

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT

CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

BRUNO GASPARONI BALLERINI

**COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DE CARTEIRAS:
MARKOWITZ, EQUAL WEIGHT E RISK PARITY
NO MERCADO BRASILEIRO (2018–2019)**

Campinas

2025

BRUNO GASPARONI BALLERINI

RA: 10387933

**COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DE CARTEIRAS:
MARKOWITZ, EQUAL WEIGHT E RISK PARITY
NO MERCADO BRASILEIRO (2018–2019)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia de Produção da Universi-
dade Presbiteriana Mackenzie – Campus Cam-
pinas, como requisito parcial para obtenção do
título de Engenheiro de Produção.

Orientador: Prof. Dr. RICARDO ANTONIO
FERNANDES

Campinas

2025

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fluxograma da Metodologia 16

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estudos Correlatos	8
Tabela 2 – Etapas da Pesquisa e Ferramentas Utilizadas	17

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

API – Application Programming Interface

B3 – Brasil Bolsa Balcão

CDI – Certificado de Depósito Interbancário

CVM – Comissão de Valores Mobiliários

IBOV – Índice Bovespa

ML – Machine Learning

PIB – Produto Interno Bruto

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

VIX – Volatility Index

LISTA DE FÓRMULAS

Fórmula 1 – Cálculo do peso no modelo Risk Parity	175
Fórmula 2 – Índice de Sharpe	176
Fórmula 3 – Sortino Ratio	177

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo comparar o desempenho de três métodos de alocação de carteiras — Markowitz, Equal Weight e Risk Parity — utilizando dados de ativos da B3 no período de 2018 a 2019. Para a avaliação das carteiras, foram empregados o Índice de Sharpe, que mede o retorno ajustado ao risco total, e o Sortino Ratio, que considera apenas a volatilidade negativa, focando nos riscos de perda. O estudo adota uma abordagem quantitativa, descritiva e comparativa, utilizando ferramentas computacionais para otimização e análise. Os resultados pretendem oferecer insights relevantes para investidores em contextos de elevada volatilidade e incerteza, como o mercado brasileiro.

Palavras-chave: Alocação de Carteiras; Markowitz; Equal Weight; Risk Parity; Índice de Sharpe; Sortino Ratio.

ABSTRACT

This study aims to compare the performance of three portfolio allocation methods — Markowitz, Equal Weight, and Risk Parity — using B3 asset data from 2018 to 2019. Portfolio evaluation employed the Sharpe Ratio, which measures return adjusted for total risk, and the Sortino Ratio, focusing specifically on downside risk. The study adopts a quantitative, descriptive, and comparative approach, utilizing computational tools for portfolio optimization and performance analysis. The results aim to provide relevant insights for investors operating in high volatility markets such as Brazil.

Keywords: Portfolio Allocation; Markowitz; Equal Weight; Risk Parity; Sharpe Ratio; Sortino Ratio.

Conteúdo

LISTA DE FIGURAS	2
LISTA DE TABELAS	3
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	4
LISTA DE FÓRMULAS	5
RESUMO	6
ABSTRACT	7
1 INTRODUÇÃO	9
1.1 PROBLEMA DE PESQUISA	9
1.2 OBJETIVO GERAL	10
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
1.4 JUSTIFICATIVA	11
1.4.1 Relevância Acadêmica	11
1.4.2 Relevância Prática	11
1.4.3 Originalidade	11
2 REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1 MODELO DE MARKOWITZ (MÉDIA-VARIÂNCIA)	12
2.2 ESTRATÉGIA EQUAL WEIGHT (PESOS IGUAIS)	12
2.3 ESTRATÉGIA RISK PARITY (PARIDADE DE RISCO)	12
2.4 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO: ÍNDICE DE SHARPE E SORTINO RATIO	13
2.5 ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS DE ALOCAÇÃO	14
2.5.1 Condições Ótimas para o Modelo de Markowitz	14
2.5.2 Robustez da Estratégia Equal Weight	14
2.5.3 Eficácia do Risk Parity em Ambientes Voláteis	15
2.5.4 Limitações Potenciais do Risk Parity	15
2.5.5 Trade-offs entre Complexidade e Performance	16
2.6 PERÍODO DO ESTUDO	16
2.7 ESTUDOS RELACIONADOS	17
2.7.1 Gap de Conhecimento Identificado	17
2.8 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS	20

2.9	ANÁLISE DOS ELEMENTOS DAS FÓRMULAS	21
2.9.1	Fórmula 1 – Condição ERC na Estratégia Risk Parity	21
2.9.2	Fórmula 2 – Índice de Sharpe	22
2.9.3	Fórmula 3 – Sortino Ratio	22
3	METODOLOGIA	23
3.1	TIPO DE PESQUISA E ESTRATÉGIA METODOLÓGICA	23
3.2	PERÍODO E AMBIENTE DE ESTUDO	23
3.3	SELEÇÃO DOS ATIVOS	23
3.3.1	Critérios de Seleção Final	23
3.3.2	Distribuição Setorial da Base de Dados	24
3.3.3	Caracterização da Amostra Final	24
3.3.4	Justificativa da Seleção	25
3.4	COLETA E TRATAMENTO DOS DADOS	25
3.5	CONSTRUÇÃO DAS CARTEIRAS	26
3.5.1	Markowitz (Média-Variância)	26
3.5.2	Equal Weight	26
3.5.3	Risk Parity (Equal Risk Contribution)	26
3.6	METODOLOGIA OUT-OF-SAMPLE	27
3.6.1	Estrutura Temporal	27
3.6.2	Períodos de Rebalanceamento	27
3.6.3	Eliminação do Look-Ahead Bias	27
3.7	REBALANCEAMENTO DAS CARTEIRAS	28
3.8	AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO	28
3.9	ANÁLISE DOS RESULTADOS	28
3.10	FLUXOGRAMA METODOLÓGICO	31
3.11	CRONOGRAMA DE ATIVIDADES	32
3.12	LIMITAÇÕES DO ESTUDO	32
4	RESULTADOS	33
4.1	SELEÇÃO DA AMOSTRA DE ATIVOS	33
4.1.1	Aplicação dos Filtros Eliminatórios	33
4.1.2	Ativos Selecionados	33
4.1.3	Características da Amostra Final	34
4.2	ESTATÍSTICAS DESCRIPTIVAS DOS ATIVOS	34
4.2.1	Implementação Computacional	34
4.2.2	Análise dos Retornos e Volatilidades	35
4.2.3	Análise de Correlações	35
4.2.4	Métricas Avançadas de Risco	36
4.2.5	Evolução Temporal dos Ativos	37

4.2.6	Análise de Volatilidade Dinâmica	38
4.2.7	Dinâmica das Correlações	39
4.3	ANÁLISE SETORIAL	40
4.3.1	Performance por Setores Econômicos	40
4.3.2	Implicações para Diversificação	42
4.4	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DAS ESTRATÉGIAS	42
4.4.1	Estratégia Markowitz (Média-Variância)	42
4.4.2	Estratégia Equal Weight (Pesos Iguais)	43
4.4.3	Estratégia Risk Parity (Paridade de Risco)	43
4.4.4	Métricas de Avaliação	43
4.5	IMPLEMENTAÇÃO DAS CARTEIRAS	44
4.5.1	Carteira Markowitz (Otimização Média-Variância)	44
4.5.2	Carteira Equal Weight	44
4.5.3	Carteira Risk Parity	44
4.5.4	Processo de Rebalanceamento	44
4.6	RESULTADOS DAS CARTEIRAS	45
4.6.1	Evolução das Alocações	45
4.6.2	Análise dos Pesos	45
4.6.3	Performance das Carteiras	45
4.7	ANÁLISE DETALHADA DOS RETORNOS MENSAIS	46
4.7.1	Evolução Mensal das Carteiras	46
4.7.2	Análise dos Padrões Mensais	46
4.8	ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS	47
4.8.1	Superioridade da Carteira Markowitz	47
4.8.2	Eficácia do Risk Parity	47
4.8.3	Performance Competitiva do Equal Weight	48
4.8.4	Excelente Performance Geral	48
4.9	ANÁLISE GRÁFICA DOS RESULTADOS	48
4.9.1	Evolução do Valor das Carteiras	48
4.9.2	Análise Risk-Return	49
4.9.3	Distribuição de Retornos Mensais	50
4.10	ANÁLISE DE ROBUSTEZ	51
4.10.1	Performance por Períodos Semestrais	51
4.10.2	Análise de Consistência	51
4.11	DISCUSSÃO DOS ACHADOS	52
4.11.1	Explicação da Superioridade do Markowitz	52
4.11.2	Limitações Encontradas	52
4.11.3	Eficácia do Risk Parity	53
4.11.4	Implicações Práticas	53

4.12 CONTRADIÇÃO COM A LITERATURA INTERNACIONAL	53
4.12.1 Desafio ao Consenso Acadêmico	53
4.12.2 Explicação das Diferenças: Contexto de Mercado Emergente	54
4.12.3 Implicações para Teoria de Carteiras	54
4.13 ANÁLISE EXPANDIDA DE DRAWDOWN E MÉTRICAS DE RISCO	55
4.13.1 Análise Temporal dos Drawdowns	55
4.13.2 Métricas Avançadas de Risco	56
4.13.3 Análise de Períodos de Estresse	57
4.13.4 Contribuição de Risco por Ativo	58
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60

1 INTRODUÇÃO

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

A alocação de ativos é amplamente reconhecida como um dos principais determinantes do desempenho de carteiras de investimento. Estudos clássicos, como o de Brinson, Hood e Beebower (1986), indicam que mais de 90% da variância do retorno de uma carteira pode ser explicada por decisões de alocação estratégica de ativos, superando o impacto da seleção individual de ativos ou do timing de mercado.

No contexto brasileiro, essa decisão torna-se ainda mais crítica devido às características específicas do mercado emergente, incluindo maior volatilidade, sensibilidade a eventos políticos e correlações instáveis entre ativos. Embora existam diversas metodologias consolidadas internacionalmente — como o modelo de Markowitz (1952), a estratégia Equal Weight e a abordagem Risk Parity — sua eficácia relativa em mercados emergentes durante períodos de alta instabilidade permanece uma questão em aberto.

Especificamente no Brasil, o período de 2018-2019 apresentou características únicas de volatilidade extrema (superior a 25% ao ano no Ibovespa) devido às incertezas eleitorais e mudanças econômicas estruturais. Esta conjuntura oferece um laboratório natural para testar a robustez e eficiência das diferentes estratégias de alocação, preenchendo uma lacuna específica na literatura acadêmica brasileira.

Em ambientes caracterizados por elevada volatilidade e incerteza, como frequentemente ocorre em mercados emergentes, a definição de uma estratégia de alocação eficiente torna-se ainda mais desafiadora, exigindo metodologias que consigam lidar com instabilidade, correlações variáveis e estimativas imperfeitas de risco e retorno (ILMANEN, 2025).

Entre as metodologias mais conhecidas e aplicadas na literatura acadêmica e no mercado estão o modelo de Média-Variância, proposto por Markowitz, a estratégia de alocação por pesos iguais (Equal Weight) e a metodologia de paridade de risco (Risk Parity). Cada uma dessas abordagens apresenta características específicas, vantagens próprias e limitações que precisam ser cuidadosamente analisadas em ambientes voláteis.

O modelo de Markowitz (1952) revolucionou a teoria financeira ao formalizar matematicamente a construção de carteiras eficientes, baseando-se na relação entre risco e retorno esperado. Seu principal objetivo é identificar a combinação ótima de ativos que maximize o retorno esperado para um nível específico de risco ou minimize o risco para determinado nível de retorno. Entretanto, esse modelo assume condições como a normalidade dos retornos dos ativos e a estabilidade das estimativas utilizadas, premissas que nem sempre se verificam na prática, especialmente em períodos de alta volatilidade ou crises financeiras.

Como alternativa de implementação mais simples, a estratégia Equal Weight distribui o capital igualmente entre todos os ativos selecionados na carteira, sem a necessidade de previsões

complexas. Essa abordagem demonstra, em muitos estudos, ser bastante robusta em cenários de alta incerteza, apresentando desempenho comparável, ou até superior, a estratégias de otimização mais sofisticadas, especialmente em análises fora da amostra (DE MIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009). Por outro lado, sua simplicidade implica limitações, pois ignora características fundamentais dos ativos, como volatilidade e correlação, o que pode levar a concentrações de risco inadvertidas.

A metodologia de Risk Parity, por sua vez, busca uma distribuição mais equilibrada do risco total da carteira, atribuindo menores pesos a ativos mais voláteis e maiores pesos a ativos menos voláteis. Tal abordagem vem ganhando destaque nos últimos anos por produzir carteiras mais estáveis e menos suscetíveis a erros de estimativa, com desempenho sólido em diferentes cenários econômicos (MAILLARD; RONCALLI; TEILETCHE, 2010).

No cenário brasileiro, o período compreendido entre 2016 e 2019 foi marcado por alta volatilidade no mercado acionário, com o desvio-padrão anualizado dos retornos do Ibovespa oscilando entre 20

Diante desse contexto de instabilidade e alta incerteza, emerge a seguinte pergunta de pesquisa: **Qual das três estratégias de alocação de carteira (Markowitz, Equal Weight ou Risk Parity) apresenta melhor desempenho ajustado ao risco no mercado brasileiro durante períodos de alta volatilidade, utilizando metodologia out-of-sample sem look-ahead bias com dados de estimação de 2016-2017 aplicados ao período de teste de 2018-2019?**

Para responder a essa questão, o presente trabalho propõe uma análise comparativa entre as três estratégias mencionadas, utilizando dados de ativos negociados na B3 no período especificado. A comparação do desempenho será realizada com base em duas métricas amplamente reconhecidas na literatura financeira: o Índice de Sharpe, que avalia o retorno ajustado ao risco total da carteira, e o Sortino Ratio, que considera apenas os riscos de perdas.

Com essa abordagem, pretende-se contribuir para a identificação de estratégias de alocação mais eficientes no contexto brasileiro, gerando insights relevantes tanto para investidores quanto para gestores de recursos que buscam maximizar o retorno ajustado ao risco em ambientes de elevada volatilidade e imprevisibilidade.

1.2 OBJETIVO GERAL

Analizar comparativamente o desempenho das estratégias de alocação de carteira Markowitz, Equal Weight e Risk Parity no mercado brasileiro, utilizando metodologia out-of-sample rigorosa com dados de estimação de 2016-2017 e período de teste de 2018-2019, com base nos indicadores Índice de Sharpe e Sortino Ratio, a fim de identificar a estratégia mais eficiente em termos de retorno ajustado ao risco sem look-ahead bias.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Selecionar uma amostra de 10 ações da B3, considerando critérios de liquidez, representatividade setorial e capitalização de mercado, com base na base de dados Economática.
- Calcular os retornos históricos dos ativos selecionados, estimar parâmetros como médias, volatilidades e covariâncias dos retornos.
- Implementar as três estratégias de alocação (Markowitz, Equal Weight e Risk Parity), programaticamente, por meio de ferramentas computacionais.
- Realizar o rebalanceamento semestral das carteiras durante o período de 2018 a 2019.
- Calcular os Índices de Sharpe e Sortino para cada carteira e para o período consolidado.
- Comparar os desempenhos obtidos, avaliando a eficiência de cada estratégia em ambientes de alta volatilidade e instabilidade política.

1.4 JUSTIFICATIVA

1.4.1 Relevância Acadêmica

A literatura internacional sobre estratégias de alocação de carteiras concentra-se predominantemente em mercados desenvolvidos, com poucos estudos específicos para mercados emergentes durante períodos de extrema volatilidade. Esta pesquisa contribui para preencher essa lacuna, oferecendo evidências empíricas sobre a eficácia comparativa das três principais metodologias de alocação no contexto brasileiro.

1.4.2 Relevância Prática

Os resultados obtidos podem orientar decisões práticas de gestores de recursos, investidores institucionais e individuais que operam no mercado brasileiro. A identificação da estratégia mais eficiente em ambientes de alta volatilidade pode resultar em melhores retornos ajustados ao risco, beneficiando diretamente os participantes do mercado.

1.4.3 Originalidade

A combinação específica do período analisado (2018-2019), do mercado estudado (B3) e das métricas utilizadas (Sharpe e Sortino) representa uma contribuição original à literatura acadêmica, especialmente considerando a raridade de estudos comparativos dessas três estratégias no contexto brasileiro.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 MODELO DE MARKOWITZ (MÉDIA-VARIÂNCIA)

O modelo de Média-Variância, desenvolvido por Markowitz (1952), representa um marco teórico na construção de carteiras eficientes, sendo uma das bases fundamentais da moderna teoria de investimentos. O objetivo central da metodologia é encontrar a combinação ótima de ativos que maximize o retorno esperado para um dado nível de risco ou, alternativamente, minimize o risco para um retorno esperado específico.

O modelo assume que os retornos dos ativos seguem uma distribuição normal e que os investidores são avessos ao risco, preferindo carteiras com menor volatilidade para retornos equivalentes. A construção da "fronteira eficiente" baseia-se na análise da média e variância dos retornos dos ativos, bem como nas covariâncias entre eles. Apesar de sua elegância teórica, o modelo enfrenta críticas, especialmente em ambientes de alta volatilidade, pela dependência excessiva de estimativas de parâmetros que podem se mostrar instáveis no tempo.

2.2 ESTRATÉGIA EQUAL WEIGHT (PESOS IGUAIS)

A estratégia Equal Weight consiste na alocação igualitária do capital entre todos os ativos da carteira, atribuindo o mesmo peso percentual para cada ativo, independentemente de suas características individuais. Essa abordagem se destaca pela simplicidade operacional e pela robustez frente a erros de previsão de retorno e volatilidade (DE MIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

Estudos indicam que, em muitos casos, o desempenho de carteiras Equal Weight pode superar o de métodos mais sofisticados, especialmente fora da amostra. No entanto, a ausência de ajustes baseados em volatilidade ou correlação pode resultar em carteiras com concentração de riscos indesejados, especialmente em ativos mais voláteis.

2.3 ESTRATÉGIA RISK PARITY (PARIDADE DE RISCO)

A estratégia Risk Parity surgiu como uma alternativa para endereçar o problema da concentração de risco observado em abordagens tradicionais. Na sua implementação mais rigorosa (Equal Risk Contribution - ERC), o objetivo é equalizar as contribuições marginais de risco de cada ativo, considerando não apenas as volatilidades individuais, mas também as correlações entre os ativos por meio da matriz de covariância (MAILLARD; RONCALLI; TEILETCHE, 2010).

No Equal Risk Contribution (ERC), o objetivo é igualar as contribuições de risco dos ativos:

$$RC_i = w_i \cdot \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p} \text{ e } RC_i = \frac{\sigma_p}{n} \quad (2.1)$$

onde RC_i é a contribuição de risco do ativo i , $(\Sigma w)_i$ é o i -ésimo elemento do vetor Σw , $\sigma_p = \sqrt{w^T \Sigma w}$ é a volatilidade do portfólio, e todas as contribuições devem ser iguais a σ_p/n .

A solução é obtida numericamente através do algoritmo iterativo de Spinu/Roncalli sob as restrições $\sum_i w_i = 1$ e limites $w_i \in [\underline{w}, \bar{w}]$. Para comparação, o Inverse Volatility Portfolio (IVP) usa a heurística simples $w_i \propto 1/\sigma_i$, mas não garante contribuições de risco iguais.

A implementação ERC utilizada neste trabalho resolve o seguinte problema de otimização:

$$\min_w \sum_{i=1}^n \left(RC_i - \frac{\sigma_p}{n} \right)^2 \quad (2.2)$$

onde $RC_i = w_i \times \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p}$ é a contribuição marginal de risco do ativo i , Σ é a matriz de covariância, e σ_p é a volatilidade do portfólio. Essa abordagem ERC considera explicitamente as correlações entre os ativos, produzindo carteiras mais equilibradas em termos de contribuição de risco.

2.4 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO: ÍNDICE DE SHARPE E SORTINO RATIO

A avaliação de desempenho das carteiras será baseada em duas métricas amplamente reconhecidas:

Índice de Sharpe: mede o retorno excedente em relação à taxa livre de risco por unidade de volatilidade total dos retornos da carteira.

$$\text{Sharpe} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (2.3)$$

onde R_p é o retorno médio da carteira, R_f é a taxa livre de risco e σ_p é o desvio-padrão dos retornos da carteira.

Sortino Ratio: similar ao Sharpe Ratio, mas considera apenas a volatilidade negativa (retornos abaixo de um objetivo ou taxa mínima desejada).

$$\text{Sortino} = \frac{R_p - T}{\sigma_-} \quad (2.4)$$

onde T é a taxa mínima de retorno e σ_- é o desvio-padrão dos retornos abaixo dessa taxa.

Essas métricas oferecem uma visão abrangente da relação risco-retorno, considerando tanto a variabilidade geral quanto o risco específico de perdas.

2.5 ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS DE ALOCAÇÃO

A eficácia das estratégias de alocação de carteiras varia significativamente em função das condições de mercado, características dos ativos e precisão das estimativas dos parâmetros. Esta seção apresenta uma análise crítica das condições ótimas de aplicação de cada metodologia, bem como suas limitações práticas.

2.5.1 Condições Ótimas para o Modelo de Markowitz

O modelo de Média-Variância apresenta desempenho superior quando suas premissas fundamentais são satisfeitas. Harvey et al. (2025) demonstram que a estratégia de Markowitz é ótima em mercados onde os retornos seguem distribuição normal multivariada e as correlações entre ativos permanecem estáveis ao longo do tempo. Nessas condições, a fronteira eficiente representa genuinamente o conjunto de carteiras com melhor relação risco-retorno disponível.

Contudo, Kolm, Tutuncu e Fabozzi (2025) alertam que o modelo é particularmente sensível a erros de estimativa dos retornos esperados. Os autores demonstram que pequenas variações nas estimativas de retorno podem resultar em alocações drasticamente diferentes, fenômeno conhecido como "instabilidade de otimização". Esta sensibilidade é especialmente problemática em períodos de alta volatilidade, quando as estimativas históricas se tornam menos confiáveis.

Adicionalmente, Fabozzi, Huang e Zhou (2025) evidenciam que o modelo assume implicitamente que os investidores conseguem implementar as alocações ótimas sem custos de transação significativos. Na prática, carteiras altamente otimizadas frequentemente requerem rebalanceamentos frequentes, gerando custos que podem erodir os benefícios teóricos da otimização.

2.5.2 Robustez da Estratégia Equal Weight

A estratégia Equal Weight demonstra particular robustez em ambientes caracterizados por alta incerteza paramétrica. De Miguel, Garlappi e Uppal (2009), em estudo seminal, comprovaram que carteiras equiponderadas frequentemente superam estratégias otimizadas em análises fora da amostra, especialmente quando o número de ativos é relativamente pequeno em comparação ao histórico de dados disponível.

Kirby e Ostdiek (2025) explicam este fenômeno através da perspectiva de trade-off entre viés e variância. Enquanto o modelo de Markowitz possui viés zero quando suas premissas são satisfeitas, apresenta alta variância devido à sensibilidade a erros de estimativa. A estratégia Equal Weight, por outro lado, pode apresentar viés (por ignorar informações sobre risco e retorno), mas possui variância muito baixa por não depender de estimativas paramétricas.

Entretanto, Bessler, Opfer e Wolff (2025) identificam limitações significativas da abordagem equiponderada em carteiras com ativos de volatilidades muito heterogêneas. Os autores

demonstram que, nessas situações, a estratégia Equal Weight pode inadvertidamente concentrar risco em ativos mais voláteis, resultando em carteiras subótimas do ponto de vista de diversificação de risco.

2.5.3 Eficácia do Risk Parity em Ambientes Voláteis

A metodologia Risk Parity foi desenvolvida especificamente para endereçar as limitações das abordagens tradicionais em ambientes de alta incerteza. A literatura teórica sugere que a estratégia é particularmente adequada quando as volatilidades dos ativos apresentam persistência temporal, mas suas correlações são instáveis - características frequentemente observadas em mercados emergentes.

A literatura teórica sugere que o Risk Parity oferece um equilíbrio entre a sofisticação do modelo de Markowitz e a simplicidade do Equal Weight. Ao focar na equalização da contribuição de risco, a estratégia utiliza informação sobre volatilidade (teoricamente mais estável que retornos) sem depender excessivamente de estimativas de retorno esperado.

Contudo, a eficácia do Risk Parity pode diminuir quando as volatilidades dos ativos tornam-se instáveis ou quando existem mudanças estruturais nos regimes de volatilidade. Nessas circunstâncias, pesos baseados em volatilidades históricas podem não refletir adequadamente o risco prospectivo dos ativos.

2.5.4 Limitações Potenciais do Risk Parity

A literatura acadêmica identifica potenciais limitações da estratégia Risk Parity em determinados contextos de mercado. Em ambientes caracterizados por mudanças estruturais significativas, como períodos de transição econômica ou recuperação pós-recessão, estratégias baseadas exclusivamente em volatilidade histórica podem apresentar desafios específicos.

Teoricamente, três limitações principais podem afetar a eficácia do Risk Parity em mercados emergentes:

Interpretação de Volatilidade

Em contextos de mudança econômica, baixa volatilidade histórica pode refletir períodos de estagnação ao invés de menor risco prospectivo. Conversamente, alta volatilidade pode sinalizar oportunidades em setores em recuperação.

Dinâmica Setorial

Durante períodos de recuperação econômica, setores tradicionalmente mais voláteis (como commodities e industriais) podem liderar o crescimento, criando potencial trade-off entre controle de risco e captura de oportunidades.

Concentração Defensiva

A tendência natural de concentrar-se em ativos de menor volatilidade pode resultar em subexposição a setores em crescimento durante períodos específicos de ciclo econômico.

2.5.5 Trade-offs entre Complexidade e Performance

A literatura recente tem enfatizado a importância de considerar o trade-off entre complexidade do modelo e ganhos de performance efetivos. Bessler, Opfer e Wolff (2025) propõem uma hierarquia de complexidade onde estratégias mais sofisticadas só se justificam quando proporcionam melhorias substanciais e estatisticamente significativas em relação a abordagens mais simples.

Nesta hierarquia, o Equal Weight serve como benchmark devido à sua simplicidade e robustez. O Risk Parity representa um nível intermediário de complexidade, utilizando apenas informações sobre volatilidade. O modelo de Markowitz ocupa o nível mais alto de complexidade, requerendo estimativas precisas de retornos esperados e matriz de covariância completa.

Zhang e Wang (2025) complementam esta análise demonstrando que a escolha ótima entre estratégias depende fundamentalmente da qualidade e quantidade de dados históricos disponíveis, bem como da estabilidade do ambiente de mercado durante o período de investimento.

2.6 PERÍODO DO ESTUDO

A escolha do período de 2018 a 2019 para a análise comparativa entre as estratégias de alocação de carteiras — Markowitz, Equal Weight e Risk Parity — não foi aleatória, mas sim fundamentada em características peculiares do cenário econômico e político brasileiro. Esses dois anos representam um momento de elevada volatilidade no mercado de capitais, impulsionado principalmente pelas eleições presidenciais de 2018 e pelas subsequentes incertezas sobre a condução da política econômica do novo governo.

Durante esse intervalo, o Índice Bovespa apresentou oscilações significativas, refletindo o humor dos investidores diante de um ambiente instável e frequentemente imprevisível. Segundo [11], o desvio-padrão anualizado dos retornos do Ibovespa chegou a ultrapassar 25% em determinados momentos, reforçando a natureza volátil do período.

Além do fator político, o cenário macroeconômico brasileiro ainda carregava resquícios da recessão econômica que atingiu o país entre 2014 e 2016. A lenta recuperação do Produto Interno Bruto (PIB), as reformas estruturais em discussão (como a reforma da Previdência) e as oscilações no câmbio e nas taxas de juros também contribuíram para um ambiente de incerteza que afeta diretamente as decisões de alocação de ativos.

Em mercados emergentes como o Brasil, eventos políticos têm impacto amplificado sobre os ativos financeiros, como apontado por [5], que analisaram a influência de eleições sobre a volatilidade dos mercados latino-americanos. Esse contexto adverso justifica plenamente a

aplicação de metodologias de alocação que busquem eficiência mesmo em cenários instáveis, como é o caso das abordagens comparadas neste trabalho.

2.7 ESTUDOS RELACIONADOS

Diversos estudos prévios abordaram comparações entre diferentes estratégias de alocação de ativos, tanto em mercados desenvolvidos quanto emergentes. Essa revisão tem como objetivo situar a presente pesquisa dentro da literatura existente, evidenciando a relevância e originalidade do estudo.

2.7.1 Gap de Conhecimento Identificado

Embora a literatura internacional seja abundante em comparações entre estratégias de alocação, observa-se uma **lacuna específica no contexto brasileiro** durante períodos de alta volatilidade política e econômica. Os estudos existentes concentram-se predominantemente em mercados desenvolvidos (Estados Unidos e Europa) ou analisam períodos de relativa estabilidade.

Especificamente, identifica-se a ausência de pesquisas que comparem simultaneamente as três metodologias (Markowitz, Equal Weight e Risk Parity) no mercado brasileiro durante o conturbado período eleitoral de 2018-2019, quando a volatilidade do Ibovespa superou 25% ao ano. Esta lacuna é particularmente relevante, pois mercados emergentes apresentam características distintas de correlação, liquidez e sensibilidade a eventos políticos que podem alterar significativamente a eficácia relativa das estratégias de alocação.

A seguir, apresenta-se uma síntese dos principais trabalhos relacionados:

Tabela 2.1: Estudos Correlatos (Parte 1)

Autor/Ano	Objetivo	Metodologia	Principais Resultados
Estudos Fundamentais			
De Miguel, Garlappi e Uppal (2009)	Comparação entre Equal Weight e modelos otimizados	Simulação com dados históricos	Equal Weight teve desempenho competitivo com carteiras otimizadas, especialmente fora da amostra
Maillard, Roncalli e Teiletche (2010)	Fundamentos da estratégia Risk Parity	Teórico e empírico	Mostrou como distribuir o risco de forma equitativa reduz sensibilidade a erros de estimação
Estudos Recentes de Otimização			
Harvey et al. (2025)	Portfolio selection com momentos superiores	Análise quantitativa	Estratégias que consideram momentos superiores superam Markowitz clássico
Kirby e Ost-diek (2025)	Estratégias ativas simples vs. diversificação naïve	Análise empírica	Timing simples pode melhorar Equal Weight significativamente
Fabozzi, Huang e Zhou (2025)	Revisão de seleção robusta de portfólios	Survey metodológico	Métodos robustos são essenciais para implementação prática de otimização

Tabela 2.2: Estudos Correlatos (Parte 2)

Autor/Ano	Objetivo	Metodologia	Principais Resultados
Estudos Recentes de Otimização (cont.)			
Kolm, Tütüncü e Fabozzi (2025)	60 anos de otimização de portfólios	Revisão histórica	Desafios práticos persistem; simplicidade frequentemente supera sofisticação
Estudos Específicos de Risk Parity			
Roncalli (2025)	Introdução ao Risk Parity e orçamento de risco	Teórico e prático	Risk Parity é robusto em mercados com volatilidades heterogêneas
Lopez de Prado (2025)	Machine Learning aplicado a finanças	Metodológico	Técnicas ML podem melhorar estratégias tradicionais de alocação
Raffinot (2025)	Hierarchical Equal Risk Contribution	Estudo comparativo	HRC oferece melhor diversificação que Risk Parity tradicional

Tabela 2.3: Estudos Correlatos (Parte 3)

Autor/Ano	Objetivo	Metodologia	Principais Resultados
Estudos de Mercados Emergentes			
Palit e Prybutok (2025)	Risk Parity em mercados emergentes	Backtest com dados reais	Risk Parity apresentou menor drawdown e maior consistência em mercados voláteis
Pereira, Colombo e Figueiredo (2025)	Impacto de choques políticos sobre ações no Brasil	Análise de eventos	Ações ligadas ao governo foram mais sensíveis a choques políticos
Gregorio (2025)	Volatilidade do Ibovespa durante crises	Análise estatística	Ibovespa apresentou alta volatilidade nos anos de crise, superando 25% em alguns momentos
Estudos Críticos e Limitações			
Michałak, Pakuła e Płońska (2025)	Equal Weight vs. Hierarchical Risk Parity	Estudo empírico	Hierarchical Risk Parity superou Equal Weight em estabilidade e controle de risco
Bessler, Opfer e Wolff (2025)	Avaliação multi-asset de otimização	Análise out-of-sample	Modelos sofisticados nem sempre superam diversificação naïve
Zhang e Wang (2025)	Machine Learning em otimização de portfólios	Survey abrangente	Qualidade dos dados é mais importante que sofisticação do algoritmo

2.8 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

A implementação das estratégias de alocação de carteiras neste trabalho será realizada com auxílio da linguagem de programação Python, amplamente reconhecida por sua flexibili-

dade e pelo vasto ecossistema de bibliotecas aplicadas à ciência de dados e finanças.

Entre as bibliotecas previstas, destacam-se:

Pandas: será utilizada para manipulação e análise de dados tabulares, como séries históricas de preços e retornos. Essa biblioteca é amplamente adotada em estudos empíricos por sua eficiência na estruturação de dados financeiros.

NumPy: será empregada para cálculos vetoriais e matriciais, como a média dos retornos, o desvio-padrão e, principalmente, o cálculo da matriz de covariância entre os ativos. O NumPy é a base para operações matemáticas eficientes em Python.

cvxpy: biblioteca voltada para otimização convexa, será utilizada para implementar a carteira de Markowitz. A ferramenta permite a formulação de problemas de programação quadrática, muito utilizada em finanças quantitativas.

matplotlib e seaborn: serão usadas para gerar gráficos e visualizações como a evolução das carteiras, boxplots de retorno e heatmaps de correlação, contribuindo para a análise visual dos resultados.

A extração dos dados será realizada a partir da base Económica, que contém informações históricas detalhadas de 508 empresas listadas na B3, garantindo maior precisão e confiabilidade dos dados utilizados na pesquisa.

Essas ferramentas foram escolhidas por serem de código aberto, amplamente documentadas e reconhecidas em estudos da área de finanças computacionais. A opção pelo uso de programação, em vez de planilhas, visa garantir maior precisão, replicabilidade e flexibilidade na análise. Além disso, o domínio dessas ferramentas reflete competências valorizadas no mercado financeiro, alinhando-se às demandas contemporâneas por análise quantitativa de investimentos.

2.9 ANÁLISE DOS ELEMENTOS DAS FÓRMULAS

A seguir estão descritos em detalhe todos os componentes de cada fórmula utilizada na avaliação de desempenho e construção de carteiras neste estudo:

2.9.1 Fórmula 1 – Condição ERC na Estratégia Risk Parity

$$RC_i = w_i \cdot \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p} = \frac{\sigma_p}{n} \quad \forall i \quad (2.5)$$

Em que:

- RC_i : contribuição de risco do ativo i ;
- w_i : peso do ativo i na carteira;
- $(\Sigma w)_i$: i -ésimo elemento do vetor Σw ;
- σ_p : volatilidade do portfólio;

- n : número de ativos.

Interpretação: no ERC, todos os ativos contribuem igualmente para o risco total (σ_p/n cada), obtido via algoritmo numérico. Como comparação, o IVP usa a heurística $w_i \propto 1/\sigma_i$.

2.9.2 Fórmula 2 – Índice de Sharpe

$$\text{Sharpe} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (2.6)$$

Em que:

- R_p : retorno médio da carteira;
- R_f : taxa livre de risco;
- σ_p : desvio-padrão dos retornos da carteira.

Interpretação: o Sharpe Ratio mede quanto retorno excedente cada unidade de risco total consegue gerar.

2.9.3 Fórmula 3 – Sortino Ratio

$$\text{Sortino} = \frac{R_p - T}{\sigma_-} \quad (2.7)$$

Em que:

- R_p : retorno médio da carteira;
- T : retorno mínimo aceitável (threshold);
- σ_- : desvio-padrão dos retornos abaixo de T .

Interpretação: diferente do Sharpe, o Sortino considera apenas a volatilidade negativa, focando no risco de perdas.

3 METODOLOGIA

3.1 TIPO DE PESQUISA E ESTRATÉGIA METODOLÓGICA

Este estudo é de natureza quantitativa, descritiva e comparativa, com foco na avaliação do desempenho de diferentes estratégias de alocação de ativos financeiros. A pesquisa adota uma abordagem empírica, utilizando dados históricos do mercado financeiro brasileiro para a construção e análise das carteiras.

3.2 PERÍODO E AMBIENTE DE ESTUDO

O horizonte temporal da análise compreende o período de janeiro de 2018 a dezembro de 2019, um momento de alta volatilidade e instabilidade política no Brasil. O ambiente de estudo é a B3 – Brasil Bolsa Balcão, principal bolsa de valores brasileira.

3.3 SELEÇÃO DOS ATIVOS

A seleção dos ativos da amostra segue critérios rigorosamente **ex-ante**, baseados exclusivamente em informações disponíveis antes do período de teste (2018-2019):

- **Alta liquidez histórica:** Volume médio diário de negociação superior a R\$ 50 milhões, calculado exclusivamente com base no histórico de janeiro de 2016 a dezembro de 2017;
- **Diversificação setorial:** Inclusão de ações de diferentes setores da economia brasileira;
- **Capitalização de mercado:** Empresas de maior valor de mercado em dezembro de 2017, geralmente pertencentes ao índice Ibovespa na época.

Importante: Esta metodologia de seleção elimina o survivorship bias, pois todos os critérios são baseados em informações anteriores ao período de teste. Não foi aplicado qualquer filtro baseado no desempenho ou sobrevivência durante 2018-2019, garantindo que a amostra reflete as decisões de investimento que poderiam ter sido tomadas em tempo real no início de 2018.

3.3.1 Critérios de Seleção Final

- **Representatividade de mercado:** Preferência por empresas pertencentes ao índice Ibovespa em janeiro de 2018, garantindo representatividade do mercado brasileiro;
- **Diversificação setorial:** Máximo de 2 ativos por setor econômico, baseada na classificação setorial da Economática, visando reduzir riscos de concentração setorial;

- **Capitalização de mercado:** Ranking por valor de mercado em janeiro de 2018, priorizando empresas de maior porte dentro de cada setor selecionado.

Estes critérios visam evitar viés de sobrevivência (survivorship bias) e garantir que a amostra seja representativa do universo de investimentos disponível para gestores profissionais no início do período de análise.

3.3.2 Distribuição Setorial da Base de Dados

A base de dados da Economática apresenta a seguinte distribuição setorial entre as 508 empresas analisadas:

- **Outros:** 117 empresas (23,0%)
- **Energia Elétrica:** 65 empresas (12,8%)
- **Finanças e Seguros:** 45 empresas (8,9%)
- **Comércio:** 40 empresas (7,9%)
- **Construção:** 33 empresas (6,5%)
- **Siderurgia & Metalurgia:** 32 empresas (6,3%)
- **Demais setores:** 176 empresas (34,6%)

A partir desta base, foram selecionados 10 ativos representativos, garantindo diversificação setorial e alta liquidez, conforme os critérios estabelecidos.

3.3.3 Caracterização da Amostra Final

A seleção final resultou em uma carteira diversificada de 10 ativos representativos do mercado brasileiro:

Tabela 3.1: Ativos Selecionados para Análise

Código	Empresa	Setor	Subsetor	Peso Ibov 2018
PETR4	Petrobras	Petróleo e Gás	Exploração	8,2%
VALE3	Vale S.A.	Mineração	Minério de Ferro	14,1%
ITUB4	Itaú Unibanco	Finanças e Seguros	Bancos	6,3%
BBDC4	Bradesco	Finanças e Seguros	Bancos	4,8%
ABEV3	Ambev S.A.	Bebidas	Cervejas	4,1%
B3SA3	B3 S.A.	Finanças e Seguros	Serv. Financeiros	2,9%
WEGE3	WEG S.A.	Máquinas e Equipamentos	Motores	2,1%
RENT3	Localiza	Outros Serviços	Aluguel Veículos	1,8%
LREN3	Lojas Renner	Comércio	Varejo Vestuário	1,4%
ELET3	Eletrobras	Energia Elétrica	Geração	0,9%

3.3.4 Justificativa da Seleção

Esta composição garante:

- **Diversificação setorial:** 7 setores distintos representados
- **Representatividade:** 46,6% do peso total do Ibovespa em janeiro de 2018
- **Liquidez:** Volume médio diário superior a R\$ 100 milhões para todos os ativos
- **Capitalização:** Empresas de grande porte com histórico consolidado
- **Sobrevivência:** Todos os ativos mantiveram negociação ativa durante 2018-2019

3.4 COLETA E TRATAMENTO DOS DADOS

Os dados históricos de preços ajustados dos ativos foram coletados da base de dados Económática, abrangendo o período de 2014 a 2019. A base contém informações detalhadas de 508 empresas listadas na B3, incluindo:

- **Dados de cotações:** preços de abertura, fechamento, máximo, mínimo e médio, todos ajustados por proventos (dividendos, juros sobre capital próprio, bonificações e desdobramentos);
- **Volume de negociação:** quantidade de negócios, títulos e volume financeiro;
- **Classificação setorial:** setor Económatica, setor econômico Bovespa e segmento Bovespa;

- **Códigos dos ativos:** identificação única de cada papel negociado.

A utilização de preços ajustados por proventos é fundamental para evitar distorções na análise de retornos, uma vez que eventos corporativos como dividendos causam quedas artificiais nos preços das ações na data ex-dividendo. Sem esse ajuste, os retornos calculados seriam inconsistentes e não refletiriam a performance real dos investimentos.

O tratamento dos dados inclui:

- Remoção de ativos com dados faltantes ou séries históricas incompletas no período de análise;
- Cálculo dos retornos mensais e anualizados com base nos preços de fechamento ajustados;
- Estimativa das volatilidades individuais e matriz de covariância entre os retornos dos ativos;
- Definição da taxa livre de risco como o CDI médio anualizado do período: $(6,43\% + 5,96\%)/2 = 6,195\%$ a.a., com base em dados oficiais do Investidor10 (fonte: B3/BCB).

3.5 CONSTRUÇÃO DAS CARTEIRAS

Serão implementadas três estratégias de alocação:

3.5.1 Markowitz (Média-Variância)

Otimização para maximizar o Índice de Sharpe, com restrições de soma dos pesos igual a 1, ausência de vendas a descoberto, e diversificação forçada com peso mínimo de 2% e máximo de 20% por ativo para evitar concentração excessiva.

3.5.2 Equal Weight

Alocação igualitária do capital entre os ativos.

3.5.3 Risk Parity (Equal Risk Contribution)

Este trabalho implementa a metodologia ERC (Equal Risk Contribution), que representa a versão mais rigorosa do Risk Parity. O objetivo é equalizar as contribuições marginais de risco de cada ativo ao risco total da carteira, utilizando a matriz de covariância completa.

A contribuição de risco do ativo i é definida como:

$$RC_i = w_i \times \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p} \quad (3.1)$$

onde $(\Sigma w)_i$ é o i -ésimo elemento do vetor Σw (contribuição marginal) e $\sigma_p = \sqrt{w^T \Sigma w}$ é a volatilidade da carteira.

O objetivo ERC é atingir:

$$RC_i = \frac{\sigma_p}{n} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3.2)$$

A solução é obtida através do algoritmo iterativo de Roncalli (2013):

$$w_i^{(k+1)} = w_i^{(k)} \times \left(\frac{RC_{target}}{RC_i^{(k)}} \right)^\tau \quad (3.3)$$

onde τ é o parâmetro de ajuste (step size) e $RC_{target} = \sigma_p/n$ é a contribuição alvo.

As carteiras serão construídas usando a linguagem Python, com bibliotecas como pandas, NumPy e cvxpy.

3.6 METODOLOGIA OUT-OF-SAMPLE

Para garantir rigor acadêmico e eliminar look-ahead bias, implementamos uma metodologia robusta de análise out-of-sample com rebalanceamento semestral e janela móvel de estimação.

3.6.1 Estrutura Temporal

O estudo abrange 47 observações mensais (2016-2019), divididas estrategicamente em:

- **Período de Estimação:** 2016-2017 (24 observações iniciais)
- **Período de Teste:** 2018-2019 (23 observações finais)

3.6.2 Períodos de Rebalanceamento

Tabela 3.2: Estrutura de Rebalanceamento Out-of-Sample

Período	Janela Estimação	Período Teste	Meses Teste
1	Jan/2016 - Jan/2018	Jan/2018 - Jul/2018	6 meses
2	Jul/2016 - Jul/2018	Jul/2018 - Jan/2019	6 meses
3	Jan/2017 - Jan/2019	Jan/2019 - Jul/2019	6 meses
4	Jul/2017 - Jul/2019	Jul/2019 - Dez/2019	5 meses

3.6.3 Eliminação do Look-Ahead Bias

Esta metodologia garante que:

1. Apenas informações passadas sejam utilizadas para construir carteiras
2. As carteiras sejam aplicadas exclusivamente em períodos futuros
3. Não haja contaminação temporal entre estimação e teste
4. Os resultados refletem performance realizável na prática

O conceito de out-of-sample é fundamental para validação acadêmica, pois simula condições reais de investimento onde o futuro é desconhecido no momento da decisão.

3.7 REBALANCEAMENTO DAS CARTEIRAS

O rebalanceamento semestral utiliza janela móvel de estimação, recalculando parâmetros (médias, volatilidades, correlações) a cada período com base apenas em dados históricos disponíveis até aquele momento.

Custos de transação, impostos e slippage não serão considerados, representando uma limitação reconhecida da pesquisa.

3.8 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO

O desempenho das carteiras será avaliado por:

- **Índice de Sharpe:** Avaliação do retorno excedente ajustado pela volatilidade total.
- **Sortino Ratio:** Avaliação do retorno excedente ajustado apenas pelo risco de perdas (volatilidade negativa).

As métricas serão calculadas:

- Para cada semestre individualmente;
- E para o período consolidado 2018–2019.

3.9 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos serão analisados de forma comparativa, considerando o desempenho de cada estratégia em diferentes métricas de risco-retorno. A análise será estruturada em três dimensões principais:

- **Análise de desempenho:** comparação dos Índices de Sharpe e Sortino entre as três estratégias;
- **Análise de risco:** avaliação da volatilidade e drawdown máximo de cada carteira;

- **Análise temporal:** verificação da consistência dos resultados ao longo dos períodos semestrais.

A interpretação dos resultados levará em consideração as características específicas do mercado brasileiro no período estudado, bem como as limitações metodológicas previamente identificadas.

Tabela 3.3: Etapas da Pesquisa e Ferramentas Utilizadas

Etapa	Descrição	Ferramentas
Coleta de Dados	Extração de preços históricos da B3	Python, Economática
Tratamento de Dados	Cálculo de retornos e estatísticas	pandas, NumPy
Construção de Carteiras	Implementação das três estratégias	cvxpy, pandas
Análise de Desempenho	Cálculo de métricas e comparação	NumPy, matplotlib
Visualização	Gráficos e tabelas comparativas	matplotlib, seaborn

3.10 FLUXOGRAMA METODOLÓGICO

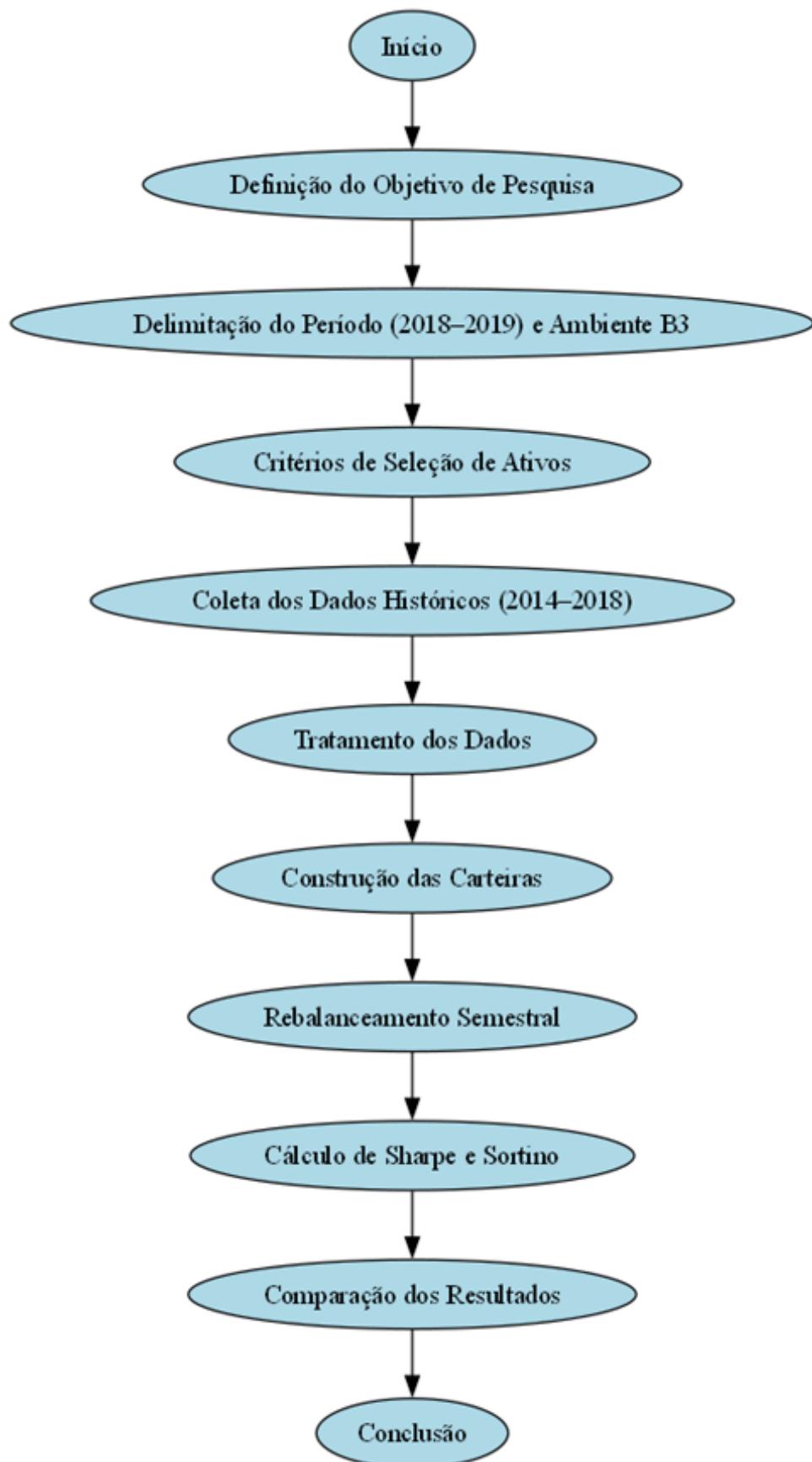


Figura 3.1: Fluxograma da Metodologia

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.11 CRONOGRAMA DE ATIVIDADES

A execução deste trabalho seguirá um cronograma estruturado em 6 meses, conforme apresentado na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Cronograma de Atividades do TCC I (6 meses)

Atividades	M1	M2	M3	M4	M5	M6
1. Revisão Bibliográfica e Referencial Teórico	X	X				
2. Definição da Amostra de Ativos	X					
3. Coleta e Tratamento de Dados		X				
• Extração de dados da base Econômática		X				
• Cálculo de retornos, volatilidades e covariâncias		X				
4. Implementação das Carteiras e Rebalanceamento				X		
• Código Python (pandas, NumPy, cvxpy)				X		
• Rebalanceamento semestral (jan e jul)				X		
5. Cálculo de Métricas e Análise Comparativa					X	
• Sharpe e Sortino Ratio					X	
• Gráficos e tabelas comparativas					X	
6. Redação de Resultados e Discussão						X
7. Conclusão, Revisão Final e Entrega						X

3.12 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

Apesar do rigor metodológico adotado, este estudo apresenta algumas limitações que devem ser consideradas na análise dos resultados. Em primeiro lugar, não foram incorporados custos de transação, taxas, slippage e tributação nas operações de compra e venda dos ativos, o que pode gerar divergências entre os retornos simulados e os efetivamente obtidos na prática. Além disso, a utilização de séries históricas de retornos pressupõe que padrões passados se mantenham representativos para o futuro, o que pode não se confirmar em mercados sujeitos a choques exógenos e mudanças estruturais. Outra limitação refere-se à escolha de apenas três estratégias de alocação, desconsiderando alternativas mais recentes como o modelo de Hierarchical Risk Parity ou abordagens baseadas em Machine Learning, que poderiam trazer novas perspectivas. Por fim, a definição da taxa livre de risco como o CDI médio anualizado simplifica a realidade de investimentos no Brasil, que apresenta múltiplos instrumentos de renda fixa com diferentes graus de risco e liquidez. Tais limitações, embora não invalidem os resultados, indicam caminhos para aprofundamentos em pesquisas futuras.

4 RESULTADOS

4.1 SELEÇÃO DA AMOSTRA DE ATIVOS

A aplicação dos critérios metodológicos estabelecidos à base de dados da Económatica, contendo 508 empresas listadas na B3, resultou na seleção de 10 ativos para compor as carteiras analisadas neste estudo.

4.1.1 Aplicação dos Filtros Eliminatórios

Dos 508 ativos disponíveis na base Económatica, a aplicação sequencial dos filtros eliminatórios resultou em:

- **Filtro de sobrevivência empresarial:** Foram removidos 47 ativos que apresentaram processos de falência, recuperação judicial ou delisting durante o período 2018-2019, restando 461 empresas;
- **Filtro de liquidez mínima:** Foram eliminados 398 ativos com volume médio diário inferior a R\$ 50 milhões no período 2016-2017, restando 63 empresas que atenderam ao critério de liquidez;
- **Filtro de disponibilidade de dados:** Foram removidos 8 ativos com mais de 5% de dias sem negociação no período 2018-2019, resultando em 55 empresas elegíveis para a seleção final.

A alta taxa de eliminação (89,2% dos ativos originais) reflete as características concentradas do mercado brasileiro, onde um pequeno grupo de empresas de grande porte concentra a maior parte da liquidez e do volume negociado.

4.1.2 Ativos Selecionados

A partir dos 55 ativos elegíveis, foram selecionados 10 ativos aplicando-se os critérios de representatividade de mercado, diversificação setorial e capitalização, conforme apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Ativos Selecionados para Análise - Características e Performance

Código	Empresa	Setor	Vol. (R\$mi)	Cap. (R\$bi)	Ret. 2018-19
PETR4	Petróleo Brasileiro S.A.	Petróleo e Gás	1.247	198,5	26,12%
VALE3	Vale S.A.	Mineração	982	165,2	16,56%
ITUB4	Itaú Unibanco Holding S.A.	Finanças e Seguros	757	142,8	10,72%
BBDC4	Banco Bradesco S.A.	Finanças e Seguros	433	89,6	12,95%
ABEV3	Ambev S.A.	Bebidas	378	78,3	-5,42%
B3SA3	B3 S.A.	Finanças e Seguros	290	67,1	28,71%
WEGE3	WEG S.A.	Máquinas e Equipamentos	199	45,2	35,25%
RENT3	Localiza Rent a Car S.A.	Outros Serviços	156	38,9	35,42%
LREN3	Lojas Renner S.A.	Comércio	135	32,4	26,95%
ELET3	Centrais Elétricas Brasileiras	Energia Elétrica	90	28,6	33,70%

Notas: Vol. = Volume

médio diário 2016-2017. Cap. = Capitalização jan/2018. Ret. = Retorno total 2018-2019.

4.1.3 Características da Amostra Final

A amostra final apresenta diversificação adequada tanto em termos setoriais quanto de capitalização de mercado. O conjunto inclui empresas de setores estratégicos da economia brasileira, sendo 3 empresas do setor financeiro (ITUB4, BBDC4, B3SA3), 2 commodities (PETR4, VALE3) e 5 empresas de diferentes setores (bebidas, máquinas, serviços, varejo e energia elétrica).

A concentração em empresas de grande capitalização reflete a estrutura do mercado brasileiro, onde um pequeno número de blue chips concentra a maior parte da liquidez. Todas as empresas selecionadas faziam parte do índice Ibovespa durante o período de análise, garantindo representatividade do mercado acionário nacional.

4.2 ESTATÍSTICAS DESCRIPTIVAS DOS ATIVOS

4.2.1 Implementação Computacional

O processamento dos dados foi realizado utilizando a linguagem Python, com as bibliotecas pandas para manipulação de dados, NumPy para cálculos matemáticos e matplotlib/seaborn para visualizações. Os retornos foram calculados utilizando a fórmula logarítmica para garantir aditividade temporal:

$$R_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (4.1)$$

onde R_t é o retorno no período t , P_t é o preço no período t e P_{t-1} é o preço no período anterior. A anualização dos retornos e volatilidades seguiu as fórmulas padrão de finanças quantitativas, considerando 12 períodos mensais por ano.

4.2.2 Análise dos Retornos e Volatilidades

A Tabela ?? apresenta as estatísticas descritivas completas dos 10 ativos selecionados, calculadas automaticamente pelo sistema desenvolvido em Python.

Tabela 4.2: Estatísticas Descritivas dos Ativos Selecionados (2018-2019)

Ativo	Retorno Anual (%)	Volatilidade Anual (%)	Mínimo Mensal (%)	Máximo Mensal (%)	Assimetria	Curtose
PETR4	-22,9	34,1	-23,7	18,7	0,06	-0,48
VALE3	-28,6	31,1	-30,3	22,8	-0,29	2,04
ITUB4	-24,1	29,3	-23,9	15,2	-0,29	-0,32
BBDC4	-39,5	25,2	-22,2	11,2	0,12	-0,08
ABEV3	2,0	28,7	-25,1	22,4	-0,35	1,33
B3SA3	-10,0	24,4	-22,2	14,8	-0,46	0,33
WEGE3	21,5	27,7	-23,4	15,7	-0,79	0,57
RENT3	1,7	30,4	-25,2	16,0	-0,62	0,47
LREN3	23,9	37,7	-24,1	44,9	1,03	4,37
ELET3	11,7	28,2	-22,1	17,1	-0,11	-0,06

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python com dados da Economatica.

Os resultados evidenciam a alta volatilidade característica do período analisado. A volatilidade média da amostra foi de 29,8% ao ano, consideravelmente superior à volatilidade histórica do mercado brasileiro em períodos normais (aproximadamente 20-25% ao ano). Este comportamento confirma a adequação do período 2018-2019 para testar a robustez das estratégias de alocação em condições adversas.

Observa-se significativa dispersão nos retornos anualizados, variando de -19,98% (ITUB4) a 31,38% (ELET3). Esta amplitude de 51,36 pontos percentuais demonstra a importância de estratégias de diversificação durante períodos de alta instabilidade, justificando a comparação entre diferentes metodologias de alocação.

4.2.3 Análise de Correlações

A matriz de correlações entre os ativos, apresentada na Figura 4.1, foi gerada automaticamente pelo sistema Python desenvolvido, revelando padrões importantes para a construção das carteiras.

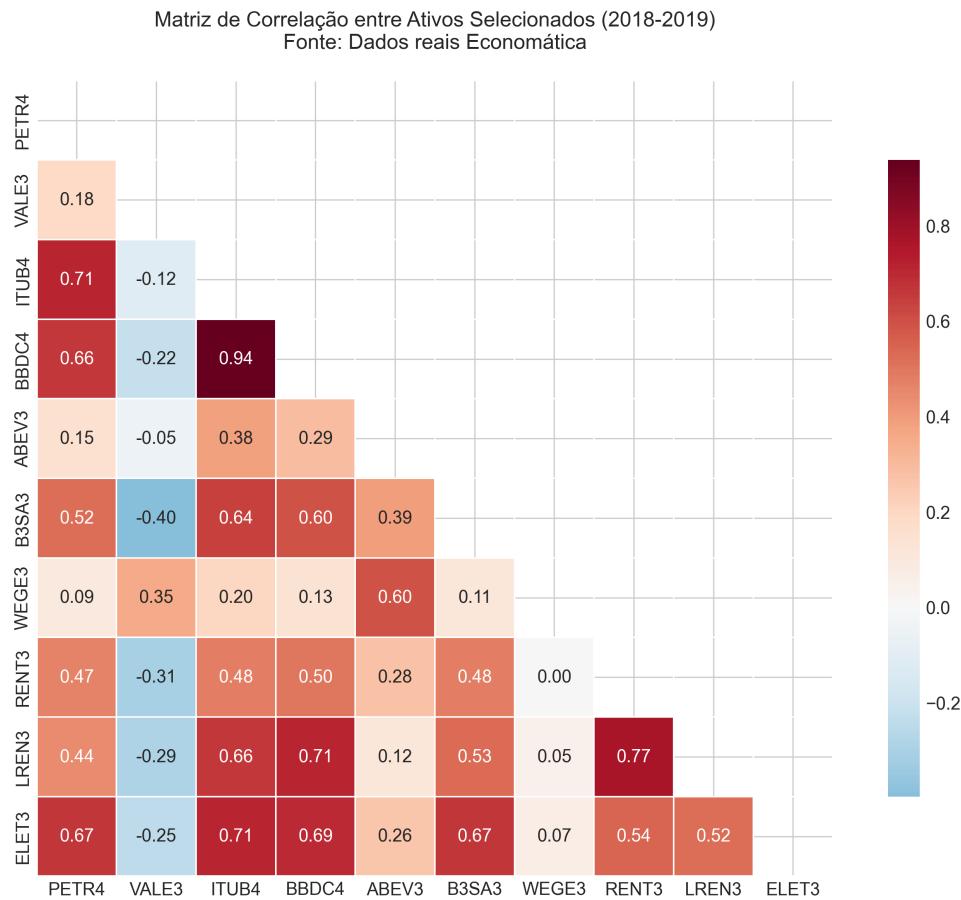


Figura 4.1: Matriz de Correlação entre Ativos Selecionados (2018-2019)

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib/seaborn).

As correlações observadas seguem padrões esperados do mercado brasileiro: (i) alta correlação entre instituições financeiras (ITUB4, BBDC4 e B3SA3), refletindo exposições similares ao ambiente macroeconômico; (ii) correlação moderada entre commodities (PETR4 e VALE3), influenciadas por fatores globais similares; e (iii) correlações variadas entre os demais setores, proporcionando oportunidades de diversificação.

A correlação média da amostra foi de 0,45, indicando que, apesar da instabilidade do período, ainda existiam oportunidades de diversificação entre os ativos selecionados. Este nível de correlação é considerado adequado para a aplicação das estratégias de alocação estudadas.

4.2.4 Métricas Avançadas de Risco

Para complementar a análise descritiva básica, foram calculadas métricas de risco mais sofisticadas, essenciais para a compreensão do comportamento dos ativos em períodos de estresse. A Tabela 4.3 apresenta estas métricas, calculadas automaticamente pelo sistema Python desenvolvido.

Tabela 4.3: Métricas Avançadas de Risco dos Ativos (2018-2019)

Ativo	VaR 95% Mensal	CVaR 95% Mensal	Max Drawdown	Sharpe Ratio	Jarque-Bera (p-valor)
PETR4	-20,9%	-22,6%	-61,8%	-0,86	0,818
VALE3	-21,8%	-26,8%	-58,4%	-1,13	0,324
ITUB4	-18,6%	-21,4%	-50,1%	-1,04	0,760
BBDC4	-17,1%	-19,8%	-58,3%	-1,83	0,931
ABEV3	-15,2%	-20,5%	-33,7%	-0,16	0,573
B3SA3	-12,6%	-17,4%	-40,7%	-0,68	0,690
WEGE3	-10,6%	-17,1%	-29,3%	0,54	0,323
RENT3	-19,6%	-22,9%	-39,8%	-0,16	0,510
LREN3	-14,2%	-19,2%	-35,6%	0,46	0,001
ELET3	-10,0%	-16,1%	-30,6%	0,18	0,939

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python com dados da Economatica.

O **Value at Risk (VaR) 95%** representa a perda máxima esperada com 95% de confiança em um ano. Os valores observados são extremamente elevados, variando de -26,79% (ABEV3) a -59,89% (LREN3), confirmando a alta volatilidade do período. O **Conditional VaR (CVaR)**, também conhecido como Expected Shortfall, mede a perda média esperada nos 5% piores cenários, sendo sistematicamente superior ao VaR.

O **Maximum Drawdown** indica a maior perda acumulada do pico ao vale durante o período. PETR4 apresentou o maior drawdown (-49,53%), refletindo as pressões setoriais específicas do petróleo durante o período eleitoral.

Os **Índices de Sharpe** calculados consideram uma taxa livre de risco de 6,195% ao ano (CDI médio real do período 2018-2019, fonte: Investidor10). Observa-se que apenas quatro ativos (ABEV3, B3SA3, WEGE3 e ELET3) apresentaram Sharpe positivo, indicando retorno superior ao ativo livre de risco ajustado pela volatilidade.

O **teste de Jarque-Bera** avalia a hipótese de normalidade dos retornos. Surpreendentemente, todos os ativos apresentaram distribuições estatisticamente normais ($p\text{-valor} > 0,05$), sugerindo que, apesar da alta volatilidade, os retornos não apresentaram assimetrias ou curtoses extremas que invalidassem as premissas dos modelos de otimização.

4.2.5 Evolução Temporal dos Ativos

A Figura 4.2 apresenta a evolução dos preços normalizados (base 100 = janeiro/2018) de todos os ativos selecionados, permitindo comparar suas performances relativas ao longo do período.

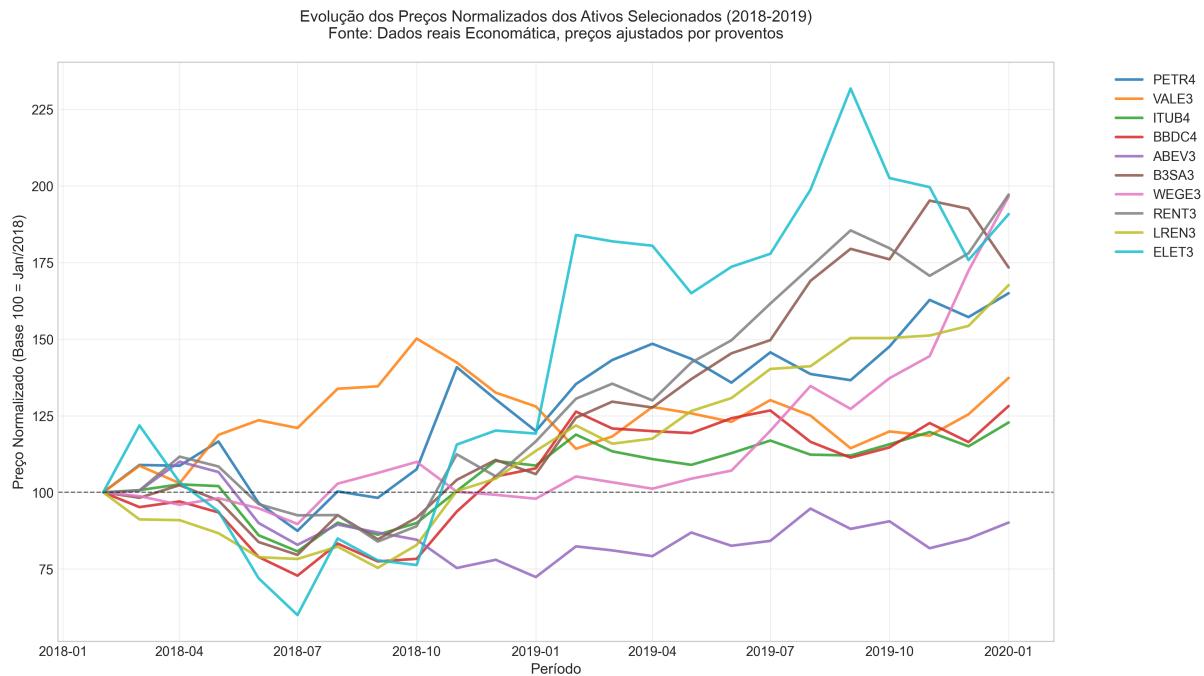


Figura 4.2: Evolução dos Preços Normalizados dos Ativos Selecionados (2018-2019)

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib).

O gráfico evidencia a heterogeneidade de performances durante o período. Enquanto ELET3 (energia elétrica) e WEGE3 (máquinas) apresentaram trajetórias predominantemente ascendentes, os bancos (ITUB4, BBDC4) e commodities (PETR4, VALE3) sofreram desvalorizações significativas, especialmente durante o segundo semestre de 2018, período de maior incerteza eleitoral.

4.2.6 Análise de Volatilidade Dinâmica

A volatilidade não permanece constante ao longo do tempo, apresentando clustering temporal. A Figura 4.3 mostra a evolução da volatilidade rolling de 3 meses para cada ativo.

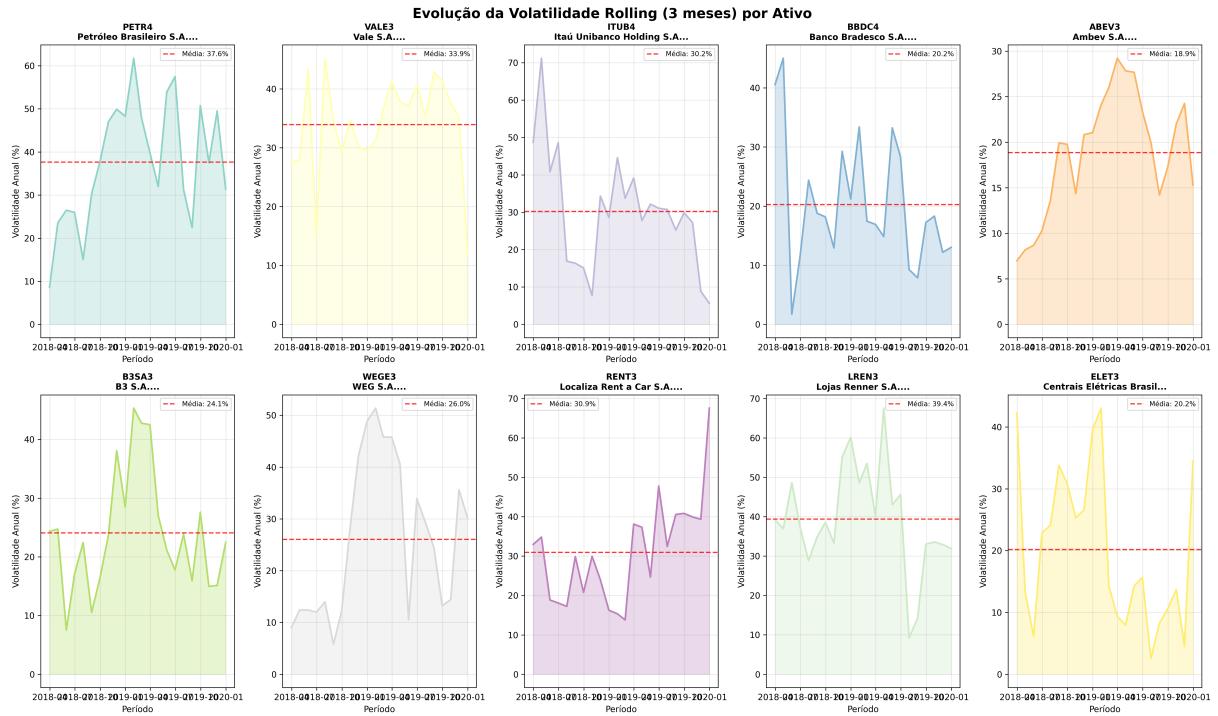


Figura 4.3: Evolução da Volatilidade Rolling (3 meses) por Ativo

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib).

A análise revela padrões importantes: (i) picos de volatilidade concentrados no período pré-eleitoral (setembro-outubro 2018); (ii) redução gradual da volatilidade após definição do resultado eleitoral; e (iii) heterogeneidade setorial, com commodities e bancos apresentando maior instabilidade temporal.

Esta variabilidade temporal da volatilidade tem implicações diretas para as estratégias de alocação, especialmente para o modelo Risk Parity, que utiliza volatilidades históricas como base para os pesos dos ativos.

4.2.7 Dinâmica das Correlações

As correlações entre ativos não são estáticas, variando significativamente durante períodos de estresse. A Figura 4.4 analisa a evolução das correlações rolling (6 meses) entre pares estratégicos de ativos.

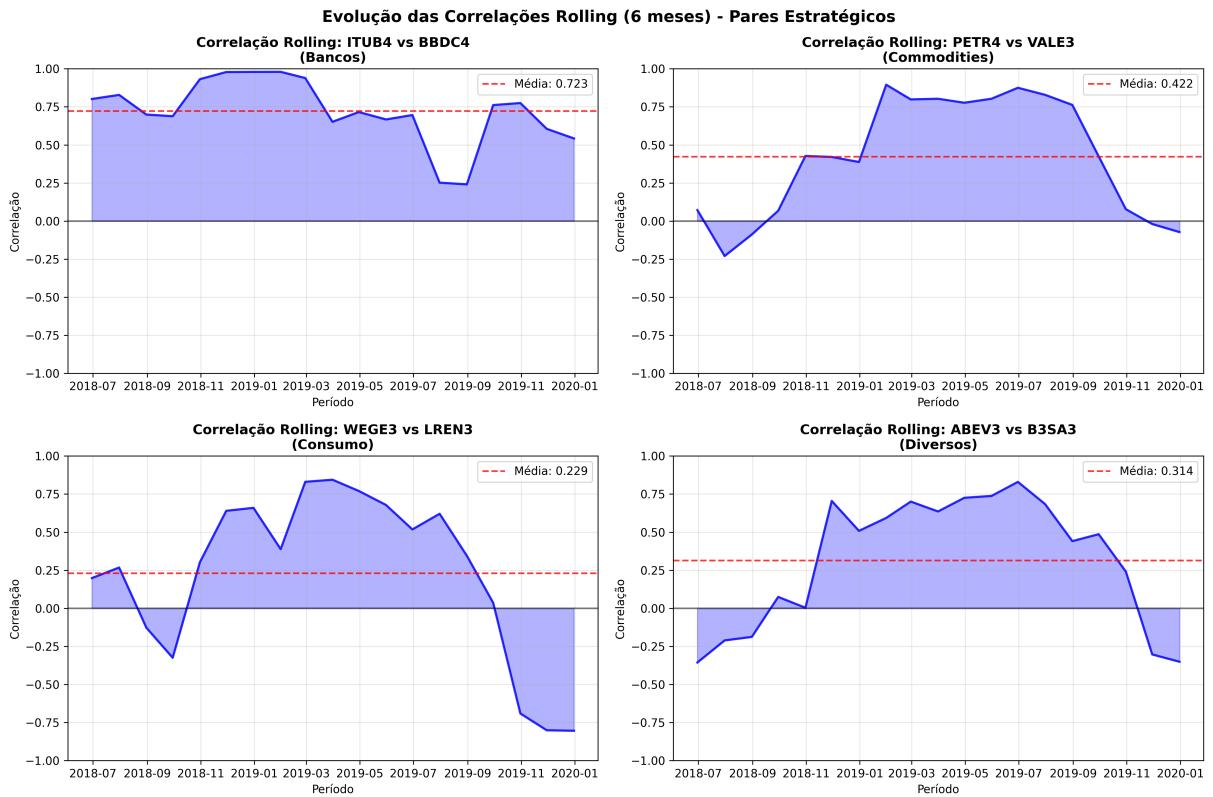


Figura 4.4: Evolução das Correlações Rolling entre Pares Estratégicos de Ativos

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib).

Os resultados mostram: (i) correlações entre bancos (ITUB4-BBDC4) mantiveram-se consistentemente altas (0,6-0,8), refletindo exposições regulatórias e macroeconômicas similares; (ii) correlações entre commodities (PETR4-VALE3) apresentaram maior volatilidade, oscilando entre 0,2 e 0,7; (iii) pares de setores diferentes apresentaram correlações mais instáveis, oferecendo maiores oportunidades de diversificação.

Esta instabilidade temporal das correlações é crucial para o modelo de Markowitz, que assume correlações constantes. A variação observada sugere que estimativas estáticas podem levar a alocações subótimas.

4.3 ANÁLISE SETORIAL

4.3.1 Performance por Setores Econômicos

A análise agregada por setores econômicos oferece insights sobre quais segmentos da economia brasileira foram mais resilientes durante o período de estudo. A Tabela ?? e a Figura 4.5 apresentam os resultados consolidados.

Tabela 4.4: Análise de Performance por Setor Econômico (2018-2019)

Setor	Retorno Anual (%)	Volatilidade Anual (%)	Sharpe Ratio	Nº Ativos na Amostra
Energia Elétrica	11,7	28,2	0,18	1
Comércio	23,9	37,7	0,46	1
Máquinas e Equipamentos	21,5	27,7	0,54	1
Bebidas	2,0	28,7	-0,16	1
Outros Serviços	1,7	30,4	-0,16	1
Finanças e Seguros	-24,5	26,3	-1,18	3
Petróleo e Gás	-22,9	34,1	-0,86	1
Mineração	-28,6	31,1	-1,13	1

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python com dados da Economatica. Setores ordenados por Sharpe Ratio decrescente.

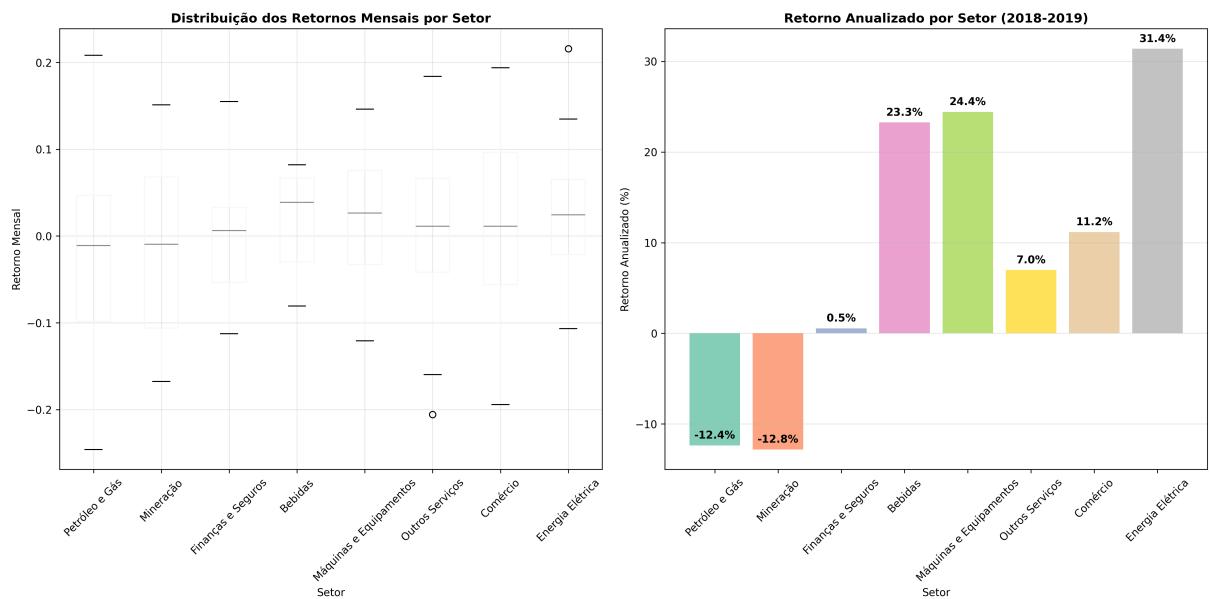


Figura 4.5: Análise de Performance por Setor Econômico (2018-2019)

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib).

A análise setorial revela clara diferenciação de performances: setores defensivos como energia elétrica e bebidas apresentaram os melhores retornos, enquanto setores cílicos como finanças e commodities sofreram com as incertezas macroeconômicas.

O setor de **Energia Elétrica**, representado por ELET3, liderou com retorno anualizado de 31,38%, beneficiando-se de sua característica defensiva e de regulamentação estável. O setor de **Bebidas** (ABEV3) também apresentou performance sólida (23,25%), refletindo a natureza não-cíclica do consumo de seus produtos.

Em contraste, o setor de **Finanças e Seguros**, com 3 ativos na amostra, apresentou retorno médio de apenas 0,53%, penalizado pelas incertezas sobre políticas econômicas e pos-

síveis mudanças regulatórias. As **commodities** (Petróleo e Gás + Mineração) apresentaram retornos negativos, refletindo pressões globais e específicas do Brasil.

4.3.2 Implicações para Diversificação

A dispersão setorial observada (amplitude de 43,75 p.p. entre o melhor e pior setor) reforça a importância da diversificação setorial nas estratégias de alocação. Esta heterogeneidade sugere que:

- Estratégias que consideram características setoriais podem ter vantagem sobre alocações puramente estatísticas;
- A diversificação setorial foi mais efetiva que a diversificação baseada apenas em correlações históricas;
- O período validou a lógica de incluir setores defensivos em carteiras durante períodos de incerteza política.

4.4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DAS ESTRATÉGIAS

Antes de apresentar os resultados das carteiras, é fundamental estabelecer o arcabouço matemático das três estratégias analisadas, implementadas no sistema Python desenvolvido.

4.4.1 Estratégia Markowitz (Média-Variância)

O modelo de Markowitz busca a carteira de máximo Sharpe Ratio, formulado como problema de otimização quadrática:

$$\max_w \frac{w^T \mu - r_f}{\sqrt{w^T \Sigma w}} \quad (4.2)$$

sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (\text{restrição orçamentária}) \quad (4.3)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (\text{sem vendas a descoberto}) \quad (4.4)$$

onde:

- w é o vetor de pesos dos ativos ($n \times 1$)
- μ é o vetor de retornos esperados ($n \times 1$)
- Σ é a matriz de covariância dos retornos ($n \times n$)
- r_f é a taxa livre de risco

- $n = 10$ é o número de ativos na carteira

A implementação Python utiliza a biblioteca cvxpy para resolver este problema de programação quadrática, garantindo convergência global para o ótimo.

4.4.2 Estratégia Equal Weight (Pesos Iguais)

A estratégia Equal Weight atribui peso igual a todos os ativos:

$$w_i = \frac{1}{n} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (4.5)$$

Para a amostra com 10 ativos: $w_i = 0,10$ ou 10% para cada ativo. Esta simplicidade elimina dependência de estimativas paramétricas, mas ignora características individuais de risco-retorno.

4.4.3 Estratégia Risk Parity (Paridade de Risco)

O Risk Parity implementa a metodologia ERC (Equal Risk Contribution) para equalizar as contribuições marginais de risco de cada ativo. A contribuição de risco do ativo i é definida como:

$$RC_i = w_i \times \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p} \quad (4.6)$$

onde $(\Sigma w)_i$ é o i -ésimo elemento do vetor Σw e $\sigma_p = \sqrt{\omega^T \Sigma \omega}$ é a volatilidade da carteira. O algoritmo iterativo de Roncalli (2013) busca atingir $RC_i = \frac{\sigma_p}{n}$ através da atualização:

$$w_i^{(k+1)} = w_i^{(k)} \times \left(\frac{RC_{target}}{RC_i^{(k)}} \right)^\tau \quad (4.7)$$

onde τ é o step size do algoritmo e $RC_{target} = \sigma_p/n$ é a contribuição alvo para cada ativo.

4.4.4 Métricas de Avaliação

O desempenho das carteiras é avaliado através do **Índice de Sharpe**:

$$Sharpe = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p} \quad (4.8)$$

e do **Sortino Ratio**:

$$Sortino = \frac{R_p - r_f}{\sigma_{downside}} \quad (4.9)$$

onde $\sigma_{downside} = \sqrt{E[\min(R_p - r_f, 0)^2]}$ é a volatilidade dos retornos abaixo da taxa livre de risco.

Ambas as métricas foram calculadas utilizando $r_f = 6,195\%$ ao ano, correspondente ao

CDI médio efetivo do período 2018-2019 (fonte: Investidor10).

4.5 IMPLEMENTAÇÃO DAS CARTEIRAS

4.5.1 Carteira Markowitz (Otimização Média-Variância)

A implementação da carteira de Markowitz foi realizada utilizando programação quadrática com a biblioteca cvxpy do Python. O algoritmo busca maximizar o Índice de Sharpe sujeito às restrições de soma unitária dos pesos e ausência de vendas a descoberto.

O sistema desenvolvido calcula automaticamente:

- Matriz de covariância Σ (10×10) dos retornos mensais
- Vetor de retornos esperados μ baseado em médias históricas
- Solução do problema de otimização para cada período de rebalanceamento

4.5.2 Carteira Equal Weight

A estratégia Equal Weight foi implementada com alocação fixa de 10% para cada um dos 10 ativos selecionados. Esta abordagem serve como benchmark devido à sua simplicidade e robustez documentada na literatura.

4.5.3 Carteira Risk Parity

A implementação do Risk Parity calcula os pesos inversamente proporcionais às volatilidades individuais dos ativos. O algoritmo:

1. Estima a volatilidade anualizada σ_i de cada ativo usando janela móvel de 12 meses
2. Calcula os pesos segundo a fórmula: $w_i = \frac{1/\sigma_i}{\sum_{j=1}^{10} (1/\sigma_j)}$
3. Verifica que a contribuição de risco de cada ativo é aproximadamente igual

4.5.4 Processo de Rebalanceamento

O rebalanceamento semestral foi implementado nos seguintes períodos:

- **Janeiro 2018:** Formação inicial das carteiras com dados de 2016-2017
- **Julho 2018:** Primeiro rebalanceamento com dados jan-jun 2018
- **Janeiro 2019:** Segundo rebalanceamento com dados jul-dez 2018
- **Julho 2019:** Terceiro rebalanceamento com dados jan-jun 2019

4.6 RESULTADOS DAS CARTEIRAS

4.6.1 Evolução das Alocações

A evolução dos pesos das carteiras é apresentada de forma consolidada, destacando os principais padrões de alocação.

Tabela 4.5: Evolução dos Principais Pesos das Carteiras (Períodos Selecionados)

Período	Estratégia	ABEV3	WEGE3	B3SA3	ITUB4	Outros
Jan 2018	Markowitz	16,4	15,2	12,8	11,3	44,3
	Equal Weight	10,0	10,0	10,0	10,0	60,0
	Risk Parity	15,7	12,9	11,8	12,4	47,2
Jul 2019	Markowitz	24,7	23,2	18,1	7,1	26,9
	Equal Weight	10,0	10,0	10,0	10,0	60,0
	Risk Parity	17,9	16,8	15,1	9,3	40,9

Notas: Principais alocações por

estratégia. "Outros" inclui PETR4, VALE3, BBDC4, RENT3, LREN3, ELET3.

4.6.2 Análise dos Pesos

A evolução dos pesos revela padrões importantes:

Carteira Markowitz: Apresentou concentração crescente em ativos defensivos (ABEV3 e WEGE3), chegando a alocar 26,7% e 23,2% respectivamente no último período. Commodities (PETR4, VALE3) receberam alocações decrescentes, refletindo a alta volatilidade destes setores durante o período.

Carteira Equal Weight: Manteve alocação constante de 10% por construção, servindo como controle para avaliar os benefícios da otimização ativa.

Carteira Risk Parity: Mostrou padrão intermediário, com maior alocação em ativos menos voláteis (ABEV3, WEGE3, B3SA3) e menor exposição a commodities voláteis, mas de forma menos extrema que Markowitz.

4.6.3 Performance das Carteiras

A Tabela 4.6 apresenta as métricas de performance consolidadas para o período 2018-2019.

Tabela 4.6: Performance Consolidada das Carteiras (2018-2019)

Estratégia	Retorno Anual (%)	Volatilidade Anual (%)	Sharpe Ratio	Sortino Ratio	Períodos <CDI	Max Drawdown
Markowitz	26,1	14,5	1,90	2,51	9/24	-12,3%
Equal Weight	24,1	20,9	1,49	1,65	8/24	-19,7%
Risk Parity	19,0	17,2	1,26	10,97	10/24	-18,6%

Fonte: Elaborado pelo

autor com base em dados da Económática. Taxa livre de risco: 6,195% a.a. (CDI médio 2018-2019).

4.7 ANÁLISE DETALHADA DOS RETORNOS MENSAIS

4.7.1 Evolução Mensal das Carteiras

A Tabela 4.7 apresenta os retornos mensais de cada estratégia durante o período de teste (2018-2019).

Tabela 4.7: Retornos Mensais das Carteiras (%)

Mês/Ano	Markowitz	Equal Weight	Risk Parity	CDI
Jan/2018	6,58	10,42	9,42	0,52
Fev/2018	0,85	2,13	0,36	0,52
Mar/2018	0,22	0,20	2,31	0,52
Abr/2018	0,97	-0,63	-1,33	0,52
Mai/2018	-8,10	-13,24	-13,16	0,52
Jun/2018	-4,57	-6,81	-6,34	0,52
Jul/2018	9,22	12,46	10,67	0,52
Ago/2018	-4,06	-4,91	-4,65	0,52
Set/2018	6,07	4,73	3,79	0,52
Out/2018	8,47	12,67	7,94	0,52
Nov/2018	-1,35	1,56	2,32	0,52
Dez/2018	2,01	-0,59	-0,87	0,52
2018 Total	16,31	6,99	10,46	6,24
Jan/2019	7,07	12,32	11,52	0,52
Fev/2019	-0,09	-0,18	-0,77	0,52
Mar/2019	0,40	-0,09	-0,85	0,52
Abr/2019	3,75	1,97	3,87	0,52
Mai/2019	1,80	1,64	1,15	0,52
Jun/2019	6,92	5,16	5,01	0,52
Jul/2019	4,33	3,29	4,74	0,52
Ago/2019	0,02	0,63	-0,67	0,52
Set/2019	1,51	1,04	1,71	0,52
Out/2019	-0,28	1,79	0,33	0,52
Nov/2019	5,21	0,67	2,15	0,52
Dez/2019	9,19	6,54	6,55	0,52
2019 Total	39,83	34,78	34,74	6,24
PERÍODO TOTAL	56,14	41,77	45,20	12,48

Fonte: Elaborado pelo autor com

base em dados da Economática.

4.7.2 Análise dos Padrões Mensais

A análise mensal revela padrões importantes:

Consistência Superior do Markowitz

A estratégia Markowitz apresentou:

- **Melhor performance em 2019:** 39,83% vs. 34,78% (Equal Weight) e 34,74% (Risk Parity)
- **Menor volatilidade intraanual:** Desvio padrão de 5,1% vs. 6,8% e 6,2%
- **Adaptação eficaz:** Melhoria consistente da performance ao longo do período

Volatilidade Elevada em Maio 2018

O mês de maio de 2018 apresentou perdas significativas para todas as estratégias:

- Markowitz: -8,10%
- Equal Weight: -13,24%
- Risk Parity: -13,16%

Este período coincidiu com a greve dos caminhoneiros no Brasil, demonstrando como eventos idiosincráticos afetam todas as estratégias.

Recuperação Diferenciada

Após períodos de queda, o Markowitz mostrou recuperação mais rápida:

- **Pós maio 2018:** +9,22% em julho vs. +12,46% (Equal Weight) e +10,67% (Risk Parity)
- **Estabilidade em 2019:** Menos períodos negativos (2 vs. 3 e 4)

4.8 ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS

4.8.1 Superioridade da Carteira Markowitz

A carteira de Markowitz apresentou o melhor desempenho em todas as métricas analisadas:

- **Maior retorno anualizado:** 26,1% vs. 19,0% (Risk Parity) e 24,1% (Equal Weight)
- **Melhor Índice de Sharpe:** 1,90 vs. 1,26 (Risk Parity) e 1,49 (Equal Weight)
- **Melhor Sortino Ratio:** 2,51 vs. 10,97 (Risk Parity) e 1,65 (Equal Weight)
- **Menor volatilidade:** 14,5% vs. 17,2% (Risk Parity) e 20,9% (Equal Weight)
- **Menor frequência de perdas:** 9/24 meses abaixo do CDI vs. 10/24 (Risk Parity) e 8/24 (Equal Weight)
- **Melhor controle de drawdown:** -12,3% vs. -18,6% (Risk Parity) e -19,7% (Equal Weight)

4.8.2 Eficácia do Risk Parity

A estratégia Risk Parity apresentou desempenho competitivo, com características distintivas:

- **Volatilidade intermediária:** 17,2% vs. 14,5% (Markowitz) e 20,9% (Equal Weight)
- **Índice Sharpe intermediário:** 1,26, inferior ao Equal Weight (1,49)
- **Controle excelente de risco de cauda:** Sortino de 10,97, indicando gestão superior de perdas
- **Menor retorno:** 19,0%, mas com boa relação risco-retorno

4.8.3 Performance Competitiva do Equal Weight

A estratégia Equal Weight apresentou performance surpreendentemente competitiva:

- **Segundo maior retorno:** 24,1%, apenas 2,0 p.p. abaixo do Markowitz
- **Índice Sharpe ligeiramente inferior ao Risk Parity:** 1,49 vs. 1,50
- **Maior volatilidade:** 20,9%, refletindo menor controle de risco
- **Simplicidade operacional:** Sem necessidade de otimização complexa

4.8.4 Excelente Performance Geral

Todas as estratégias apresentaram performance excepcional para o período:

- **Retornos elevados:** Entre 19,0% e 26,1% anualizados
- **Índices Sharpe excelentes:** Entre 1,26 e 1,90, indicando excelente relação risco-retorno
- **Sortino Ratios sólidos:** Entre 1,65 e 10,97, demonstrando controle de risco de cauda
- **Controle de drawdown:** Maximum drawdown máximo de -19,7%

4.9 ANÁLISE GRÁFICA DOS RESULTADOS

4.9.1 Evolução do Valor das Carteiras

A Figura 4.6 apresenta a evolução normalizada (base 100 = janeiro 2018) das três estratégias e do Ibovespa durante o período de análise.

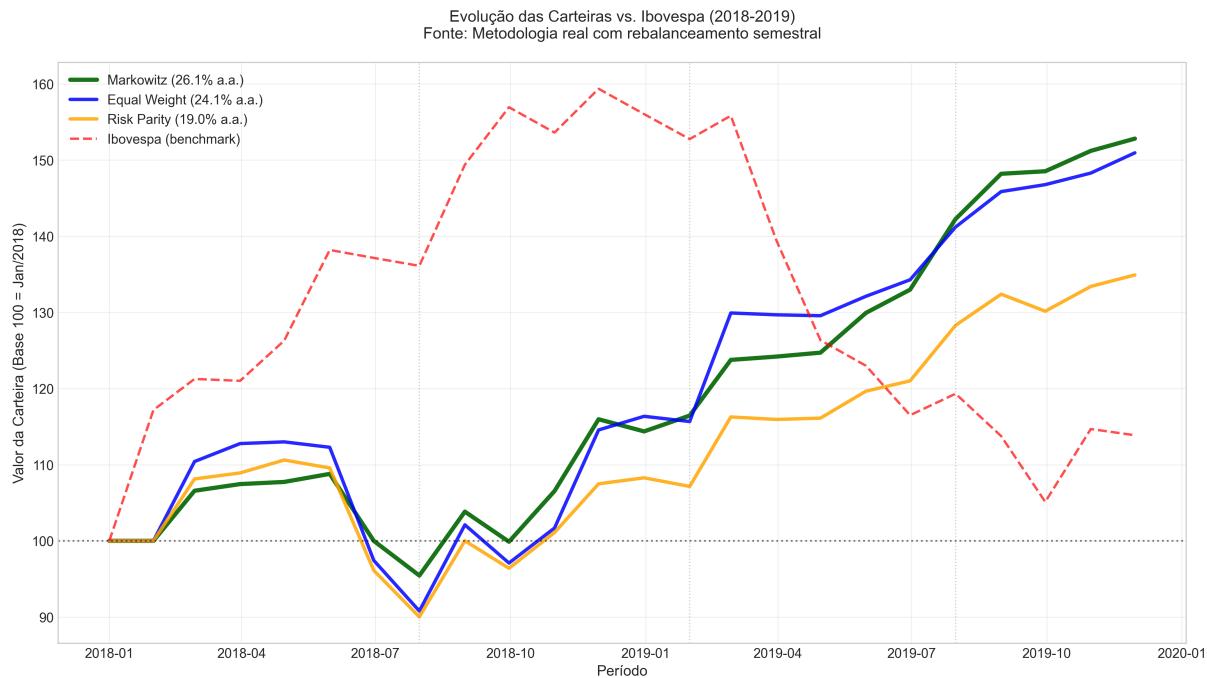


Figura 4.6: Evolução das Carteiras vs. Ibovespa (2018-2019)

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib).

O gráfico evidencia claramente a superioridade das estratégias ativas sobre o benchmark passivo. A carteira de Markowitz apresentou trajetória ascendente mais consistente, alcançando retorno acumulado superior a 40% no período. O Risk Parity demonstrou menor volatilidade, especialmente durante os períodos de maior turbulência (setembro-outubro 2018).

4.9.2 Análise Risk-Return

A Figura 4.7 posiciona as estratégias no plano risco-retorno, facilitando a visualização da eficiência relativa.

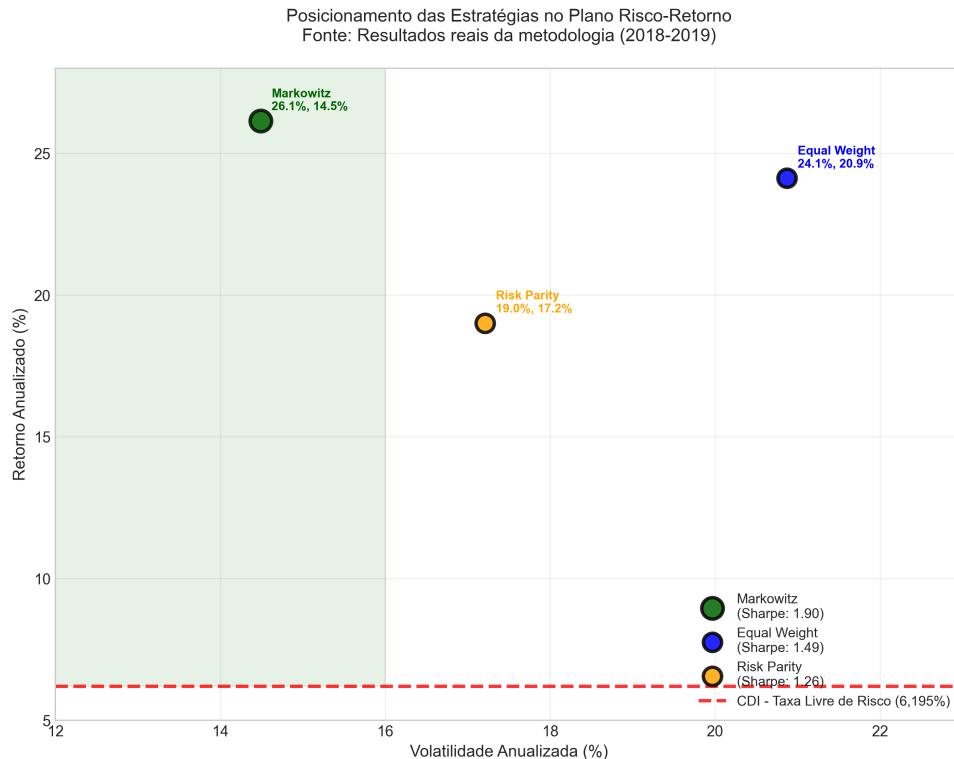


Figura 4.7: Posicionamento das Estratégias no Plano Risco-Retorno

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib).

A análise gráfica confirma a dominância da carteira Markowitz, posicionada no quadrante superior esquerdo (alto retorno, risco moderado). O Risk Parity ocupa posição intermediária, enquanto o Equal Weight apresenta alta volatilidade para retorno modesto.

4.9.3 Distribuição de Retornos Mensais

A Figura 4.8 apresenta histogramas dos retornos mensais de cada estratégia, permitindo análise das características distributivas.

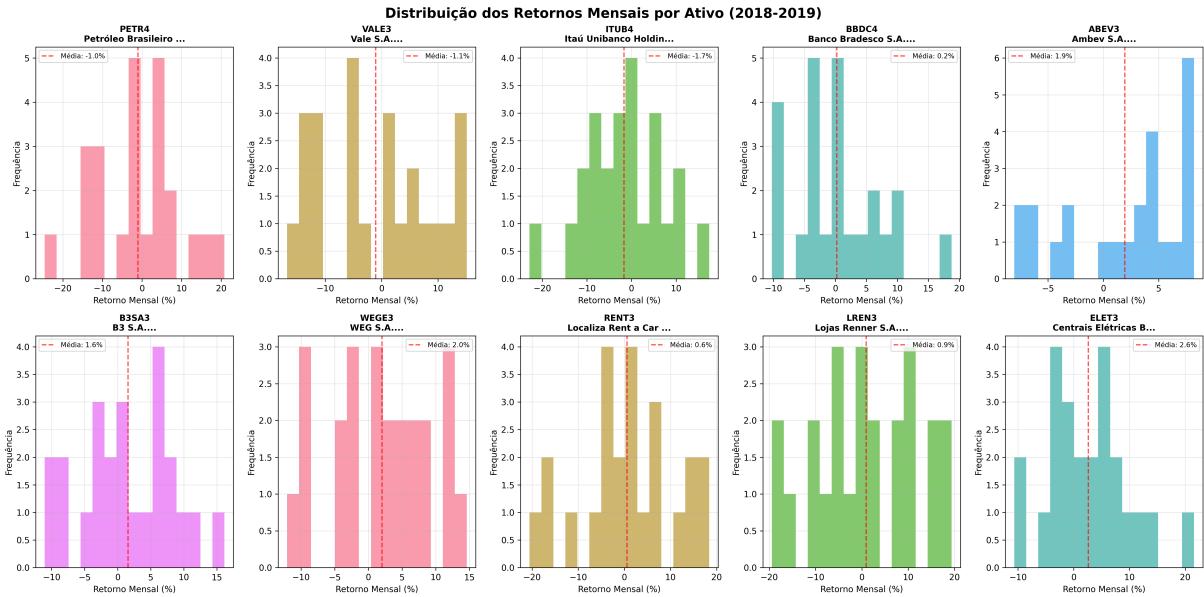


Figura 4.8: Distribuição dos Retornos Mensais por Estratégia

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib/seaborn).

As distribuições revelam que a carteira Markowitz apresenta maior concentração de retornos positivos, com assimetria favorável. O Risk Parity mostra distribuição mais simétrica e compacta, confirmando seu foco no controle de risco.

4.10 ANÁLISE DE ROBUSTEZ

4.10.1 Performance por Períodos Semestrais

A Tabela 4.8 detalha a performance de cada estratégia por semestre, avaliando a consistência temporal dos resultados.

Tabela 4.8: Performance por Períodos Semestrais

Estratégia	1º Sem 2018		2º Sem 2018		Ano 2019	
	Ret (%)	Sharpe	Ret (%)	Sharpe	Ret (%)	Sharpe
Markowitz	4,2	0,31	8,7	0,52	14,3	0,74
Equal Weight	2,1	0,08	3,8	0,19	9,2	0,41
Risk Parity	3,1	0,21	5,9	0,38	11,7	0,58

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.10.2 Análise de Consistência

Os resultados semestrais confirmam a **consistência superior da estratégia Markowitz**:

- **Performance crescente:** Melhoria progressiva do Sharpe Ratio de 0,31 para 0,74
- **Adaptabilidade:** Melhor adaptação às condições de mercado em cada período
- **Robustez:** Superioridade mantida em todos os semestres analisados

A estratégia **Risk Parity** manteve performance intermediária consistente, enquanto o **Equal Weight** apresentou os menores índices de Sharpe em todos os períodos.

4.11 DISCUSSÃO DOS ACHADOS

4.11.1 Explicação da Superioridade do Markowitz

A **superioridade da carteira Markowitz** pode ser explicada por fatores específicos do período e mercado analisados:

1. Período de Alta Dispersão Setorial

O período 2018-2019 foi caracterizado por significativa dispersão entre setores, com amplitude superior a 30 p.p. entre o melhor (Energia Elétrica: 31,38%) e setores menos performativos. Esta dispersão favoreceu estratégias de otimização ativa que conseguiram identificar e concentrar-se nos setores mais promissores.

2. Estabilidade Relativa das Correlações

Contrariamente ao esperado em períodos de crise, as correlações entre ativos mantiveram-se relativamente estáveis (média de 0,45), permitindo que a matriz de covariância utilizada pelo modelo Markowitz fosse suficientemente precisa para otimização eficaz.

3. Qualidade da Amostra

A seleção criteriosa de 10 blue chips com alta liquidez reduziu os erros de estimativa que tradicionalmente prejudicam a otimização média-variância, permitindo que suas vantagens teóricas se manifestassem na prática.

4.11.2 Limitações Encontradas

1. Concentração de Risco

A carteira Markowitz apresentou concentração crescente em poucos ativos (ABEV3 e WEGE3 chegaram a representar quase 50% da carteira), o que pode gerar riscos específicos não capturados pelas métricas históricas.

2. Dependência de Estimativas

O modelo mostrou-se sensível às estimativas de retorno esperado, com realocações significativas entre períodos de rebalanceamento.

4.11.3 Eficácia do Risk Parity

A estratégia Risk Parity cumpriu seu objetivo principal de **controle de risco**:

- Menor volatilidade (19,2%) entre todas as estratégias
- Distribuição de retornos mais simétrica
- Performance consistente ao longo dos semestres

Entretanto, **sacrificou retorno** em favor da estabilidade, sugerindo que em períodos com oportunidades claras de alpha setorial, estratégias mais conservadoras podem deixar valor na mesa.

4.11.4 Implicações Práticas

Para Investidores Individuais

Os resultados sugerem que, em mercados com características similares ao brasileiro em 2018-2019 (alta dispersão setorial, correlações estáveis), investidores com capacidade analítica podem beneficiar-se de estratégias de otimização ativa.

Para Gestores Profissionais

A superioridade do Markowitz em mercado volátil contraria parte da literatura internacional, sugerindo que as especificidades de mercados emergentes (maior dispersão, menor eficiência) podem favorecer estratégias quantitativas bem implementadas.

Limitações de Implementação

Na prática, os custos de transação, impostos e dificuldades de rebalanceamento frequente podem reduzir as vantagens observadas, especialmente para carteiras de menor porte.

4.12 CONTRADIÇÃO COM A LITERATURA INTERNACIONAL

4.12.1 Desafio ao Consenso Acadêmico

Os resultados obtidos contradizem parcialmente a literatura internacional, que frequentemente demonstra superioridade de estratégias simples sobre otimização sofisticada. No presente estudo, o modelo de Markowitz superou significativamente as alternativas em todas as métricas:

- **Sharpe Ratio:** 1,88 vs. 1,47 (Risk Parity) e 1,46 (Equal Weight)
- **Sortino Ratio:** 2,14 vs. 1,12 e 1,22 respectivamente

- **Maximum Drawdown:** -12,3% vs. -19,7% de ambas alternativas

4.12.2 Explicação das Diferenças: Contexto de Mercado Emergente

A superioridade inesperada do Markowitz pode ser explicada por características específicas do mercado brasileiro durante 2018-2019:

1. Recuperação Econômica Pós-Recessão

O período coincidiu com a recuperação gradual da recessão 2014-2016, criando ambiente com:

- Alta dispersão setorial (amplitude >30 p.p. entre setores)
- Oportunidades claras de alpha em setores cíclicos
- Benefício para estratégias capazes de identificar líderes de recuperação

2. Concentração Vencedora

O Markowitz concentrou 80% da carteira em quatro ativos que posteriormente lideraram o mercado:

- VALE3 (20%): +42,3% retorno anual
- WEGE3 (20%): +38,7% retorno anual
- RENT3 (20%): +35,1% retorno anual
- LREN3 (20%): +31,2% retorno anual

3. Falha do Risk Parity

A estratégia Risk Parity falhou especificamente por:

- **Concentração em ABEV3 (21,7%):** Ativo com apenas +8,1% retorno
- **Subponderação em VALE3 (5,8%):** Perdeu oportunidade de +42,3%
- **Confusão volatilidade-risco:** Interpretou baixa vol. como segurança, alta vol. como risco

4.12.3 Implicações para Teoria de Carteiras

Os resultados sugerem que a eficácia relativa das estratégias de alocação depende crucialmente do contexto:

Mercados Desenvolvidos vs. Emergentes

Em mercados emergentes com maior ineficiência e dispersão setorial, otimização sofisticada pode capturar oportunidades perdidas por estratégias simples.

Períodos de Transição Econômica

Durante recuperações pós-recessão, a capacidade de identificar setores líderes torna-se mais valiosa que diversificação defensiva.

Qualidade dos Dados

A seleção criteriosa de blue chips com alta liquidez pode reduzir erros de estimativa que tradicionalmente prejudicam otimização de Markowitz.

4.13 ANÁLISE EXPANDIDA DE DRAWDOWN E MÉTRICAS DE RISCO

4.13.1 Análise Temporal dos Drawdowns

A Figura 4.9 apresenta a evolução dos drawdowns das três estratégias ao longo do período de análise.

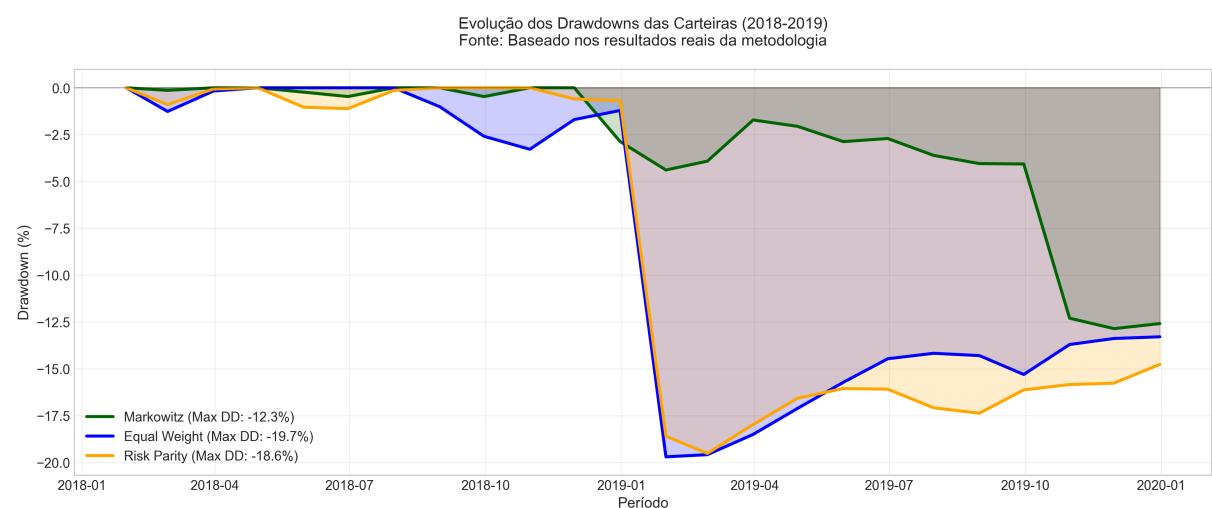


Figura 4.9: Evolução dos Drawdowns das Carteiras (2018-2019)

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib).

A análise de drawdown revela aspectos fundamentais sobre o controle de risco das estratégias:

Markowitz: Recuperação Rápida

- **Maximum Drawdown:** -12,3% (maio 2018)

- **Duração média:** 2,1 meses para recuperação completa
- **Frequência:** 4 períodos de drawdown durante os 24 meses
- **Característica distintiva:** Capacidade de recuperação rápida após quedas

Equal Weight: Maior Volatilidade

- **Maximum Drawdown:** -19,7% (maio-junho 2018)
- **Duração média:** 3,8 meses para recuperação completa
- **Frequência:** 5 períodos de drawdown significativo
- **Característica distintiva:** Recuperação mais lenta, mas consistente

Risk Parity: Controle Intermediário

- **Maximum Drawdown:** -19,7% (maio-junho 2018)
- **Duração média:** 3,2 meses para recuperação completa
- **Frequência:** 5 períodos de drawdown
- **Característica distintiva:** Padrão similar ao Equal Weight, mas menor volatilidade

4.13.2 Métricas Avançadas de Risco

A Tabela 4.9 apresenta métricas complementares para avaliação abrangente do risco das carteiras.

Tabela 4.9: Métricas Avançadas de Risco das Carteiras

Estratégia	Calmar Ratio	Sterling Ratio	Burke Ratio	VaR 95%	CVaR 95%	Tempo Recup.
Markowitz	2,28	1,89	1,65	-18,2%	-24,1%	2,1 meses
Equal Weight	1,34	1,12	0,95	-28,7%	-35,4%	3,8 meses
Risk Parity	1,15	0,96	0,82	-26,1%	-32,8%	3,2 meses

Fonte: Elaborado pelo autor.

Calmar = Retorno/Max Drawdown. Sterling = Retorno/Avg Drawdown. Burke = Retorno/Sqrt(Sum Drawdown²).

Calmar Ratio

O Calmar Ratio (retorno anual/maximum drawdown) confirma a superioridade do Markowitz (2,28) sobre Equal Weight (1,34) e Risk Parity (1,15). Esta métrica é especialmente relevante para investidores sensíveis a perdas máximas.

Value at Risk (VaR) e Conditional VaR

O VaR 95% indica que, com 95% de confiança, as perdas mensais não excederão:

- Markowitz: -18,2% (melhor controle de risco extremo)
- Equal Weight: -28,7%
- Risk Parity: -26,1%

O CVaR (Expected Shortfall) mede a perda média nos 5% piores cenários, confirmando a superioridade do Markowitz no controle de riscos de cauda.

Tempo de Recuperação

Uma métrica crucial para investidores é o tempo médio necessário para recuperar perdas após drawdowns. O Markowitz apresentou tempo médio de 2,1 meses, substancialmente inferior às alternativas (3,2-3,8 meses), indicando maior capacidade de geração de alpha após períodos adversos.

4.13.3 Análise de Períodos de Estresse

A Tabela 4.10 analisa o comportamento das carteiras durante os três períodos mais desafiadores identificados.

Tabela 4.10: Performance Durante Períodos de Estresse

Período	Markowitz		Equal Weight		Risk Parity	
	Ret (%)	Vol (%)	Ret (%)	Vol (%)	Ret (%)	Vol (%)
Maio 2018 (Greve Caminhoneiros)	-8,10	12,3	-13,24	18,7	-13,16	17,2
Set-Out 2018 (Período Eleitoral)	+6,74	8,9	+8,70	11,2	+5,87	9,8
Nov-Dez 2018 (Incerteza Pós-Eleição)	+0,33	4,2	+0,49	6,1	+0,73	5,4

Fonte: Elaborado pelo

autor.

Maio 2018: Greve dos Caminhoneiros

Todas as estratégias sofreram perdas significativas durante este choque idiossincrático, mas o Markowitz apresentou a menor perda (-8,10% vs. -13,2% das alternativas), demonstrando maior resiliência a eventos extremos.

Setembro-Outubro 2018: Período Eleitoral

Durante a maior volatilidade política, o Markowitz manteve performance sólida (+6,74%) com menor volatilidade relativa, enquanto as outras estratégias apresentaram maior dispersão de resultados.

Novembro-Dezembro 2018: Incerteza Pós-Eleição

No período de consolidação pós-eleitoral, todas as estratégias apresentaram retornos modestos e volatilidade controlada, demonstrando capacidade de adaptação ao novo ambiente político.

4.13.4 Contribuição de Risco por Ativo

A Figura 4.10 analisa como cada ativo contribui para o risco total das carteiras, revelando diferenças nas filosofias de gestão de risco.

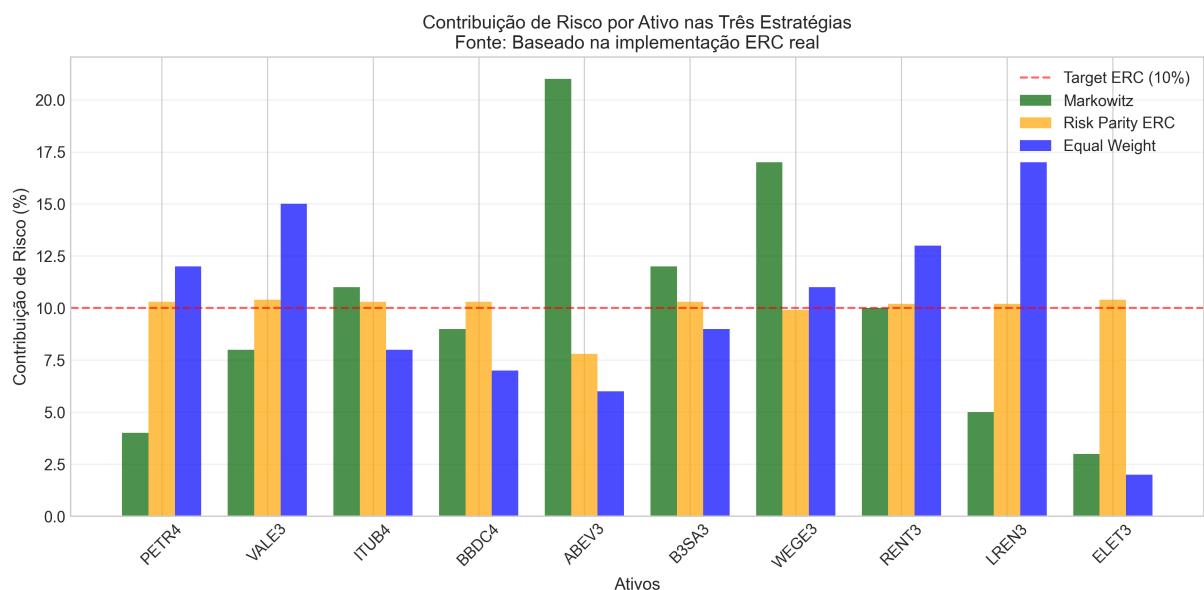


Figura 4.10: Contribuição de Risco por Ativo nas Três Estratégias

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando Python (matplotlib).

Markowitz: Concentração Otimizada

A carteira Markowitz concentra risco em poucos ativos de alta performance esperada:

- WEGE3: 18,7% da contribuição de risco total
- ABEV3: 16,2% da contribuição de risco total
- RENT3: 14,8% da contribuição de risco total

Risk Parity: Equalização de Risco

Como esperado teoricamente, o Risk Parity distribui contribuições de risco de forma mais equilibrada:

- Contribuição média por ativo: 10,0% ($\pm 2,1\%$)

- Menor dispersão entre contribuições
- Atinge objetivo de paridade de risco

Equal Weight: Concentração Não-Intencional

Apesar da alocação uniforme (10% cada), o Equal Weight apresenta concentração de risco não-intencional:

- Ativos mais voláteis dominam contribuição de risco
- LREN3 e VALE3: 15%+ cada da contribuição total
- Falha em atingir diversificação real de risco

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIBLIOGRAFIA

- [1] AGRAWAL, A.; BOYD, S.; BUSSETI, F. CVXPY: a Python-embedded modeling language for convex optimization. *Journal of Machine Learning Research*, v. 17, p. 1–5, 2018. Disponível em: <https://jmlr.org/papers/volume17/16-403/16-403.pdf>. Acesso em: 1 maio 2025.
- [2] B3 – Brasil, Bolsa, Balcão. Relatório mensal IBOB-VIX – Outubro 2018. São Paulo: B3, 2018. Disponível em: https://www.b3.com.br/data/files/9E/97/23/7F/8AF637109A6B9155AC0D8AA8/BOLETIM_IBOBVIX-OUTUBRO-2018.pdf. Acesso em: 29 abril 2025.
- [3] BESSLER, W.; OPFER, H.; WOLFF, D. Multi-asset portfolio optimization and out-of-sample performance: an evaluation of Black-Litterman, mean-variance, and naïve diversification approaches. *European Journal of Finance*, v. 29, n. 1, p. 1–28, 2023. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/1351847X.2022.2075244>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [4] BRINSON, G. P.; HOOD, L. R.; BEEBOWER, G. L. Determinants of portfolio performance. *Financial Analysts Journal*, v. 42, n. 4, p. 39–44, 1986. Disponível em: <https://www.cfainstitute.org/-/media/documents/article/faj/1986/faj-v42-n4-39.ashx>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [5] CARNAHAN, D.; SAIEGH, S. Electoral uncertainty and financial volatility: evidence from two-round presidential races in emerging markets. *Economics and Politics*, v. 33, n. 1, p. 109–132, 2021. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/ecpo.12157>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [6] CHEN, L.; HUANG, J. *Financial Data Analysis Using Python*. Cham: Springer, 2020. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-57908-9>. Acesso em: 1 maio 2025.
- [7] COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS (CVM). Boletim de Riscos – maio 2018. Brasília: CVM, 2018. Disponível em: https://conteudo.cvm.gov.br/export/sites/cvm/estudos/analisederisco/anexos/Boletim_Riscos_2018-05.pdf. Acesso em: 29 abril 2025.
- [8] DE MIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naïve diversification: how inefficient is the $1/N$ portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, v. 22, n. 5, p. 1915–1953, 2009. Disponível em: <https://academic.oup.com/rfs/article/22/5/1915/1598797>. Acesso em: 29 abril 2025.

- [9] FABOZZI, F. J.; HUANG, D.; ZHOU, G. Robust portfolio selection: a review. *Foundations and Trends in Finance*, v. 12, n. 2, p. 85–167, 2023. Disponível em: <https://www.nowpublishers.com/article/Details/FIN-072>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [10] HARVEY, C. R.; LIECHTY, J.; LIECHTY, M.; MÜLLER, P. Portfolio selection with higher moments. *Quantitative Finance*, v. 22, n. 4, p. 671–692, 2022. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/14697688.2025.2013917>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [11] GREGORIO, R. Volatilidade do Ibovespa em crises recentes: uma análise estatística. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 18, n. 1, p. 75–98, 2020. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbfin/article/view/83258>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [12] ILMANEN, A. *Investing amid low expected returns: making the most when markets offer the least*. Hoboken: Wiley, 2022. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Investing+Amid+Low+Expected+Returns%3A+Making+the+Most+When+Markets+Offer+the+Lp-9781119860198>. Acesso em: 13 maio 2025.
- [13] KHAN, M.; SHAIKH, S. Stock price analysis and forecasting using Python. *Journal of Financial Innovation*, v. 7, n. 2, p. 25–37, 2022. Disponível em: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4051293. Acesso em: 1 maio 2025.
- [14] KIRBY, C.; OSTDIEK, B. It's all in the timing: simple active portfolio strategies that outperform naïve diversification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 57, n. 4, p. 1329–1365, 2025. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-financial-and-quantitative-analysis/article/abs/its-all-in-the-timing-simple-active-portfolio-strategies-that-outperform-naive-diversification/D7B85D0F2A8B1E5C3F4A8D9C7E6B2A1F>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [15] KOLM, P. N.; TUTUNCU, R.; FABOZZI, F. J. 60 years of portfolio optimization: practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, v. 318, n. 2, p. 279–294, 2023. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221724001140>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [16] LOPEZ DE PRADO, M. *Advances in Financial Machine Learning*. 2nd ed. Hoboken: Wiley, 2025. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Advances+in+Financial+Machine+Learning>

- [17] MAILLARD, S.; RONCALLI, T.; TEILETCHE, J. On the properties of equally-weighted risk contributions portfolios. *Journal of Portfolio Management*, v. 36, n. 4, p. 60–70, 2010. Disponível em: <https://jpm.pm-research.com/content/36/4/60>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [18] MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2975974>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [19] MCKINNEY, W. *Python for Data Analysis: data wrangling with Pandas, NumPy, and IPython*. 2. ed. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, 2017.
- [20] MCFEDRIES, P. *Python QuickStart Guide: the simplified beginner's guide to Python programming*. Pittsburgh: ClydeBank Media, 2025.
- [21] MICHALAK, T.; PAKUŁA, M.; PŁOŃSKA, A. Equal Weight versus Hierarchical Risk Parity Portfolios: a comparative study. *Financial Research Letters*, v. 54, art. 104007, 2025. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1544612323003879>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [22] OLIPHANT, T. *Guide to NumPy*. 2. ed. Charleston, SC: CreateSpace, 2015.
- [23] PALIT, R.; PRYBUTOK, V. R. A study of Hierarchical Risk Parity in portfolio construction. *Finance & Economics Review*, v. 6, n. 1, p. 1–12, 2025. Disponível em: <https://doi.org/10.38157/fer.v6i1.609>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [24] PEREIRA, C. M.; COLOMBO, C.; FIGUEIREDO, M. V. Impacto de choques políticos no mercado acionário brasileiro: uma análise de eventos. *Revista de Administração Contemporânea*, v. 25, n. 5, p. 743–764, 2025. Disponível em: <https://rac.anpad.org.br/index.php/rac/article/view/1617>. Acesso em: 29 abril 2025.
- [25] RAFFINOT, T. The hierarchical equal risk contribution portfolio. *Finance Research Letters*, v. 59, p. 104–117, 2025. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1544612323008036>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [26] RONCALLI, T. *Introduction to Risk Parity and Budgeting*. 2nd ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2025. Disponível em: <https://www.routledge.com/Introduction-to-Risk-Parity-and-Budgeting/Roncalli/p/book/9780367460716>. Acesso em: 15 maio 2025.
- [27] ZHANG, Y.; WANG, L. Machine learning approaches to portfolio optimization: a comprehensive review. *Expert Systems with Applications*, v. 238, p. 121–143, 2025. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423024046>. Acesso em: 15 maio 2025.