

二項定理とは何か、簡単に説明せよ。またシグマを使い $(a+b)^n$ を展開せよ。

n を使った式で表せ。

$$\sum_{k=1}^n k \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) \quad (4)$$

$$\sum_{k=2}^{n+1} k \quad (5)$$

計算せよ。但し、積分定数を C とする。

$$\frac{d}{dx}(x^n) \quad (n \text{ は自然数}) \quad (6)$$

$$\int x^n dx \quad (n \text{ は自然数}) \quad (7)$$

$$\int_1^3 2x^3 + 6x^2 - 3 dx \quad (8)$$

$$\int (5x^4 + 4^3 + 1) dx \quad (9)$$

$$\frac{d}{dx} \int (x^{1024} + 5324x^{42}) dx \quad (10)$$

$$\int (y^2 + 2y + 1) dx \quad (11)$$

式 (6) を証明せよ。

$(z \text{ の一次式})(z \text{ の高次多項式})$ の形で $z^5 - 1$ を因数分解せよ。また、同様に $a^n - b^n$ を因数分解せよ。

数列 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$ の一般項を求めよ。

集合 $U = \{x | 1 \leq x \leq 500 (x \text{ は整数})\}$ を全体集合とする。

$A = \{a_n | a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1, 1 \leq n \leq 5\}, B = \{b_n | b_1 = 3, b_{n+1} = 3b_n - 2, 1 \leq n \leq 5\}$ について、 $A \cap B$ を求めよ。

t を実数とし、 xy 平面上の点 $P(\cos 2t, \cos t)$ および点 $Q(\sin t, \sin 2t)$ を考える。

(1) 点 P と点 Q が一致するような t の値をすべて求めよ。

(2) t が $0 < t < 2\pi$ の範囲で変化するとき、点 P の軌跡を xy 平面上に図示せよ。ただし、 x 軸、 y 軸との共有点がある場合は、それらの座標を求め、図中に記せ。