حكينا كيف نعبي التروث تيبل عشان حكينا عن طرق الاثبات انه عنا طريقتين algebraic proof والثانية الtruth table او اسمها طريقة الenumeration او العد والسرد
شرحنا الاولى بكل احتمالاتها والثانية هسه راح نعطي الامثلة عليها
لو طلبني اثبت نظرية absorption كل الي مطلوب اني اعبي تروث ثيبل لقيم اكس و واي واعوضهم بالطرف اليسار واشوف الناتج واعوضهم بالطرف اليمين واشوف الناتج واقاران بينهم واكتبله الخلاصة من المقارنة

x	y
0	0
0	1
1	0
1	1

xy	$x + xy$
0	0
0	0
0	1
1	1

عوضنا قيم x,y بعدها بالجدول ع اليمين طلعنا ناتج التعويض بالطرف الايسر بعدها بنقارنه بالطرف الايمن X
وبكتبله انه تمثيل الطرف الايمن طلع نفس تمثيل الطرف الايسر معناته انهم متساويات
ولو بدي اثبت قانون ديمورغان نفس الشي راح استخدم التروث تيبل

الطرف الايمن

x'	y'	$x'y'$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

الطرف الايسر

x	y	$x + y$	$(x + y)'$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

عندك كمان combaining theorem

$$x\,y + x\,\bar{y} = x$$

ونظرية consensus theorem او resolvent theorem او نظرية الاجماع

$$x\,y + \bar{x}\,z + y\,z = x\,y + \bar{x}\,z$$

المتغير وعكسه

redundant term الحد الزائد

احفظ المعادلة لحتى تطبق عليها هاذ القانون

اثباتها

$$x\,y + \bar{x}\,z + y\,z$$

$$x\,y + \bar{x}\,z + y\,z \,.\, 1$$

$$x\,y + \bar{x}\,z + y\,z \,.\, (x + \bar{x})$$

$$x\,y + \bar{x}\,z + y\,z\,x + y\,z\,\bar{x}$$

$$x\,y\,\underline{(1 + z)} + \bar{x}\,z + y\,z\,\bar{x}$$

$$x\,y \,.\, 1 + \bar{x}\,z + y\,z\,\bar{x}$$

$$x\,y + \bar{x}\,z\,\underline{(1 + y)}$$

الطرف الايمن وهو المطلوب = $x\,y + \bar{x}\,z$

نظريات ديمورغان DeMorgan's theorem

.1 $\overline{(x\,y)} = \bar{x} + \bar{y}$

النفي للقوس بيتورزع ع المتغيرات وبغير الand لor والعكس صحيح

.2 $\overline{(x + y)} = \bar{x} \,.\, \bar{y}$

.3 $x + \bar{x}\,y = x + y$

- أولويات العمليات الحسابية بالترتيب

1. الأقواس
2. NOT
3. AND
4. OR

المفروض حاليا اننا بتعرف مجموعة من المسلّمات زي Distributive law, Associative law, Commutative law,

Identity element, duality

ومجموعة من القوانين والنظريات زي absorption theorem او covering theorem و combaining theorem و consensus theorem او resolvent theorem و DeMorgan's theorem

وبتعرف طريقتين للاثبات algebraic proof والثانية الtruth table (enumeration)

➢ 2.5 BOOLEAN FUNCTIONS

بعد ما اخذنا العمليات المنطقية ، هسه صار لازمها نستخدمها في العلاقة المنطقية BOOLEAN FUNCTIONS الي هي عبارة عن علاقة بتجمع بين المتغيرات المنطقية مثل x, y, z وبين العمليات المنطقية and, not, or

الفنكشن بالنهاية لازم يكون جوابه 0 او 1 ، نوخذ مثال مباشرة

$F_1=x+y'z$

هسه الجواب راح يكون 1 اما اذا كان x يساوي 1 او y′ z يساوي 1 يعني y بتساوي صفر عشان تطلع y′تساوي 1 و z يساوي 1 عشان يطلع ناتج الاند 1 ،وهسه راح نشوف تمثيلهم بالتروث تيبل وباللوجيك جيتس (لا تهتم لعمود F_2 كمان شوي راح نحكي عنه)

الجواب راح يكون واحد اما اذا x يساوي 1 زي السطر الخامس او yz يساوي 01 زي السطر الثاني مثلا

Table 2.2
Truth Tables for F_1 and F_2

x	*y*	*z*	F_1	F_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

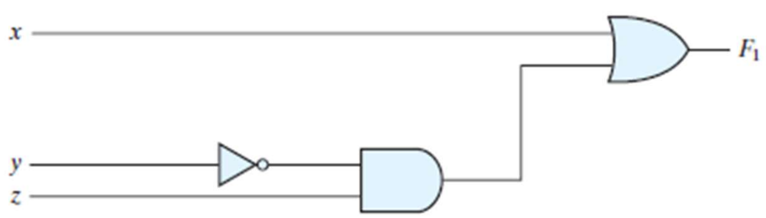


FIGURE 2.1
Gate implementation of $F_1 = x + y'z$

التروث تيبل ما بيتعبى الا بطريقة وحدة ، يعني لو الف واحد عبى التروث تيبل للفنكشن الي اخذناه كلهم راح يطلع معهم نفس الجدول

اما الفنكشن احنا بنقدر نختصر منه بعض البوابات والمتغيرات الزايدة عشان نقلل التكلفة

فانا ممكن ابسّطه بطريقة وممكن انت تبسّطه بطريقة ثانية وواحد يبسّطه بطريقة ثالثة ويكون في طريقة ابسط منهم

كلهم كمان هي الصح

نوخذ مثال عليهم

Example: simplify the following Boolean function

$F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$

اول شي اعرف انه simplify, reduction بتحمل معنى انك تبسط الفنكشن وتقلل من المتغيرات او عدد البوابات ،يعني ممكن ابسط بشكل معين بس يكون في ابسط منه كمان

اما optimaise, minimaization بتحمل معنى انك تبسط الفنكشن لأقصى درجة ممكنة

وبالامتحان اي وحدة منهم معناها انك بسط لأقصى درجة ممكنة

المهم نرجع للمثال

اذا بدنا نشوف الجواب من التروث تيبل بنرجع للجدول السابق وبنشوف عمود F_2

xy' $x'yz$ $x'y'z$

اذا كانت xyz وحدة من هذول 001 او 011 او xy يساوي 10 بغض النظر عن قيمة z راح يطلع الجواب 1

هسه بدي ابسط الفنكشن ، اخذنا مجموعة من القواعد الي بتخليني ابسط الفنكشن واثبتناهم ، هسه راح نستخدمهم

$F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$

$F_2 = x'z\,(y' + y) + xy'$ بسحب $x'z$ من اول حدين

$F_2 = x'z\,1 + xy'$ ناتج القوس الاحمر 1

$F_2 = x'z + xy'$

انا هيك بسطت الفنكشن من 3 الى حدين

والجواب ما راح يفرق بالمرة

جرب اعمل تروث تيبل للفنكشن المبسط وقارنه بعمود F2 بالجدول السابق

شوف الفرق بين تصميم الفنكشن قبل التبسيط وبعد التبسيط وقديش فرق ، وهاذ بشكل فرق لما يكون عندك ملايين البوابات بالجهاز راح يشكل فرق بالتكلفة وبسهولة التصنيع

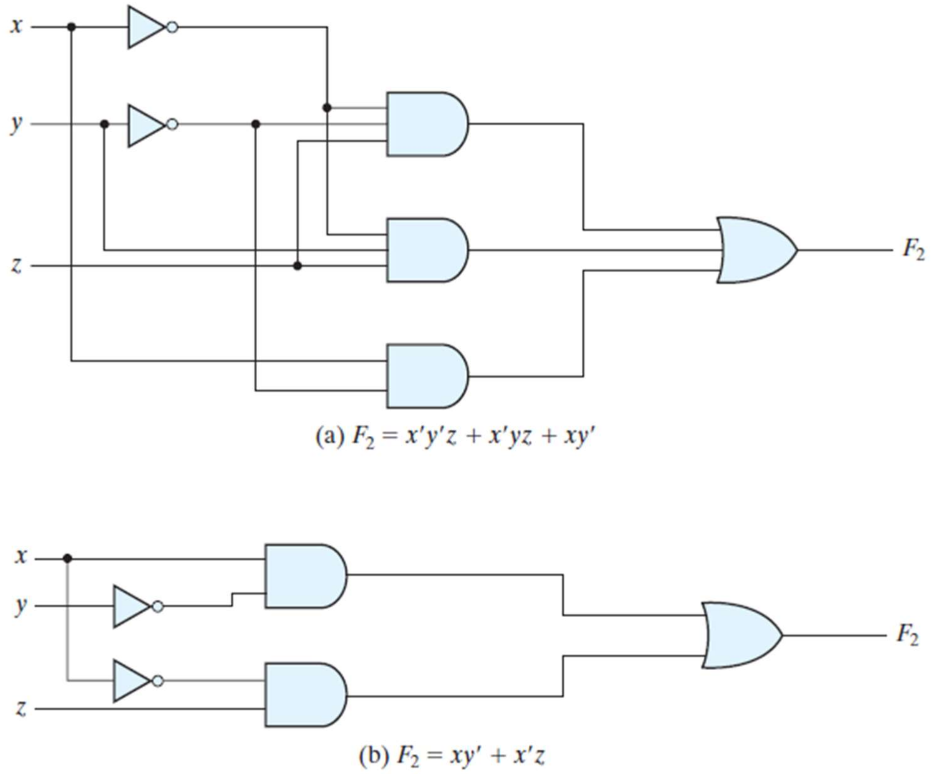


FIGURE 2.2
Implementation of Boolean function F_2 with gates

وهي شوية فنكشن مع تبسيطهم من الكتاب ، الرابع هو عبارة عن نظرية الاجماع الي شرحناها والخامس نفسها بس انعمل الها دواليتي ، والاولى والثانية نفس الشي بس انعمل للثانية دواليتي
والثالث هي combaining theorem الي اثبتناها بس انعمل الها دواليتي

EXAMPLE 2.1

Simplify the following Boolean functions to a minimum number of literals.

1. $x(x' + y) = xx' + xy = 0 + xy = xy.$
2. $x + x'y = (x + x')(x + y) = 1(x + y) = x + y.$
3. $(x + y)(x + y') = x + xy + xy' + yy' = x(1 + y + y') = x.$
4. $$\begin{aligned} xy + x'z + yz &= xy + x'z + yz(x + x') \\ &= xy + x'z + xyz + x'yz \\ &= xy(1 + z) + x'z(1 + y) \\ &= xy + x'z. \end{aligned}$$
5. $(x + y)(x' + z)(y + z) = (x + y)(x' + z)$, by duality from function 4.

نحكي عن وحدة من الحالات الخاصة لقانون ديمورغان ،لو كان عندي $F = (A + B + C)'$

من المهم اذا اعطاني رموز زي a,b,c التزم فيهم وما استخدم x,y,z

لما اشتغلنا على ديمورغان عرفنا انه الاصل بتنعمل على متغيرين

هون بدي افترض انه B + C وبدي افرضهم انهم = x عبارة عن متغير وA هو المتغير الثاني

$$
\begin{aligned}
(A + B + C)' &= (A + x)' && \text{let } B + C = x \\
&= A'x' && \text{by theorem 5(a) (DeMorgan)} \\
&= A'(B + C)' && \text{substitute } B + C = x \\
&= A'(B'C') && \text{by theorem 5(a) (DeMorgan)} \\
&= A'B'C' && \text{by theorem 4(b) (associative)}
\end{aligned}
$$

هون بدي ارجع استخدم ديمورغان كمان مرة

وهاذ الحكي ينطبق على اي عدد من المتغيرات داخل القوس بينطبق عليها ديمورغان

$$(A + B + C + D + \cdots + F)' = A'B'C'D' \ldots F'$$

$$(ABCD \ldots F)' = A' + B' + C' + D' + \cdots + F'$$

وهي مثال عليه برضو

EXAMPLE 2.2

Find the complement of the functions $F_1 = x'yz' + x'y'z$ and $F_2 = x(y'z' + yz)$. By applying DeMorgan's theorems as many times as necessary, the complements are obtained as follows:

$$
\begin{aligned}
F_1' &= (x'yz' + x'y'z)' = (x'yz')'(x'y'z)' = (x + y' + z)(x + y + z') \\
F_2' &= [x(y'z' + yz)]' = x' + (y'z' + yz)' = x' + (y'z')'(yz)' \\
&= x' + (y + z)(y' + z') \\
&= x' + yz' + y'z
\end{aligned}
$$

من الملاحظات ع المثال السابق، انه اذا بدي اعمل كومبلمنت لفنكشن بس اعمل دواليتي وبعدها اعمل كومبلمنت

لكل عنصر، يعني عنا كانت $F = x'yz' + x'y'z$ الدواليتي تبعها $F = (x' + y + z') \cdot (x' + y' + z)$

بعدها بعكس كل عنصر ، الي كان عليه برايم ' بخليه بدون برايم ، والي ما كان عليه برايم بحطله برايم

بصير الجواب $F = (x + y' + z) \cdot (x + y + z')$

نرجع شوي لموضوع تبسيط الفنكشن

في بعض الاحيان عشان اكسب وقت وانا بعبي بالجدول خصوصا اذا كان الفنكشن طويل ، في بعض النصائح بتعطيك الجواب النهائي بشكل اسرع ، ومع الممارسة برضه راح تصير اسرع، من هاي النصائح

$F = x + y' z$

اخر عملية بتتنفذ هي ال+ معناته اذا كانت x يساوي 1 مباشرة الجواب بيكون واحد بغض النظر عن قيمة $y' z$

او على الطرف الثاني اذا كانت $y' z$ تساوي 1 ،يعني y تساوي 0 عشان تطلع y' تساوي 1 وبنفس الوقت z=1 هون بيطلع الجواب 1 بغض النظر عن قيمة x

مثال ثاني $F = y' z$

بيكفي انه يكون y يساوي 0 او z يساوي 1 لحتى يطلع الجواب صح بغض النظر عن الطرف الثاني

كمان مثال $F = a' b' c + a' b c + a b'$

كلهم بينهم or بيكفي اي حد منهم يكون 1 لحتى يطلع الجواب 1 بغض النظر عن الباقي

يعني عشان الحد الاول يطلع 1 بده يكون a = 0 و b = 0 و c = 1

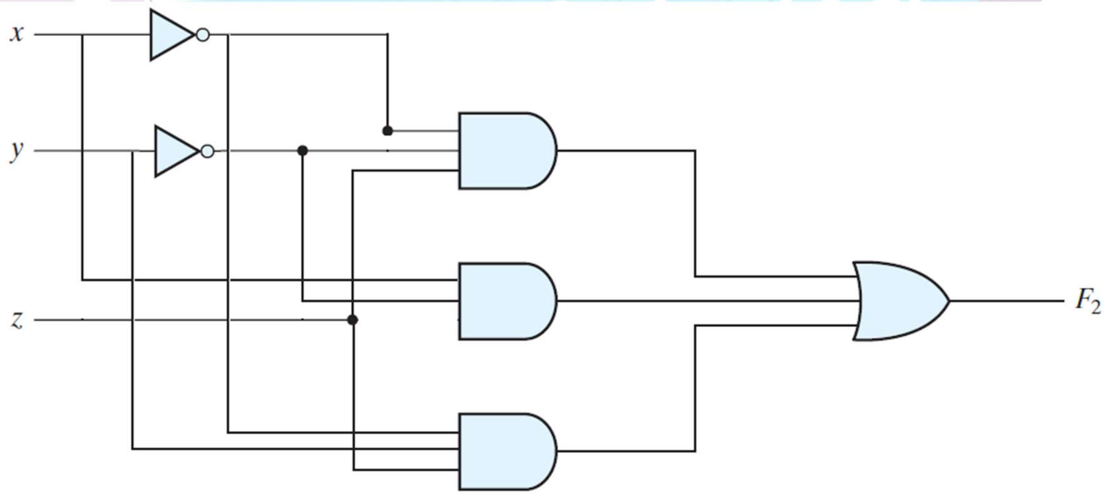
الحد الثاني عشان يطلع 1 بده يكون a = 0 و b = 1 و c = 1

الحد الثالث عشان يطلع 1 بده يكون a = 1 و b = 0 وبغض النظر عن قيمة c

طبعا مش دايما كل التبسيط مفيد

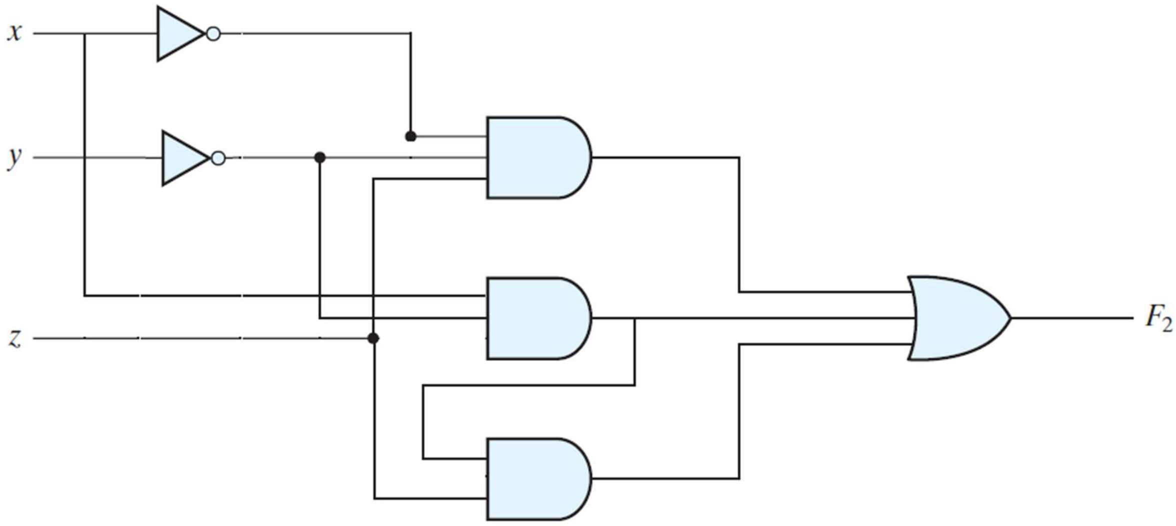
مرات التبسيط بيعملي مشاكل

نشوف مثال ونشرحه $F = x' y' z + xy' + x' yz$



(a) $F_2 = x'y'z + xy' + x'yz$

ممكن امثله بطريقة ثانية زي هيك



(a) $F_2 = x'y'z + xy' + x'yz$

اذا بدنا نيجي نحكي عن الموضوع كتكلفة

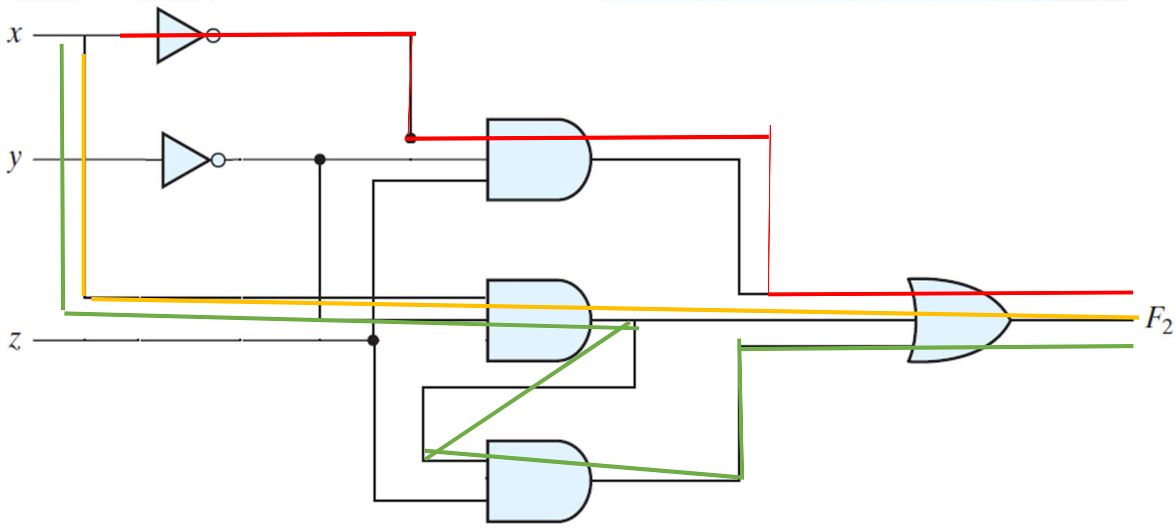
انا بالبوابة الاخيرة تحت استخدمت and الها 2 انبوت وهي بطبيعة الحال ارخص من and الها 3 انبوت الي استخدمناها بالرسمة الاولى

ولكن الي راح يصير معي كالتالي

كل بوابة لما تيجيها المدخلات بتاخذ وقت يقاس بالأجزاء من الnano second التأخير هاذ او الdelay مهم

والnot تقريبا ما بتستغرق وقت ومهملة بحسابات الوقت

بدنا نحسب الاكس والواي لحد ما وصلو الاور دخلو بكم بوابة في كل مرة



(a) $F_2 = x'y'z + xy' + x'yz$

x لما سلكت المسار الاحمر قطعت بوابتين فقط، ولما سلكت المسار الاصفر قطعت بوابتين برضه، ولما سلكت المسار الاخضر قطعت 3 بوابات

وهاذ يعني انه مش كل الداتا راح توصل للor بنفس الوقت وراح يصير في خطأ أسوء من انه نوفر بالتصميم على حساب الاداء

الصورة الاولى اسمها 2-level لانه اذا بتمشي من اي مسار راح يمر ببوابتين كحد أقصى

الصورة الثانية اسمها 3-level لانه اذا بتمشي من اي مسار راح تمر ب3 بوابات كحد أقصى

ننتبه لعدد الليفل واحنا بنبسط

البروبلمز على الي اخذناه

2.1 Demonstrate the validity of the following identities by means of truth tables:

(a) DeMorgan's theorem for three variables: $(x + y + z)' = x'y'z'$ and $(xyz)' = x' + y' + z'$

(b) The distributive law: $x + yz = (x + y)(x + z)$

(c) The distributive law: $x(y + z) = xy + xz$

(d) The associative law: $x + (y + z) = (x + y) + z$

(e) The associative law and $x(yz) = (xy)z$

2.2 Simplify the following Boolean expressions to a minimum number of literals:

(a)* $xy + xy'$ (b)* $(x + y)(x + y')$

(c)* $xyz + x'y + xyz'$ (d)* $(A + B)'(A' + B')'$

(e) $(a + b + c')(a'b' + c)$ (f) $a'bc + abc' + abc + a'bc'$

2.3 Simplify the following Boolean expressions to a minimum number of literals:

(a)* $ABC + A'B + ABC'$ (b)* $x'yz + xz$

(c)* $(x + y)'(x' + y')$ (d)* $xy + x(wz + wz')$

(e)* $(BC' + A'D)(AB' + CD')$ (f) $(a' + c')(a + b' + c')$

2.4 Reduce the following Boolean expressions to the indicated number of literals:

(a)* $A'C' + ABC + AC'$ to three literals

(b)* $(x'y' + z)' + z + xy + wz$ to three literals

(c)* $A'B(D' + C'D) + B(A + A'CD)$ to one literal

(d)* $(A' + C)(A' + C')(A + B + C'D)$ to four literals

(e) $ABC'D + A'BD + ABCD$ to two literals

2.5 Draw logic diagrams of the circuits that implement the original and simplified expressions in Problem 2.2.

2.6 Draw logic diagrams of the circuits that implement the original and simplified expressions in Problem 2.3.

2.7 Draw logic diagrams of the circuits that implement the original and simplified expressions in Problem 2.4.

2.8 Find the complement of $F = wx + yz$; then show that $FF' = 0$ and $F + F' = 1$.

2.9 Find the complement of the following expressions:

(a)* $xy' + x'y$ (b) $(a + c)(a + b')(a' + b + c')$

(c) $z + z'(v'w + xy)$

2.11 List the truth table of the function:

(a)* $F = xy + xy' + y'z$ (b) $F = bc + a'c'$

2.15* Simplify the following Boolean functions T_1 and T_2 to a minimum number of literals:

A	B	C	T_1	T_2
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

2.18 For the Boolean function

$$F = xy'z + x'y'z + w'xy + wx'y + wxy$$

(a) Obtain the truth table of F.
(b) Draw the logic diagram, using the original Boolean expression.
(c)* Use Boolean algebra to simplify the function to a minimum number of literals.
(d) Obtain the truth table of the function from the simplified expression and show that it is the same as the one in part (a).
(e) Draw the logic diagram from the simplified expression, and compare the total number of gates with the diagram of part (b).

6	Evaluate the function F(A,B,C) = AB' + BC' + A'C for the following condition: A=1, B=1, C=0
7	Simplify the function F(A,B,C,D) = AB'C + ABC + C'D' + C
8	State the Combining Theorem for the variables A and B