

# 12.10

O problema da  $p$ -mediana é usado frequentemente para escolher a localização de centros de serviço, nomeadamente no sector público.

Considerem-se  $N$  pontos de consumo, cada um quais constitui um local possível para a instalação de um centro de serviço. O objectivo do problema é seleccionar exactamente  $p$  locais ( $p < N$ ) para instalar centros de serviço, de modo a minimizar a soma dos tempos de deslocação entre os pontos de consumo (pesados pela população existente em cada ponto) e os centros onde os serviços estão localizados.

Cada ponto de consumo é constituído por uma população  $w_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) e o parâmetro  $t_{ij}$  representa o tempo de deslocação de uma pessoa entre o ponto de consumo  $i$  e o centro de serviço  $j$ . Evidentemente, na solução óptima, cada ponto de consumo será integralmente servido pelo centro de serviço que se encontrar mais próximo.

Considerando os dados abaixo referidos, referentes a três pontos de consumo, e sabendo que se pretende instalar dois centros de serviço, formule **apenas** um modelo de programação inteira que lhe permita determinar a solução óptima.

				$t_{ij}$	1	2	3
$i$	1	2	3				
$w_i$	15	11	10	1	0	4	2
				2	4	0	3
				3	2	3	0

Considere variáveis de decisão  $x_{ij}$  que tomam o valor unitário se o ponto de consumo  $i$  for servido pelo centro de serviço  $j$ .

# Problema da p-mediana

- Dados

- $p$ : número de centros a usar
- $w_i$ : população do ponto  $i$ ,  $i=1,2,3$
- $t_{ij}$ : tempo de deslocação do ponto  $i$  ao centro de serviço  $j$

- Variáveis de decisão (binárias)

- $x_{ij}$ : ponto  $i$  servido pelo centro  $j$
- $y_j$ : centro de serviço  $j$  é usado

# p-mediana: função objetivo

- minimizar a soma dos tempos de deslocação de cada ponto ao ponto de serviço, pesadas com o valor da população.

$i$	1	2	3
$w_i$	15	11	10

$t_{ij}$	1	2	3
1	0	4	2
2	4	0	3
3	2	3	0

Minimizar		+ 15 (4) x12	+ 15(2) x13
	+ 11 (4) x21		+ 11(3) x23
	+ 10 (2) x31	+ 10 (3) x32	

## 12.10 restrições

- cada ponto deve estar atribuído a um ponto de serviço

```
x11 + x12 + x13 = 1;  
x21 + x22 + x23 = 1;  
x31 + x32 + x33 = 1;
```

- se algum ponto estiver atribuído a um serviço, esse serviço deve abrir

```
x11 <= y1; x12 <= y2; x13 <= y3;  
x21 <= y1; x22 <= y2; x23 <= y3;  
x31 <= y1; x32 <= y2; x33 <= y3;
```

- deve haver exactamente 2 pontos de serviço

```
y1 + y2 + y3 = 2;
```

- restrições de integralidade

```
bin x11 x12 x13 x21 x22 x23 x31 x32 x33;  
bin y1 y2 y3;
```

## 12.10 Modelo

```
/* Exercício 12.11 */
```

```
min:                60 x12 + 30 x13 +  
                   44 x21                + 33 x23 +  
                   20 x31 + 30 x32 ;
```

```
x11 + x12 + x13 = 1;
```

```
x21 + x22 + x23 = 1;
```

```
x31 + x32 + x33 = 1;
```

```
x11 <= y1; x12 <= y2; x13 <= y3;
```

```
x21 <= y1; x22 <= y2; x23 <= y3;
```

```
x31 <= y1; x32 <= y2; x33 <= y3;
```

```
y1 + y2 + y3 = 2;
```

```
bin x11 x12 x13 x21 x22 x23 x31 x32 x33;
```

```
bin y1 y2 y3;
```

# 12.10

## Resolução

Objective	Constraints	Sensitivity
Variables	MILP ...	result
	20	20
x12	0	0
x13	0	0
x21	0	0
x23	0	0
x31	1	1
x32	0	0
x11	1	1
x22	1	1
x33	0	0
y1	1	1
y2	1	1
y3	0	0

## 12.10 Solução óptima

- instalação de pontos de serviço em:
- 1 e 2
- População de 3 é servida no ponto 1
- Custo óptimo = 20

Objective	Constraints	Sensitivity
Variables	MILP ...	result
	20	20
x12	0	0
x13	0	0
x21	0	0
x23	0	0
x31	1	1
x32	0	0
x11	1	1
x22	1	1
x33	0	0
y1	1	1
y2	1	1
y3	0	0

Dúvidas?